

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
И НАУКИ РФ  
АССОЦИАЦИЯ СТРОИТЕЛЬНЫХ ВУЗОВ СНГ

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ  
УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

СТРОИТЕЛЬСТВО

Научно-теоретический журнал  
Издаётся с марта 1958 г.  
Выходит один раз в месяц

№ 3–4 (603–604)  
Март–апрель 2009 г.

Главный редактор В. Г. Себешев  
Редакционная коллегия: А. А. Афанасьев,  
В. Л. Баладинский, Т. И. Баранова, В. А. Воробьев,  
П. А. Дмитриев, В. А. Игнатьев, В. И. Костин (зам.  
гл. редактора), Г. Б. Лебедев (зам. гл. редактора),  
Е. М. Лобанов, Л. С. Ляхович, В. И. Морозов,  
Ю. П. Панибратов, Ю. А. Попов, Ю. П. Правдивец,  
В. Г. Себешев, И. Б. Соколов, Ю. А. Феофанов,  
Е. М. Чернышов, Г. Н. Шоршнев

Ответственный секретарь Н. В. Биткина

Адрес редакции:  
630008, г. Новосибирск, ул. Ленинградская, 113.  
Тел./факс 266-28-59.  
[www.sibstrin.ru](http://www.sibstrin.ru)  
E-mail: [izvuz\\_str@sibstrin.ru](mailto:izvuz_str@sibstrin.ru)

Свидетельство о регистрации № 993 от 28.11.90 г.

Подписано в печать 01.04.09. Формат 70×108 <sup>1</sup>/16.  
Усл. печ. л. 11,20+0,35. Тираж 350 экз. Заказ 1613.  
ЗАО «Новосибирский полиграфкомбинат», 630007,  
г. Новосибирск, Красный проспект, 22.

Издатель НГАСУ (Сибстрин), 2009

СОДЕРЖАНИЕ

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Дукарт А. В. Об установившихся колебаниях двухмассовой системы с демпфированием при произвольной периодической возмущающей нагрузке ..... 3

ТЕОРИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ

Кургузов В. Д. О численном решении геометрически нелинейных задач строительной механики ..... 14

Корнеев А. В., Трещев А. А.

Учет влияния водородсодержащей среды на напряженно-деформированное состояние материалов на основе титановых сплавов ... 23

СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ИЗДЕЛИЯ

Гарькина И. А., Данилов А. М., Королев Е. В. Когнитивное моделирование при синтезе композиционных материалов как сложных систем ..... 30

Коренькова С. Ф., Зимина В. Г., Горюхин Д. А.

Особенности формирования пористой структуры цементного камня с комплексным модификатором ..... 38

Логанина В. И. К вопросу о регулировании технологических процессов производства бетона ..... 42

ЭКОНОМИКА И ОРГАНИЗАЦИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА  
АВТОМАТИЗАЦИЯ И

<b>ТЕХНОЛОГИЯ СТРОИТЕЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА</b>	
<b>Молодин В. В., Паргачевская И. А.</b> Зимнее бетонирование плит перекрытий надземной части зданий в монолитном исполнении .....	46
<b>Титов М. М.</b> Технология предварительного электроразогрева бетонной смеси с использованием современного оборудования .....	56
<b>Аникеева М. Е., Пятых Н. В.</b> Разработка аналитического комплекса стратегического планирования развития строительных организаций .....	63
<b>ГИДРОТЕХНИЧЕСКОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО</b>	
<b>Пичугина С. В.</b> Учет влияния гидрологических факторов при обосновании режима регулирования стока равнинными водохранилищами в период зимней межени ....	71
<b>САНИТАРНАЯ ТЕХНИКА</b>	
<b>Войтов Е. Л., Сколубович Ю. Л., Сколубович А. Ю.</b> Методика технологического моделирования и расчета реакторов-осветлителей .....	79
<b>СТРОИТЕЛЬСТВО АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ И МОСТОВ</b>	
<b>Углова Е. В.</b> Моделирование деформирования нежестких дорожных конструкций при воздействии движущегося транспорта .....	87
<b>СТРОИТЕЛЬНЫЕ И ДОРОЖНЫЕ МАШИНЫ</b>	
<b>Кононов А. Д., Авдеев Ю. В., Кононов А. А.</b> Алгоритм обработки сигналов датчиков системы следящего дистанционного управления землеройно-транспортными машинами .....	95
<b>НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ</b>	
<b>Абсиметов В. Э., Клюев С. В., Клюев А. В.</b> Оптимальное проектирование динамически нагруженных стержневых систем .....	100
<b>Бокарев С. А., Соловьев Л. Ю., Рогова Е. В.</b> Методика оценки грузоподъемности сталежелезобетонных железнодорожных пролетных строений .....	106
<b>Сапожников А. И., Мишичев А. И.</b> Динамический анализ пространственной работы промышленных зданий при различных режимах торможения крана .....	115
<b>НАУЧНАЯ ИНФОРМАЦИЯ</b>	
<b>Костин В. И.</b> Учебная литература для специальности «Теплогазоснабжение и вентиляция» .....	123

## **СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ**

**УДК 624.042 : 534.014**

**А. В. ДУКАРТ**

### **ОБ УСТАНОВИВШИХСЯ КОЛЕБАНИЯХ ДВУХМАССОВОЙ СИСТЕМЫ С ДЕМПФИРОВАНИЕМ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ВОЗМУЩАЮЩЕЙ НАГРУЗКЕ**

Рассматриваются стационарные колебания линейной неавтономной механической системы с двумя степенями свободы при произвольном законе изменения периодического возмущающего воздействия. Предполагается, что исходная система обладает непропорциональным демпфированием, а функции возмущающего воздействия удовлетворяют условиям Дирихле. В замкнутой форме получено решение, описывающее установившиеся колебания рассматриваемой системы с периодом возмущающего воздействия. В качестве примера найдены колебания системы при возмущающем воздействии, заданном законом «прямоугольного синуса»...

механическая система, степень свободы, произвольная периодическая нагрузка, установившиеся (стационарные) колебания, непропорциональное демпфирование, частотно-независимое трение.

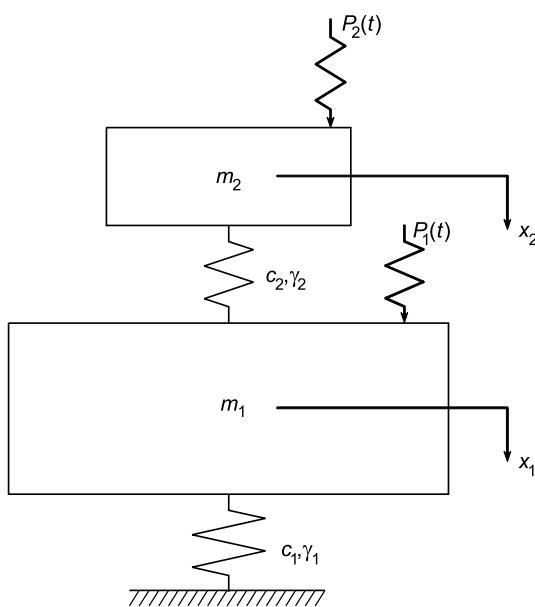
Расчетные схемы в виде систем с дискретным распределением масс широко применяются для исследования колебаний конструкций самых различных назначений в промышленном и гражданском строительстве, машиностроении, авиастроении, судостроении и других отраслях техники. Для широкого класса конструкций (фундаменты под машины; балки и плиты, несущие тяжелое сосредоточенное оборудование; виброзолированные установки; конструкции, имеющие разреженный спектр частот собственных колебаний и др.) достаточная для практики точность вычислений, полнота и достоверность информации о работе конструкции может быть получена при использовании в качестве расчетных моделей простейших систем с одной и двумя степенями свободы. Подробному анализу таких систем при различных силовых и кинематических внешних воздействиях посвящены многочисленные исследования, составляющие основу курсов теории колебаний и динамики строительных конструкций [1–5]. Важно также отметить методическое значение рассмотрения колебаний одномассовых и двухмассовых систем, простота расчетных моделей которых позволяет детально изучить многообразие инженерных постановок задач динамического расчета конструкций и сооружений. Кроме того, система с двумя степенями свободы, занимая промежуточное положение между одномассовой и многомассовыми расчетными схемами конструкций и сооружений, является простейшей моделью для исследования большинства динамических характеристик систем с несколькими степенями свободы. Ее изучение позволяет объяснить влияние колебаний системы друг на друга (явление наложения или связанности колебаний).

---

© Дукарт А. В., 2009

ний), принципы работы поглотителей колебаний, каскадной виброизоляции, динамических и ударных гасителей колебаний и другие явления.

Динамические нагрузки, создаваемые большинством машин непрерывного действия, изменяются по гармоническому закону либо являются некоторыми периодическими функциями времени более сложного характера [6, 7]. При этом сами колебания механических систем редко бывают чисто гармоническими. Например, колебания конструкций, вызываемые работой машин с кулачковыми и кривошипно-шатунными механизмами, состоят из нескольких гармонических колебаний с разными амплитудами и частотами. Следует также отметить, что не всегда динамические нагрузки, передаваемые на конструкции и сооружения, являются непрерывными функциями времени. Во многих технических приложениях приходится иметь дело с кусочно-непрерывными внешними воздействиями, задаваемыми различными непрерывными функциями в следующих друг за другом интервалах времени. Примерами таких динамических нагрузок могут служить: постоянная по величине, но периодически меняющая свое направление возмущающая сила (воздействие типа «прямоугольный синус»); периодическая последовательность односторонне или двухсторонне направленных «безмассовых» ударов (толчков), в частном случае — мгновенных импульсов; непрерывная периодическая возмущающая сила, изменяющаяся по закону «выпрямленной» синусоиды и др.



Обобщенная модель двухмассовой системы с последовательным соединением звеньев

вается гипотезой частотно-независимого трения Е. С. Сорокина [9]. Обозначая абсолютные координаты перемещений масс  $m_1$  и  $m_2$  относительно положения равновесия через  $x_1$  и  $x_2$ , получим следующие дифференциальные уравнения движения системы:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1(u_1 + iv_1)x_1 + c_2(u_2 + iv_2)(x_1 - x_2) &= P_1(t); \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2(u_2 + iv_2)(x_2 - x_1) &= P_2(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $u_j = (4 - \gamma_j^2) / (4 + \gamma_j^2)$ ;  $v_j = 4\gamma_j / (4 + \gamma_j^2)$ ;  $j = 1, 2$ ;  $i = \sqrt{-1}$ ;

$c_j$ ,  $\gamma_j$  — соответственно квазиупругий коэффициент и коэффициент неупругого сопротивления  $j$ -го звена системы.

В данной статье рассматриваются стационарные колебания линейной двухмассовой механической системы с последовательным расположением масс (рисунок), вызываемые периодическими возмущающими силами  $P_j(t)$  общего вида. Предполагается, что функции  $P_j(t)$  периода  $T$  на интервале времени  $0 \leq t \leq T$  удовлетворяют так называемым условиям Дирихле [8], т.е. функции  $P_j(t)$  являются функциями ограниченной вариации на каждом конечном интервале, на котором они ограничены и имеют конечное число экстремальных значений и точек разрыва первого рода. Для определенности будем считать, что демпфирование в звеньях системы описы-

Для отыскания периодических решений уравнений (1), соответствующих установившимся колебаниям рассматриваемой системы, могут быть использованы различные способы [1–5]. Наиболее простой из них основан на возможности разложения периодических возмущающих сил  $P_j(t)$  с частотой  $\theta = 2\pi/T$  в виде суммы бесконечного числа простых гармонических составляющих с частотами  $n\theta$ , кратными основной частоте;  $n$  — целые положительные числа. Рассматриваемая система линейна, поэтому в силу принципа суперпозиции решение уравнений (1) может быть получено как линейная сумма отдельных реакций системы в виде частных решений уравнений (1), соответствующих каждой отдельной гармонической составляющей разложения возмущающих сил  $P_j(t)$  в ряды Фурье. Таким образом, решение задачи о действии произвольной периодической возмущающей нагрузки на линейную систему фактически сводится к определению однотипных выражений для ее движений, соответствующих гармонической силе определенной частоты. Получаемое решение во многих случаях оказывается относительно трудоемким, так как практические вычисления могут быть связаны с необходимостью учета большого числа слагаемых разложения возмущающего воздействия вследствие слабой сходимости соответствующих рядов. Вместе с тем описанный способ построения периодических решений позволяет отчетливо выявлять резонансные режимы колебаний системы.

Более общий способ определения установившихся режимов движения рассматриваемой системы при произвольном периодическом воздействии состоит в использовании разложения решения по собственным формам колебаний (в литературе известен как метод главных координат). Основное преимущество данного способа состоит в разделении уравнений движения и сведении в общем случае задачи о колебаниях многомассовой системы к нескольким задачам о колебаниях систем с одной степенью свободы, число которых равно числу степеней свободы. Следует отметить, что способ разложения решения по собственным формам колебаний позволяет получить точное решение задачи при отсутствии диссиpации энергии в звеньях системы, а также для систем с так называемым пропорциональным демпфированием, так как только в этих случаях главные координаты оказываются не связанными между собой. В общем случае многомассовой системы с непропорциональным демпфированием введение главных координат не приводит к независимым дифференциальным уравнениям относительно каждой из них. В частности, метод главных координат не всегда применим к системам, содержащим специально введенные элементы трения (демпферы колебаний). На частотах возмущающего воздействия, близких к резонансным, силы сопротивления в отдельных звеньях таких систем существенно искажают формы колебаний. Поэтому использование метода главных координат в его классической форме, например для решения задач оптимизации параметров и оценки эффективности динамических [10] и ударных [11] гасителей колебаний, может привести к существенным погрешностям расчета. В этих случаях могут быть использованы различные модифицированные методы, в частности основанные на разложении решения по собственным формам колебаний некоторой «близкой» системы без демпфирования [10].

Прикладные исследования механических систем во многих случаях связаны с установлением закона движения, соответствующего заданному процессу изменения возмущающего воздействия. Примерами таких задач являются: определение уровня колебаний грунта, возбуждаемых волнами напряжений, распространяющимися от промышленных источников вибрации.

рации и транспортных средств [12]; определение кинематических воздействий на радиоэлектронную аппаратуру при ее функционировании и транспортировке [13] и др. Для отыскания стационарных колебаний механических систем с конечным числом степеней свободы при произвольном периодическом воздействии можно воспользоваться известным в теории линейных дифференциальных уравнений [8] общим методом вариации произвольных постоянных, дающим решение в виде квадратур. Для рассматриваемой здесь двухмассовой системы (см. рис.), как и для системы с одной степенью свободы [14, 15], он позволяет получить периодическое решение в замкнутой форме.

Будем далее считать, что исходная система (см. рис.), колебания которой описываются уравнениями (1), обладает непропорциональным демпфированием. Для решения задачи отыскания периодических колебаний воспользуемся импульсными реакциями системы [2, 14, 15]. Для их определения предварительно рассмотрим свободные колебания системы, вызываемые единичным мгновенным импульсом  $S = 1$ , прикладываемым к массе  $m_1$  или к массе  $m_2$ . Пусть импульс  $S=1$  в момент времени  $t = \tau$  приложен к массе  $m_1$  покоящейся системы. При  $t \leq \tau^-$  система неподвижна, а при  $t \geq \tau^+$  она совершает свободные затухающие колебания, которые описываются вещественными функциями [11] (здесь  $\tau^-$  и  $\tau^+$  — соответственно моменты времени непосредственно до и после приложения импульса; для мгновенного импульса  $\tau^+ - \tau^- \rightarrow 0$ ):

$$x_j^S(t) = 2 \sum_{v=1}^2 e^{-0.5h_v(t-\tau)} [\alpha_{2v-1}^{(j)} \cos \omega_v(t-\tau) - \alpha_{2v}^{(j)} \sin \omega_v(t-\tau)], \quad (2)$$

причем

$$\alpha_{2v-1}^{(2)} = \alpha_{2v-1}^{(1)} \beta_{2v-1} - \alpha_{2v}^{(1)} \beta_{2v}; \quad \alpha_{2v}^{(2)} = \alpha_{2v-1}^{(1)} \beta_{2v} + \alpha_{2v}^{(1)} \beta_{2v-1}.$$

Здесь  $\omega_v$ ,  $h_v$  — частоты свободных колебаний и соответствующие им коэффициенты демпфирования системы, являющиеся простыми комплексно-сопряженными корнями  $\lambda_{2v-1,2v} = -0.5h_v \pm i\omega_v$  характеристического уравнения

$$\begin{aligned} m_1 m_2 \lambda_l^4 + [c_1 m_2 (u_1 + iv_1) + c_2 (m_1 + m_2)(u_2 + iv_2)] \lambda_l^2 + \\ + c_1 c_2 [(u_1 u_2 - v_1 v_2) + i(u_1 v_2 + u_2 v_1)] = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Корни уравнения (3) могут быть найдены как аналитическими, так и численными методами [8].

Коэффициенты распределения амплитуд  $\beta_{2v-1}$ ,  $\beta_{2v}$  вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} \beta_{2v-1} &= c_2 \{ [m_2 (0.25h_v^2 - \omega_v^2) + u_2 c_2] u_2 + (v_2 c_2 - m_2 h_v \omega_v) v_2 \} / \sigma_v; \\ \beta_{2v} &= c_2 \{ [m_2 (0.25h_v^2 - \omega_v^2) + u_2 c_2] v_2 - (v_2 c_2 - m_2 h_v \omega_v) u_2 \} / \sigma_v; \\ \sigma_v &= [m_2 (0.25h_v^2 - \omega_v^2) + u_2 c_2]^2 + (v_2 c_2 - m_2 h_v \omega_v)^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Для определения постоянных  $\alpha_l^{(1)}$  ( $l = \overline{1, 4}$ ), входящих в решение (2), используются начальные условия, относящиеся к моменту исчезновения мгновенного импульса, т.е. к моменту времени  $t = \tau^+$ :

$$x_1^S(\tau) = 0; \quad \dot{x}_1^S(\tau) = \frac{1}{m_1}; \quad x_2^S(\tau) = 0; \quad \dot{x}_2^S(\tau) = 0. \quad (5)$$

Условия (5) приводят к системе алгебраических уравнений относительно постоянных, решение которой определяется в замкнутом виде

$$\alpha_1^{(1)} = \frac{1}{m_1 \Delta_S} u_{11}; \quad \alpha_2^{(1)} = \frac{1}{m_1 \Delta_S} v_{11}; \quad \alpha_3^{(1)} = \frac{1}{m_1 \Delta_S} u_{12}; \quad \alpha_4^{(1)} = \frac{1}{m_1 \Delta_S} v_{12}, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} u_{11} &= -u_{12} = 2(\omega_2 \beta_2 \beta_3 - \omega_1 \beta_1 \beta_4) - \beta_2 \beta_4 (h_2 - h_1); \\ v_{11} &= 2[\omega_2 (\beta_1 \beta_3 - \beta_3^2 - \beta_4^2) + \omega_1 \beta_2 \beta_4] - \beta_1 \beta_4 (h_2 - h_1); \\ v_{12} &= 2[\omega_1 (\beta_1 \beta_3 - \beta_1^2 - \beta_2^2) + \omega_2 \beta_2 \beta_4] + \beta_2 \beta_3 (h_2 - h_1); \\ \Delta_S &= 4\{\omega_1 \omega_2 [(\beta_1 - \beta_3)^2 + \beta_2^2 + \beta_4^2] - \beta_2 \beta_4 [0,25(h_1 - h_2)^2 + \omega_1^2 + \omega_2^2]\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя (6) в (2), найдем искомую реакцию системы на действие единичного мгновенного импульса, приложенного к массе  $m_1$ , при  $t \geq \tau^+$

$$x_j^S(t) = \frac{2}{m_1 \Delta_S} \sum_{v=1}^2 e^{-0.5h_v(t-\tau)} [u_{jv} \cos \omega_v(t-\tau) - v_{jv} \sin \omega_v(t-\tau)], \quad (8)$$

причем здесь

$$u_{2v} = u_{1v} \beta_{2v-1} - v_{1v} \beta_{2v}; \quad v_{2v} = u_{1v} \beta_{2v} + v_{1v} \beta_{2v-1}. \quad (9)$$

Пусть теперь мгновенный импульс  $S=1$  приложен в момент времени  $t = \tau$  к массе  $m_2$  системы. Предположим сначала, что направление его действия совпадает с направлением действия импульса, приложенного к массе  $m_1$ . Тогда начальные условия движения системы при  $t = \tau^+$  принимают вид

$$x_1^S(\tau) = 0; \quad \dot{x}_1^S(\tau) = 0; \quad x_2^S(\tau) = 0; \quad \dot{x}_2^S(\tau) = \frac{1}{m_2}. \quad (10)$$

Повторив процедуру определения входящих в (2) постоянных  $\alpha_l^{(1)}$  с помощью условий (10), найдем импульсную реакцию системы для данного случая также в виде функций (8), в которых величины  $u_{1v}$ ,  $v_{1v}$  вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} u_{11} &= -u_{12} = -\frac{2m_1}{m_2} (\beta_2 \omega_2 - \beta_4 \omega_1); \\ v_{11} &= -\frac{m_1}{m_2} [\beta_4 (h_1 - h_2) + 2\omega_2 (\beta_1 - \beta_3)]; \\ v_{12} &= -\frac{m_1}{m_2} [\beta_2 (h_2 - h_1) - 2\omega_1 (\beta_1 - \beta_3)]. \end{aligned} \quad (11)$$

Вычисление коэффициентов  $u_{2v}$ ,  $v_{2v}$  по-прежнему производится по формулам (9).

Реакция системы на действие мгновенных импульсов  $S=1$  одинакового направления, прикладываемых одновременно к обеим массам, также определяется выражением (8), причем на основании принципа суперпозиции величины  $u_{jv}$ ,  $v_{jv}$  следует принять равными сумме величин, найденных по формулам (7), (9) и (11).

При изменении направления действия единичного импульса на противоположное необходимо ввести знак минус либо в выражении (8) для функций  $x_j^S(t)$ , либо изменить на противоположный знак выражений (7) или (11) для величин  $u_{1v}$ ,  $u_{2v}$ .

Используя полученные соотношения, найдем импульсную реакцию системы на действие противоположно направленных импульсов  $S = 1$ , прикладываемых одновременно к массам  $m_1$  и  $m_2$  в момент времени  $t = \tau$ . Колебания системы в этом случае также описываются выражением (8), в котором с учетом (7) и (11) следует принять

$$\begin{aligned} u_{11} &= -u_{12} = 2(\omega_2\beta_2\beta_3 - \omega_1\beta_1\beta_4) - \beta_2\beta_4(h_2 - h_1) + \frac{2m_1}{m_2}(\beta_2\omega_2 - \beta_4\omega_1); \\ v_{11} &= 2[\omega_2(\beta_1\beta_3 - \beta_3^2 - \beta_4^2) + \omega_1\beta_2\beta_4] - \beta_1\beta_4(h_2 - h_1) + \\ &\quad + \frac{m_1}{m_2}[\beta_4(h_1 - h_2) + 2\omega_2(\beta_1 - \beta_3)]; \\ v_{12} &= 2[\omega_1(\beta_1\beta_3 - \beta_1^2 - \beta_2^2) + \omega_2\beta_2\beta_4] + \beta_2\beta_3(h_2 - h_1) + \\ &\quad + \frac{m_1}{m_2}[\beta_2(h_2 - h_1) - 2\omega_1(\beta_1 - \beta_3)]. \end{aligned} \quad (12)$$

Импульсы указанного типа характерны для виброударных систем [16], в частности для систем с ударными виброгасителями [11], колебания которых сопровождаются неупругими соударениями масс или ударами масс о неподвижный ограничитель.

Определив импульсные реакции системы, вернемся к исходной задаче, т.е. к случаю произвольной периодической возмущающей нагрузки. Предположим, что колебания системы создаются возмущающей силой  $P_1(t)$ , приложенной к массе  $m_1$ . Будем рассматривать ее в интервале  $[0, t]$  как бесконечную последовательность элементарных импульсов  $P_1(\tau)d\tau$ . Ввиду линейности уравнений (1) колебания системы, вызываемые каждым отдельным импульсом, легко найти с помощью (8), а движение системы, создаваемое заданной силой  $P_1(t)$ , является наложением влияния всех элементарных импульсов, расположенных в интервале  $[0, t]$ , т.е. дается определенным интегралом

$$x_j^P(t) = \frac{2}{m_1\Delta_S} \sum_{v=1}^2 \int_0^t P_1(\tau) e^{-0.5h_v(t-\tau)} [u_{jv} \cos \omega_v(t-\tau) - v_{jv} \sin \omega_v(t-\tau)] d\tau. \quad (13)$$

Выражение (13) соответствует нулевым начальным условиям движения системы и в общем случае не является периодической функцией времени, даже в предположении периодичности функции  $P_1(t)$ . Отметим также, что решение (13) в виде квадратур, как и для систем с одной степенью свободы [2, 14, 15], получено здесь, фактически не прибегая к методу вариации произвольных постоянных.

При ненулевых начальных условиях общее движение системы определяется суммой вынужденных (13) и затухающих свободных (2) колебаний. Таким образом, для любого момента времени  $t$  в интервале  $[0, T]$  движение масс описывается выражением

$$\begin{aligned} x_j(t) &= x_j^S(t) + x_j^P(t) = 2 \sum_{v=1}^2 e^{-0.5h_v t} (\alpha_{2v-1}^{(j)} \cos \omega_v t - \alpha_{2v}^{(j)} \sin \omega_v t) + \\ &\quad + \frac{2}{m_1\Delta_S} \sum_{v=1}^2 \int_0^t P_1(\tau) e^{-0.5h_v(t-\tau)} [u_{jv} \cos \omega_v(t-\tau) - v_{jv} \sin \omega_v(t-\tau)] d\tau. \end{aligned} \quad (14)$$

Для определения установившегося режима колебаний системы с периодом  $T$  возмущающей силы  $P_1(t)$  необходимо постоянные  $\alpha_{2v-1}^{(1)}, \alpha_{2v}^{(1)}$  решения (14) подчинить условиям периодичности движения масс:

$$x_j(T) = x_j(0); \quad \dot{x}_j(T) = \dot{x}_j(0); \quad j=1, 2, \quad (15)$$

которые приводят к следующей системе алгебраических уравнений:

$$\sum_{l=1}^4 b_{kl} \alpha_l^{(1)} = d_k; \quad k = \overline{1, 4}, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} b_{1,2v-1} &= 1 - e^{-0.5h_v T} \cos \omega_v T; \quad b_{1,2v} = e^{-0.5h_v T} \sin \omega_v T; \\ b_{2,2v-1} &= \beta_{2v-1} b_{1,2v-1} + \beta_{2v} b_{1,2v}; \quad b_{2,2v} = \beta_{2v-1} b_{1,2v} - \beta_{2v} b_{1,2v-1}; \\ b_{3,2v-1} &= \omega_v b_{1,2v} - 0.5h_v b_{1,2v-1}; \quad b_{3,2v} = -(\omega_v b_{1,2v-1} + 0.5h_v b_{1,2v}); \\ b_{4,2v-1} &= (\omega_v \beta_{2v-1} - 0.5h_v \beta_{2v}) b_{1,2v} - (0.5h_v \beta_{2v-1} + \omega_v \beta_{2v}) b_{1,2v-1}; \\ b_{4,2v} &= (0.5h_v \beta_{2v} - \omega_v \beta_{2v-1}) b_{1,2v-1} - (0.5h_v \beta_{2v-1} + \omega_v \beta_{2v}) b_{1,2v}; \\ d_1 &= \frac{1}{m_1 \Delta_S} \sum_{v=1}^2 (u_{1v} C_v - v_{1v} D_v); \quad d_2 = \frac{1}{m_1 \Delta_S} \sum_{v=1}^2 (u_{2v} C_v - v_{2v} D_v); \quad (17) \\ d_3 &= \frac{1}{m_1 \Delta_S} \sum_{v=1}^2 [(0.5h_v v_{1v} - \omega_v u_{1v}) D_v - (0.5h_v u_{1v} + \omega_v v_{1v}) C_v]; \\ d_4 &= \frac{1}{m_1 \Delta_S} \sum_{v=1}^2 [(0.5h_v v_{2v} - \omega_v u_{2v}) D_v - (0.5h_v u_{2v} + \omega_v v_{2v}) C_v]; \\ C_v &= \int_0^T P_1(\tau) e^{-0.5h_v(T-\tau)} \cos \omega_v(T-\tau) d\tau; \quad D_v = \int_0^T P_1(\tau) e^{-0.5h_v(T-\tau)} \sin \omega_v(T-\tau) d\tau. \end{aligned}$$

Решение системы уравнений (16) определяется в замкнутой форме:

$$\begin{aligned} \alpha_{2v-1}^{(1)} &= \frac{C_v(u_{1v} b_{1,2v-1} - v_{1v} b_{1,2v}) - D_v(u_{1v} b_{1,2v} + v_{1v} b_{1,2v-1})}{m_1 \Delta_S (b_{1,2v-1}^2 + b_{1,2v}^2)}; \quad (18) \\ \alpha_{2v}^{(1)} &= \frac{C_v(u_{1v} b_{1,2v} + v_{1v} b_{1,2v-1}) + D_v(u_{1v} b_{1,2v-1} - v_{1v} b_{1,2v})}{m_1 \Delta_S (b_{1,2v-1}^2 + b_{1,2v}^2)}. \end{aligned}$$

Подстановка (18) в (17) дает искомое периодическое решение, которое с учетом обозначений (17) принимает вид

$$\begin{aligned} x_j(t) &= \frac{1}{m_1 \Delta_S} \sum_{v=1}^2 \left\langle \frac{1}{\operatorname{ch} 0.5h_v T - \cos \omega_v T} \{ [u_{jv} (\cos \omega_v T - e^{-0.5h_v T}) - v_{jv} \sin \omega_v T] \times \right. \\ &\times \int_0^T P_1(\tau) e^{-0.5h_v(t-\tau)} \cos \omega_v(t-\tau) d\tau - [u_{jv} \sin \omega_v T + v_{jv} (\cos \omega_v T - e^{-0.5h_v T})] \times \\ &\times \int_0^T P_1(\tau) e^{-0.5h_v(t-\tau)} \sin \omega_v(t-\tau) d\tau \} + 2 \left[ u_{jv} \int_0^t P_1(\tau) e^{-0.5h_v(t-\tau)} \cos \omega_v(t-\tau) d\tau - \right. \\ &\left. \left. - v_{jv} \int_0^t P_1(\tau) e^{-0.5h_v(t-\tau)} \sin \omega_v(t-\tau) d\tau \right] \right\rangle; \quad j = 1, 2. \quad (19) \end{aligned}$$

Выражение (19) определяет движение системы в интервале  $0 \leq t \leq T$ . Отметим, что как и для одномассовой системы [14] решение (19), удовлетворяющее условиям (15), является периодическим с периодом  $T$ , так как дифференциальные уравнения (1) не изменяют своего вида при замене  $t$  на  $t+T$ , а начальные условия движения масс, согласно (15), также

одинаковы для моментов времени  $t=0$  и  $t=T$ . Имея законы движения масс  $x_j(t)$  для промежутка времени  $[0, T]$ , можно вследствие периодичности решение (19) без изменений сместить в соседние промежутки времени  $[T, 2T]$ ,  $[2T, 3T]$  и т.д.

Рассмотрим случай периодической возмущающей силы  $P_1(t)$  периода  $T$ , изменяющей знак через полупериод, т.е. удовлетворяющей условию  $P_1(t+0,5T)=-P_1(t)$ . По-прежнему считаем  $P_2(t)\equiv 0$ . Для отыскания периодического решения дифференциальных уравнений (1) вынужденных колебаний системы, также меняющего знак через полупериод, необходимо постоянные  $\alpha_l^{(1)}$  функций (14) подчинить следующим условиям:

$$x_j^S(0,5T)=-x_j^S(0); \quad \dot{x}_j^S(0,5T)=-\dot{x}_j^S(0); \quad j=1, 2. \quad (20)$$

Используя условия (20), получим относительно  $\alpha_l^{(1)}$  систему алгебраических уравнений вида (16), причем коэффициенты первого уравнения вычисляются по формулам:

$$b_{1,2v-1}=e^{-0,25h_vT}\cos 0,5\omega_vT+1; \quad b_{1,2v}=-e^{-0,25h_vT}\sin 0,5\omega_vT, \quad (21)$$

коэффициенты других уравнений — по формулам (17), а в формулах для величин  $C_v$  и  $D_v$ , входящих в свободные члены  $d_k$ , следует изменить верхний предел интегрирования  $T$  на  $0,5T$ . Решение полученных таким образом уравнений также определяется в форме (18). После его подстановки в (14) с учетом (21) найдем периодическое решение в интервале  $0 \leq t \leq 0,5T$ :

$$\begin{aligned} x_j(t)= & \frac{1}{m_1\Delta_S} \sum_{v=1}^2 \left\langle \frac{1}{\operatorname{ch} 0,5h_vT + \cos \omega_vT} \{ [v_{jv} \sin 0,5\omega_vT - \right. \right. \\ & - u_{jv}(\cos 0,5\omega_vT + e^{-0,25h_vT})] \times \int_0^{T/2} P_1(\tau) e^{-0,5h_v(t-\tau)} \cos \omega_v(t-\tau) d\tau + \\ & + [v_{jv}(\cos 0,5\omega_vT + e^{-0,25h_vT}) + u_{jv} \sin 0,5\omega_vT] \times \\ & \times \int_0^{T/2} P_1(\tau) e^{-0,5h_v(t-\tau)} \sin \omega_v(t-\tau) d\tau \} + 2 \left[ u_{jv} \int_0^t P_1(\tau) e^{-0,5h_v(t-\tau)} \cos \omega_v(t-\tau) d\tau - \right. \\ & \left. \left. - v_{jv} \int_0^t P_1(\tau) e^{-0,5h_v(t-\tau)} \sin \omega_v(t-\tau) d\tau \right] \right\rangle. \end{aligned} \quad (22)$$

Для определения движения системы в промежутке времени  $[0,5T; T]$  необходимо решение (22) продолжить нечетным образом:

$$x_j(t+0,5T)=-x_j(t); \quad j=1, 2.$$

Далее, как указано выше, уравнения колебаний масс  $x_j(t)$  на интервале  $0 \leq t \leq T$  на основании периодичности необходимо повторить в промежутках времени  $[T, 2T]$ ,  $[2T, 3T]$  и т.д.

Периодические решения в виде (19) и (22) сохраняются и в тех случаях, когда внешнее возмущение задано силой  $P_2(t)$ , приложенной к массе  $m_2$ , или силами  $P_1(t)$  и  $P_2(t)$  одинакового периода, одновременно приложенными к массам  $m_1$  и  $m_2$ ; следует только учесть замечания относительно вычисления величин  $u_{jv}$ ,  $v_{jv}$  при нахождении реакций системы на действие единичных мгновенных импульсов.

Аналогичная задача определения установившихся колебаний двухмассовой системы с вязким трением, учитываем только для второго звена ( $j=2$ ), рассматривалась в работе [17], где для отыскания периодических

решений используется метод непосредственного интегрирования дифференциальных уравнений вида (1). Другой путь нахождения стационарных колебаний связан с использованием реакций системы на действие единичной ступеньчатой нагрузки [5] вместо реакции системы на действие единичного мгновенного импульса. Большое число задач определения установившихся движений одномассовой системы при периодических возмущениях специального вида с использованием методов операционного исчисления приведено в монографии [18].

В качестве примера рассмотрим стационарные колебания системы, вызываемые периодической возмущающей силой  $P_1(t)$ , заданной законом «прямоугольного синуса». В промежутке времени  $[0, T]$  такая сила, как и для любого другого цикла, определяется выражением

$$P_1(t) = \begin{cases} P_0 & \text{при } 0^+ \leq t \leq 0,5T^-, \\ -P_0 & \text{при } 0,5T^+ \leq t \leq T^-, \end{cases} \quad (23)$$

где знаками « $-$ » и « $+$ » обозначены моменты времени непосредственно до и после скачкообразного изменения силы при  $t = \pm 0,5Tk$ ;  $k$  — целые положительные числа в интервале  $(-\infty, \infty)$ .

Так как возмущающая сила меняет знак через полупериод, достаточно найти искомые уравнения движения системы для промежутка времени  $[0; 0,5T]$ , используя для этого решение (22). Подставляя (23) в (22) и воспользовавшись таблицами интегралов [19], после элементарных преобразований получим функции  $x_j(t)$ , описывающие периодические колебания масс в виде

$$x_j(t) = \frac{P_0}{m_1 \Delta_S} \sum_{v=1}^2 \frac{e^{-0,5h_v t}}{0,25h_v^2 + \omega_v^2} \left[ \frac{1}{\operatorname{ch} 0,25h_v T + \cos 0,5\omega_v T} \psi_{jv}(t) + \varphi_{jv}(t) \right]. \quad (24)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \psi_{jv}(t) = & 2[(0,5h_v v_{jv} + \omega_v u_{jv})(\operatorname{sh} 0,25h_v T \sin \omega_v t - \sin 0,5\omega_v T \cos \omega_v t) + \\ & + (\omega_v v_{jv} - 0,5h_v u_{jv})(\operatorname{sh} 0,25h_v T \cos \omega_v t + \sin 0,5\omega_v T \sin \omega_v t)]; \\ \varphi_{jv}(t) = & 2[(0,5h_v u_{jv} - \omega_v v_{jv})(e^{0,5h_v t} - \cos \omega_v t) + (0,5h_v v_{jv} + \omega_v u_{jv}) \sin \omega_v t)]. \end{aligned}$$

Как уже отмечалось, в уравнениях движения (24) в полупериоде  $[0,5T; T]$ , когда возмущающая сила отрицательна, знак функций  $x_j(t)$  следует сменить на обратный.

В частном случае возмущающая нагрузка может быть задана периодически прикладываемыми к массам кратковременными силами конечной продолжительности  $t_0$ . Совместная начало отсчета времени ( $t = 0$ ) с моментом приложения сил, для любого цикла можно выразить периодическую силу  $P_j(t)$  как

$$\begin{cases} P_j(t) \neq 0 & \text{при } 0 \leq t \leq t_0, \\ P_j(t) = 0 & \text{при } t_0 \leq t \leq T. \end{cases} \quad (25)$$

Примерами таких возмущающих сил являются периодические импульсивные нагрузки, создаваемые машинами ударного действия [7]. Такие же нагрузки создаются при основных режимах периодических колебаний виброударных систем и систем с ударными гасителями колебаний [11, 16] при учете длительности контактных взаимодействий масс. Для определения стационарных колебаний системы, вызываемых возмущающими силами вида (25), необходимо в уравнении (19) изменить верхний предел интегрирования  $T$  на  $t_0$ . Если функции  $P_j(t)$  меняют знак через полупериод, для нахождения установившихся движений системы следует внести

соответствующие изменения в (22). Выполнив в полученных таким образом уравнениях движения предельный переход при  $t_0 \rightarrow 0$ , найдем как частные случаи решения задач о стационарных колебаниях рассматриваемой системы, вызываемых периодическими мгновенными импульсами одностороннего и двухстороннего направлений [11].

**Выводы.** Уравнения стационарных колебаний двухмассовой системы в виде (19), (22) и вытекающих из них следствий могут быть использованы для решения задач определения оптимальных параметров гасителей колебаний и двухзвенной виброизоляции, анализа симметричных и несимметричных режимов движения виброударных систем и в других случаях, связанных с необходимостью расчета рассматриваемой системы на действие периодических возмущающих воздействий специального вида. Уравнения установившихся колебаний системы существенно упрощаются, когда рассеянием энергии в ее звеньях допускается пренебречь, например, при расчете параметров динамических и ударных гасителей без затухания для случаев внешнего возмущения с фиксированной и мало изменяющейся частотой.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабаков, И. М. Теория колебаний [Текст]/И. М. Бабаков.— М.: Дрофа, 2004.— 592 с.
2. Бидерман, В. Л. Теория механических колебаний [Текст]/В. Л. Бидерман.— М.: Вышш. шк., 1980.— 408 с.
3. Клаф, Р. Динамика сооружений [Текст]/Р. Клаф, Дж. Пензиен.— М.: Стройиздат, 1979.— 320 с.
4. Тимошенко, С. П. Колебания в инженерном деле [Текст]/С. П. Тимошенко.— М.: КомКнига, 2007.— 440 с.
5. Цзе, Ф. С. Механические колебания [Текст]/Ф. С. Цзе, И. Е. Морзе, Р. Т. Хинкл.— М.: Машиностроение, 1966.— 508 с.
6. Вибрации в технике [Текст]: справочник. Т. 4. Вибрационные процессы и машины; под ред. Э. Э. Лавендела.— М.: Машиностроение, 1981.— 509 с.
7. Динамический расчет зданий и сооружений [Текст]: справочник проектировщика; под ред. Б. Г. Коренева, И. М. Рабиновича.— М.: Стройиздат, 1984.— 303 с.
8. Корн, Г. Справочник по математике. Для научных работников и инженеров [Текст]/Г. Корн, Т. Корн.— М.: Наука, 1973.— 832 с.
9. Сорокин, Е. С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем [Текст]/Е. С. Сорокин.— М.: Стройиздат, 1960.— 131 с.
10. Коренев, Б. Г. Динамические гасители колебаний: Теория и технические приложения [Текст]/Б. Г. Коренев, Л. М. Резников.— М.: Наука, 1988.— 304 с.
11. Дукарт, А. В. Задачи теории ударных гасителей колебаний [Текст]/А. В. Дукарт.— М.: АСВ, 2006.— 208 с.
12. Динамический расчет сооружений на специальные воздействия [Текст]: справочник проектировщика; под ред. Б. Г. Коренева, И. М. Рабиновича.— М.: Стройиздат, 1981.— 215 с.
13. Карпушин, В. Б. Вибрации и удары в радиоаппаратуре [Текст]/В. Б. Карпушин.— М.: Советское радио, 1971.— 344 с.
14. Лойцянский, Л. Г. Курс теоретической механики. Т. 2. Динамика [Текст]/Л. Г. Лойцянский, А. И. Лурье.— М.: Дрофа, 2006.— 720 с.
15. Пановко, Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара [Текст]/Я. Г. Пановко.— Л.: Политехника, 1990.— 272 с.
16. Кобринский, А. Е. Виброударные системы (Динамика и устойчивость) [Текст]/А. Е. Кобринский, А. А. Кобринский.— М.: Наука, 1973.— 592 с.
17. Глазырин, В. С. О применении антивибраторов и гасителей колебаний при импульсивных нагрузках [Текст]/В. С. Глазырин // Исследования по динамике сооружений.— М.: Стройиздат, 1974.— Вып. 34.— С.135–149.
18. Лурье, А. И. Операционное исчисление и его приложения к задачам механики [Текст]/А. И. Лурье.— М.: ГИТТЛ, 1950.— 432 с.
19. Двайт, Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы [Текст]/Г. Б. Двайт.— М.: Наука, 1973.— 228 с.

ДУКАРТ А. В., д-р техн. наук, проф.  
Московский государственный строительный университет

Получено 06.02.09

**Dukart A. V.**, doctor of technical sciences, professor, Moscow State University of Civil Engineering, Russia

## ON PERIODIC OSCILLATIONS OF A TWO-MASS DAMPED SYSTEM WITH AN ARBITRARY EXCITING FORCE

Stationary forced oscillations of a linear nonautonomous mechanical system with two degrees of freedom are considered. It is supposed that an arbitrary periodic exciting force satisfies the Dirichlet conditions and the system possesses disproportionate damping. An explicit solution describing periodic oscillations of the system with the period of excitation is received. As an example, oscillations of the system under an excitation in the form of «a rectangular sine» are found...

mechanical system, degree of freedom, arbitrary periodic loading, stationary oscillations, disproportionate damping, frequency — independent friction.

### REFERENCES

1. Babakov, I. M. Theory of Vibrations [Text]/I. M. Babakov.— M.: Drofa, 2004.— 592 p.
2. Biderman, V. L. Theory of Mechanical Vibrations [Text]/V. L. Biderman.— M.: Vysch. schk., 1980.— 408 p.
3. Klaff, R. Dynamics of Structures [Text]/R. Klaff, J. Penzien.— M.: Stroyizdat, 1979.— 320 p.
4. Timoshenko, S. P. Vibrations in Engineering [Text]/S. P. Timoshenko.— M.: KomKniga, 2007.— 440 p.
5. Tse, F. S. Mechanical Vibrations [Text]/F. S. Tse, I. E. Morze, R. T. Khinkle.— M.: Mashinostroyeniye, 1966.— 508 p.
6. Vibrations in Equipment [Text]: Handbook. Vol. 4. Vibration Processes and Machines; ed. by E. E. Lavendel.— M.: Mashinostroyeniye, 1981.— 509 p.
7. Dynamic Analysis of Buildings and Structures [Text]: Designer's Handbook; ed. by B. G. Korenev, I. M. Rabinovich.— M.: Stroyizdat, 1981.— 303 p.
8. Korn, G. Mathematics Handbook for Scientists and Engineers [Text]/G. Korn, T. Korn.— M.: Nauka, 1973.— 832 p.
9. Sorokin, E. S. On Theory of Internal Friction under Vibrations of Elastic System [Text]/E. S. Sorokin.— M.: Stroyizdat, 1960.— 131 p.
10. Korenev, B. G. Dynamic Vibration Dampers: Theory and Engineering Applications [Text]/B. G. Korenev, L. M. Reznikov.— M.: Nauka, 1988.— 304 p.
11. Dukart, A. V. Problems of Theory of Impact Vibration Damper [Text]/A. V. Dukart.— M.: ACB, 2006.— 208 p.
12. Dynamic Analysis of Structures under Special Impacts [Text]: Designer's Handbook; ed. by B. G. Korenev, I. M. Rabinovich.— M.: Stroyizdat, 1981.— 215 p.
13. Karpushin, V. B. Vibrations and Impacts in Radioequipment [Text]/V. B. Karpushin.— M.: Sovetskoye Radio, 1971.— 344 p.
14. Loytsyansky, L. G. Course of Theoretical Mechanics. Vol. 2. Dynamics [Text]/L. G. Loytsyansky, A. I. Lurie.— M.: Drofa, 2006.— 720 p.
15. Panovko, Ya. G. Basics of Applied Theory of Vibrations and Impact [Text]/Ya. G. Panovko.— L.: Politekhnika, 1990.— 272 p.
16. Kobrinsky, A. E. Vibroimpact Systems (Dynamics and Stability) [Text]/A. E. Kobrinsky, A. A. Kobrinsky.— M.: Nauka, 1973.— 592 p.
17. Glazyrin, V. S. On Application of Antivibrators and Vibration Dampers under Impulsive Loads [Text]/V. S. Glazyrin//Investigation of the Structural Dynamics.— M.: Stroyizdat, 1974.— Issue 34.— P. 135–149.
18. Lurie, A. I. Operational Calculus and Its Applications to Problems of Mechanics [Text]/A. I. Lurie.— M.: GITTL, 1950.— 432 p.
19. Dwite, G. B. Tables of Integrals and Other Mathematical Formulas [Text]/G. B. Dwite.— M.: Nauka, 1973.— 228 p.

## ТЕОРИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ

УДК 539.3

В. Д. КУРГУЗОВ

### О ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ<sup>1</sup>

Разработаны алгоритмы численного решения геометрически нелинейных задач деформирования стержневых конструкций (большие перемещения и повороты) при жестком нагружении, т.е. когда внешнее воздействие характеризуется заданными смещениями узлов. Решена задача о статическом деформировании плоской механической системы, состоящей из двух линейно-упругих стержней, испытывающих деформации растяжения-сжатия. Найдено все множество равновесных состояний системы, как устойчивых, так и неустойчивых, включая и все предельные точки. Достоверность решения данной задачи подтверждается совпадением результатов, полученных двумя различными способами силового воздействия на конструкцию (мягкое и жесткое нагружения), а также аналитическим анализом уравнений равновесия...

геометрическая нелинейность, метод конечных элементов.

В современной строительной индустрии уже трудно представить проектирование и расчет конструкций без САПР (систем автоматического проектирования), среди которых важнейшую роль играют пакеты компьютерных программ конечно-элементного анализа. В настоящее время метод конечных элементов (МКЭ) стал де-факто основным среди методов, используемых при исследовании самых разнообразных физических процессов, причем наиболее широкая сфера применения МКЭ связана с проблемами анализа прочности, жесткости, устойчивости и динамики инженерных конструкций и строительных сооружений.

Бесспорные преимущества МКЭ, обеспечившие его абсолютно доминирующее положение в области инженерных расчетов, — сочетание универсальности и мощности с минимальными упрощениями при анализе реальных конструкций, способность решать задачи практически любой сложности. Естественно, для создания адекватной расчетной модели и правильной интерпретации полученного решения необходимо иметь представление о механике деформируемого твердого тела (МДТТ) и критически относиться к получаемым результатам.

Многие задачи МДТТ сводятся к решению систем нелинейных алгебраических, трансцендентных или дифференциальных уравнений, содержащих параметр. Трудности, возникающие в геометрически нелинейных системах, видны уже при анализе процесса деформирования простейшей двухстержневой системы — фермы Мизеса [1], где зависимость сила — смещение является нелинейной. Еще большие трудности возникают при решении задач деформирования таких систем, как пологие арки и пологие оболочки. Например, для пологой арки связь

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 07-01-00163) и в рамках проекта № 11.16, входящего в программу Президиума РАН.

между нагрузкой и усилием распора имеет вид петлеобразной кривой [2], аналогичные особенности имеют решения для пологих оболочек [3].

Мощным инструментом решения подобного рода задач является метод продолжения решения по параметру [4]. В основе метода лежит идея движения вдоль множества решений с использованием на каждом шаге информации о решении, полученном на предыдущих шагах. Используемый в большинстве конечно-элементных программ метод длины дуги является одной из реализаций метода продолжения по наилучшему параметру. Ниже предлагается процедура численного решения геометрически нелинейных задач деформирования стержневых конструкций (фермы, рамы) при жестком нагружении, т.е. когда внешнее воздействие характеризуется заданными смещениями узлов фермы. В экспериментальной механике деформируемого твердого тела жесткое нагружение моделирует движение захватов испытательной машины с постоянной скоростью. При мягком нагружении контролируется величина силы, приложенной к образцу. Предлагаемый метод основан на методе продолжения решения по параметру и является его модификацией. Этот метод может быть использован для проверки правильности решения задач о квазистатическом деформировании стержневой конструкции при мягком нагружении, если вместо силового воздействия использовать контролируемое перемещение.

**1. Уравнения квазистатического деформирования стержневых конструкций.** Для решения задачи о деформировании стержневой конструкции с учетом больших смещений и поворотов воспользуемся хорошо развитой техникой численного решения нелинейных задач механики деформируемого твердого тела методом конечных элементов<sup>2</sup>.

Предполагаем, что материал стержней является линейно-упругим и все стержни работают в условиях чистого растяжения-сжатия. Следовательно, при использовании МКЭ функция формы первого порядка точно описывает поле перемещений и для моделирования каждого стержня достаточно использовать по одному одномерному двухузловому конечному элементу. Внутренняя сила  $f$ , возникающая в стержневом элементе при его деформации, определяется так:

$$f = c\epsilon, \quad \epsilon = (l - l_0) / l_0.$$

Здесь  $c$  — жесткость стержневого элемента ( $c = EA$ , где  $E$  — модуль Юнга,  $A$  — площадь поперечного сечения);  
 $l_0$  — начальная длина стержня;  
 $l$  — длина стержня в деформированном состоянии.  
В дальнейшем нам понадобится величина

$$f_l = \partial f / \partial l = c / l_0.$$

Обозначим через  $\mathbf{U}^e$  вектор перемещений стержневого элемента:

$$\mathbf{U}^e = [u_1^1 \ u_2^1 \ u_3^1 \ u_1^2 \ u_2^2 \ u_3^2]^T,$$

где  $u_j^i$  —  $j$ -я ( $j=1, 2, 3$ ) компонента вектора перемещений  $i$ -го ( $i=1, 2$ ) узла стержневого элемента.

Прямыми вычислениями можно показать выполнение равенства

$$\frac{\partial l}{\partial \mathbf{U}^e} = \mathbf{B}^T,$$

где  $\mathbf{B} = [-e_1 \ -e_2 \ -e_3 \ e_1 \ e_2 \ e_3]$ ,  $e_k = l_k / l$  ( $k=1, 2, 3$ ) являются компонентами вектора единичной длины  $\mathbf{e} = \mathbf{l} / l$ ,  $\mathbf{l} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$ ,  $l = \sqrt{\mathbf{l}^T \mathbf{l}}$  — длина стерж-

---

<sup>2</sup> Коробейников С. Н. Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.

невого элемента,  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  — радиус-векторы узлов стержневого элемента 1, 2 соответственно.

Вектор внутренних сил элемента  $\mathbf{F}^e$  теперь можно представить следующим образом:  $\mathbf{F}^e = f \mathbf{B}^T$ . С использованием стандартной процедуры метода конечных элементов<sup>3</sup> вектор внутренних сил стержневой конструкции  $\mathbf{F}$  определяется асSEMBЛИРОВАНИЕМ векторов внутренних сил  $\mathbf{F}^e$  ( $1 \leq e \leq M$ ) всех элементов, составляющих стержневую конструкцию.

Введем касательную матрицу жесткости  $\mathbf{K}^e$  стержневого элемента<sup>4</sup>:

$$\mathbf{K}^e = f_1 \mathbf{B}^T \mathbf{B} + \frac{f}{l} (\mathbf{P} - \mathbf{B}^T \mathbf{B}), \quad (1)$$

где  $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{I}$  — единичная матрица размера  $3 \times 3$ .

Заметим, что выражение (1) для касательной матрицы жесткости элемента является точным. В нем учитывается как изменение расстояния между узлами элемента (первый член в правой части (1)), так и поворот элемента (второй член в правой части (1)). Касательная матрица жесткости  $\mathbf{K}$  стержневой конструкции определяется асSEMBЛИРОВАНИЕМ касательных матриц жесткости  $\mathbf{K}^e$  всех элементов конструкции.

Линеаризованные уравнения квазистатического деформирования имеют вид<sup>5</sup>

$${}^t \mathbf{K} \mathbf{U} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^t \mathbf{F}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{U} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{U} - {}^t \mathbf{U}$  — вектор приращений перемещений;

${}^{t+\Delta t} \mathbf{R}$  — вектор внешних сил;

${}^t \mathbf{F}$  — вектор внутренних сил.

Как принято в нелинейном конечно-элементном анализе, здесь и далее левый верхний индекс обозначает момент времени, в который рассматривается данная величина. Под временем в квазистатических задачах понимается некоторый монотонно возрастающий параметр нагружения.

**2. Процедуры численного решения уравнений квазистатического деформирования.** Для решения системы уравнений (2) воспользуемся алгоритмом пошагового интегрирования уравнений равновесия в сочетании с итерационной процедурой стандартного метода Ньютона — Рафсона. В момент времени  $t + \Delta t$  итерационная процедура сводится к решению последовательности систем уравнений

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(i-1)} \Delta \mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{(i-1)} \quad (i=1, 2, \dots), \quad (3)$$

где верхний правый индекс обозначает номер итерации;

$\Delta \mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{U}^{(i)} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{U}^{(i-1)}$  — поправка вектора приращений перемещений.

Начальные значения для итерационного процесса следующие:

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(0)} = {}^t \mathbf{K}, \quad {}^{t+\Delta t} \mathbf{U}^{(0)} = {}^t \mathbf{U}, \quad {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{(0)} = {}^t \mathbf{F}.$$

Сходимость итерационной процедуры контролируется тремя параметрами, характеризующими относительные погрешности вычислений:  $\varepsilon_u$  (контроль по смещениям),  $\varepsilon_f$  (контроль по несбалансированному вектору внутренних сил),  $\varepsilon_e$  (контроль по энергии деформирования).

<sup>3</sup> Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М.: Стройиздат, 1982.

<sup>4</sup> Коробейников С. Н. Nonlinear equations of deformation of atomic lattices / / Archives of Mechanics. 2005. Vol. 57, N 6. P. 435–453.

<sup>5</sup> Коробейников С. Н. Нелинейное деформирование твердых тел.

При мягком нагружении вектор внешних сил  $t+\Delta t \mathbf{R}$  известен и решение системы уравнений (2) можно получить с использованием итерационной процедуры (3). Сложнее обстоит дело, когда в решении задачи встречаются собственные состояния типа максимальной нагрузки. Трудность состоит в том, что в качестве монотонно возрастающего параметра деформирования нельзя взять внешнюю силу, действующую на конструкцию. Например, при  $P > P_{\max}$ , где  $P_{\max}$  — максимальная нагрузка, решение задачи не существует. Для того чтобы обойти эту трудность, вводят параметр внешней силы в число неизвестных величин (наряду с перемещениями), а в качестве дополнительного (контрольного) уравнения к системе (3) задают длину дуги в  $(\mathbf{U}, \lambda)$ -пространстве ( $\mathbf{U}$  — вектор перемещений,  $\lambda$  — параметр внешней силы).

Ограничимся классом задач, для которых вектор внешней силы можно представить в виде

$$t+\Delta t \mathbf{R} = t+\Delta t \lambda \mathbf{R}_0, \quad (4)$$

где  $\mathbf{R}_0$  — некоторый постоянный вектор, а параметр  $t+\Delta t \lambda$  характеризует интенсивность действия внешней силы. Параметр  $t+\Delta t \lambda$  предполагается неизвестным.

Для решения подобных задач используется метод Крисфилда с движением вектора неизвестных по сфере в  $(\mathbf{U}, \lambda)$ -пространстве<sup>6</sup>.

Рассмотрим теперь случай жесткого нагружения конструкции, когда на каждом шаге по времени задаются приращения смещений в некоторых узлах. В этом случае вектор внешних сил  $t+\Delta t \mathbf{R}$  неизвестен и находится в процессе решения задачи.

На нулевой итерации решается система уравнений

$${}^t \mathbf{K} \mathbf{U}^{(0)} = \mathbf{R}^{(0)}. \quad (5)$$

Здесь  $L$  компоненты вектора приращений смещений  $\mathbf{U}^{(0)}$  с номерами  $k_1, k_2, \dots, k_L$  равны заданным значениям  $U_{k_1}, U_{k_2}, \dots, U_{k_L}$ , а остальные неизвестны. Соответственно  $L$  компоненты вектора  $\mathbf{R}^{(0)}$  с теми же номерами неизвестны, а остальные равны нулю. Для решения системы (5) запишем ее в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{K}_{ba} & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_a \\ \mathbf{U}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_a \\ \mathbf{R}_b \end{bmatrix},$$

где  $\mathbf{U}_a$  — неизвестные смещения;

$\mathbf{R}_a$  — заданные силы;

$\mathbf{U}_b$  — заданные смещения;

$\mathbf{R}_b$  — неизвестные силы.

Умножая первую строку на столбец, получим  $\mathbf{K}_{aa} \mathbf{U}_a + \mathbf{K}_{ab} \mathbf{U}_b = \mathbf{R}_a$ , откуда  $\mathbf{K}_{aa} \mathbf{U}_a = \mathbf{R}_a - \mathbf{K}_{ab} \mathbf{U}_b$ . Решая эту систему уравнений, находим вектор  $\mathbf{U}_a$ . Умножая вторую строку на столбец, получим  $\mathbf{K}_{ba} \mathbf{U}_a + \mathbf{K}_{bb} \mathbf{U}_b = \mathbf{R}_b$ , откуда находим вектор  $\mathbf{R}_b$ . Вычисляем матрицу жесткости  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(0)}$  и вектор внутренних сил  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{(0)}$ , находим вектор  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{R}^{(0)} = {}^t \mathbf{R} + \mathbf{R}^{(0)}$ .

На последующих итерациях решаем систему уравнений

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(i-1)} \Delta \mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{R}^{(i)} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{(i-1)} (i=1, 2, \dots), \quad (6)$$

в которой  $L$  компоненты вектора  $\Delta \mathbf{U}^{(i)}$  с номерами  $k_1, k_2, \dots, k_L$  равны нулю, а остальные неизвестны. Соответственно  $L$  компоненты вектора

---

<sup>6</sup> Bathe K.-J., Dvorkin E. N. On the automatic solution of nonlinear finite element equations // Computers & Structures. 1983. Vol. 17. P. 871–879.

$t+\Delta t \mathbf{R}^{(i)}$  с теми же номерами неизвестны, а остальные равны нулю. В результате решения находим  $N-L$  компоненты вектора  $\Delta \mathbf{U}^{(i)}$  и  $L$  компоненты вектора  $t+\Delta t \mathbf{R}^{(i)}$ . Вычисляем вектор  $\mathbf{U}^{(i)} = \mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta \mathbf{U}^{(i)}$  и проверяем выполнение критериев сходимости.

**3. Численный пример.** Рассмотрим решение задачи о деформировании простой стержневой конструкции (рис. 1), которая несколько лет назад вызвала оживленную дискуссию в сети Интернет и на страницах специализированных изданий<sup>7</sup>.

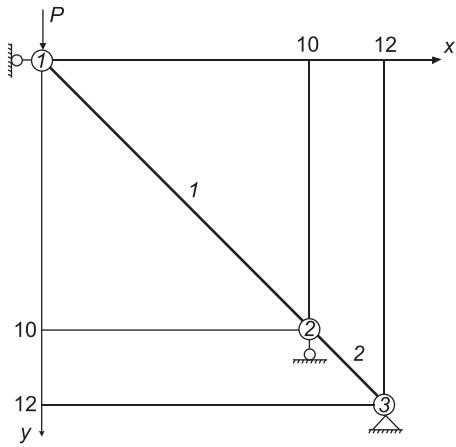


Рис. 1. Простая конструкция из двух линейно-упругих стержней

Система состоит из двух линейно-упругих стержней 1 и 2, испытывающих деформации растяжения-сжатия. Под действием силы  $P = 95$  Н узел 1 скользит по вертикальной направляющей, вовлекая в движение узел 2, который может перемещаться только в горизонтальном направлении, узел 3 шарнирно оперт. Жесткости стержней  $c_1 = 1000$  Н,  $c_2 = 2000$  Н, геометрические размеры (м) показаны на рис. 1. Хотя материал стержней подчиняется закону Гука, вследствие наличия больших смещений и поворотов задача становится геометрически нелинейной.

Проведем численный анализ решения этой задачи, используя изложенный выше алгоритм (мягкое нагружение). На рис. 2 представлен график зависимости силы  $P$  от смещения первого узла  $u_1$ . Показаны все возможные равновесные состояния системы до уровня нагружения 220 Н. Как видно из рисунка, прямая  $P = 95$  пересекает график в трех точках,

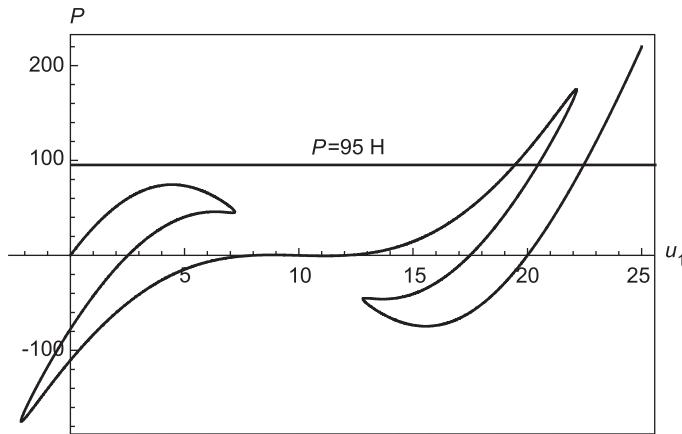


Рис. 2. Зависимость силы  $P$  от смещения первого узла  $u_1$  при мягкому нагружении

т.е. решение задачи не единственно. На рис. 3 показаны три равновесные конфигурации системы, отвечающие внешней нагрузке 95 Н: две конфигурации — стержень 2 прощелкивается вправо, стержень 1 — вниз

<sup>7</sup> Назаров Д. Обзор современных программ конечно-элементного анализа // САПР и графика. 2000. № 2. С. 52–55; Данилин А., Зуев Н., Снеговский Д., Шалашилин В. Об использовании метода конечных элементов при решении геометрически нелинейных задач // САПР и графика. 2000. № 4. С. 26–31.

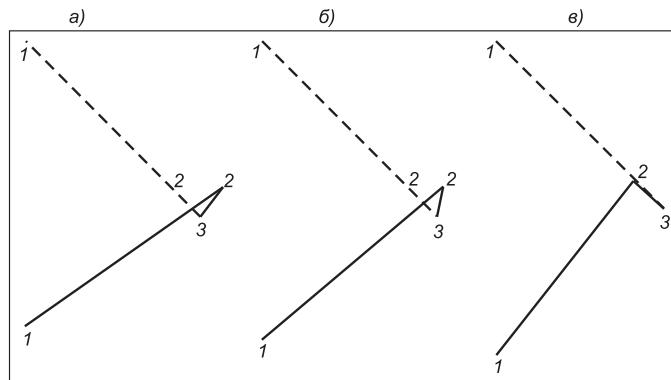


Рис. 3. Три равновесные конфигурации системы, отвечающие внешней нагрузке 95 Н; штриховой линией показана начальная конфигурация, цифрами обозначены номера узлов

(рис. 3, а, б), также оказалось, что возможно равновесное состояние без прощелкивания стержня 2 (рис. 3, в).

Д. Назаров в своих публикациях<sup>8</sup> утверждает, что левое положение узла 2 (рис. 3, в) «неправильное», а «правильное» только правое положение (рис. 3, а). Из приведенного анализа видно, что все три положения правильные. Неоднозначность решения, невозможная при линейном анализе,— обычное явление при анализе нелинейном. Кроме того, решение, приведенное Д. Назаровым, является неверным. В этом легко убедиться, подставив найденные Д. Назаровым положения узлов 1 и 2 в уравнения равновесия. На рис. 4 показаны внутренние усилия в стержнях 1 и 2 в одном из равновесных положений. Проведя несложный качественный анализ, можно убедиться, что стержень 1 растянут, а стержень 2 сжат. Условия равновесия всех сил, действующих на узлы 1 и 2 (рис. 4), имеют вид:

$$P = N_1 \cos \alpha, \\ N_1 \cos \beta + N_2 \cos \gamma = 0, \quad (7)$$

где  $P$  — сила внешнего воздействия на систему;  
 $N_1, N_2$  — внутренние силы, действующие в стержнях 1 и 2 соответственно;

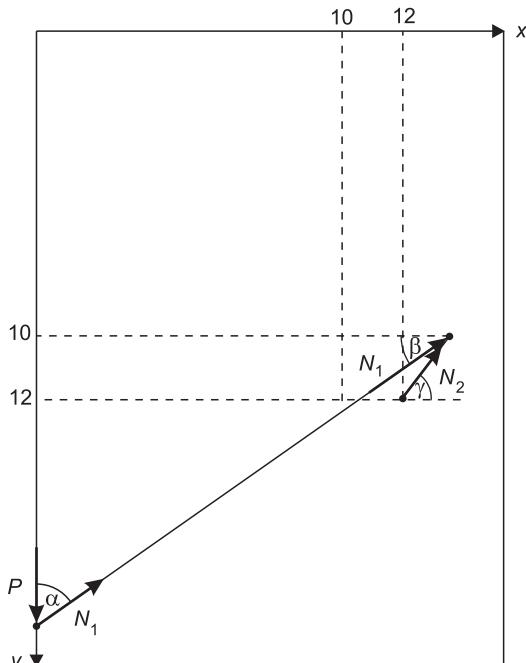


Рис. 4. Равновесие сил, действующих на узлы конструкции

$$\cos \alpha = \frac{y-10}{l_1}, \quad \cos \beta = \frac{x}{l_1}, \quad \cos \gamma = \frac{x-12}{l_2}; \quad l_1 = \sqrt{x^2 + (y-10)^2},$$

$l_2 = \sqrt{(x-12)^2 + 2^2}$  — длины деформированных стержней 1 и 2 соответственно;

<sup>8</sup> URL: <http://n-t.ru/tp/ts/mka.htm>. URL: <http://www.cad.dp.ua/obzors/CAE.php>

$$N_1 = c_1 \varepsilon_1, N_2 = c_2 \varepsilon_2; \quad \varepsilon_1 = (l_1 - l_{01}) / l_{01}, \quad \varepsilon_2 = (l_2 - l_{02}) / l_{02}$$

— относительные удлинения стержней 1 и 2 соответственно;

$l_{01} = 10\sqrt{2}$ ,  $l_{02} = 2\sqrt{2}$  — первоначальные длины стержней;

$x$  — положение узла 2,  $y$  — положение узла 1.

Система (7) представляет собой систему двух нелинейных алгебраических уравнений относительно двух неизвестных  $x$  и  $y$ . При  $P = 95$  решение системы (7) может быть найдено с использованием компьютерной программы аналитических вычислений Mathematica 6.0 с любой степенью точности, если в качестве начальных условий итерационного процесса взять данные, полученные из численного решения (см. рис. 2). Кроме того, в правильности численного решения можно удостовериться прямой подстановкой найденных значений в уравнения равновесия (7). Заметим, что решение, предложенное Д. Назаровым —  $x = 13,02$ ,  $y = 22,074$ , не удовлетворяет уравнениям равновесия (7).

В таблице приведены результаты расчетов по алгоритму (3), (4) ( $u_1, u_2$  — перемещения узлов 1 и 2 соответственно,  $P$  — значение приложенной силы) и аналитическое решение ( $x, y$ ) по программе Mathematica 6.0. Величины  $u_1, u_2$  связаны с  $x, y$  соотношениями  $u_1 = y$ ,  $u_2 = x - 10$ .

$u_1$	$u_2$	$P$	$x$	$y$	Элемент 1	Элемент 2
19,444551	3,516602	95,063244	13,5169	19,4422	Растянут	Сжат
20,449667	2,414533	94,935944	12,4148	20,4513	Растянут	Сжат
22,457239	-0,197498	94,991328	9,8025	22,4574	Растянут	Растянут

Кроме аналитических методов правильность полученного решения можно проверить, используя вместо силового воздействия управляемое перемещение. С этой целью воспользуемся численной процедурой (5), (6) решения задачи о деформировании конструкции при жестком нагружении. Зададим перемещение узла 1 (см. рис. 1) по вертикали и пройдем весь диапазон перемещений от 0 до 25 с достаточно мелким шагом, например 0,001. На каждом шаге решения задачи при фиксированной величине перемещения узла 1 определяется нагрузка  $P$ . График зависимости  $P$  от  $u_1$  представлен на рис. 5. Сравнивая график на рис. 2 (мягкое нагружение) с графиком на рис. 5 (жесткое нагружение), можно обнаружить, что решение, представленное на рис. 5, «обрезает» решение, показанное на рис. 2. Это означает, что не все равновесные состояния системы на

рис. 2 реализуются физически, например, на рис. 2 имеются участки, где внешняя сила  $P$  отрицательна. Отметим, что для анализа устойчивости каждой из равновесных форм требуется дополнительное исследование. Другое исследование, которое необходимо провести для данной задачи, — проверка наличия на интегральной кривой точек бифур-

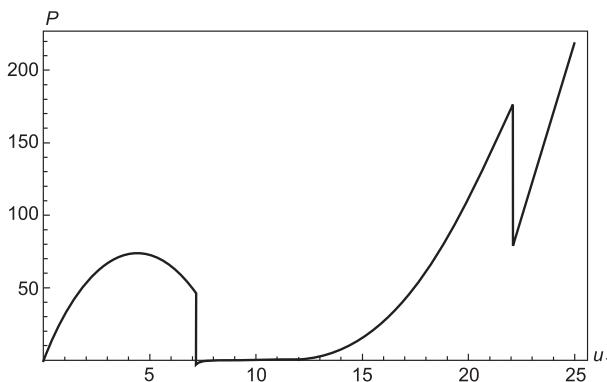


Рис. 5. Зависимость силы  $P$  от смещения первого узла  $u_1$  при жестком нагружении

кации. Критерием бифуркации решения является смена знака диагональных элементов касательной матрицы жесткости на промежутке от  $t$  до  $t + \Delta t$ . Проверка упомянутого критерия на каждом шаге интегрирования показала, что в данной задаче таких точек нет.

Следует также отметить резкое замедление скорости сходимости итерационного процесса в точках разрыва функции  $P = P(u_1)$ , график которой приведен на рис. 5. Численный алгоритм делает в указанных точках 514 и 565 итераций соответственно, для сравнения во всех остальных точках итерационная процедура Ньютона — Рафсона сходится за 2–4 итерации при относительной точности по смещениям и силам  $\varepsilon_u = \varepsilon_f = 10^{-5}$ , по энергии деформирования  $\varepsilon_e = 10^{-10}$ .

Таким образом, достоверность решения данной задачи подтверждается совпадением результатов, полученных двумя различными способами силового воздействия на конструкцию (мягкое и жесткое нагружения), а также аналитическим анализом уравнений равновесия.

**4. Приложение к задачам наномеханики.** Предложенные выше численные алгоритмы могут быть с успехом применены к решению задач о деформировании и потере устойчивости атомных решеток<sup>9</sup>. Характер деформирования атомной решетки близок к характеру деформирования стержневой конструкции (фермы): атомы решетки можно рассматривать как узлы фермы, а отрезки, соединяющие атомы, — как стержни с нелинейным поведением. Поскольку размер конечного элемента согласован с постоянной атомной решетки, решается задача механики деформируемого твердого тела со структурой, причем взаимодействие элементов структуры определяется действующими физическими потенциалами. Уравнения движения атомной решетки следуют из принципа возможных перемещений: виртуальная работа внутренних сил равна виртуальной работе внешних сил и сил инерции. Для интегрирования уравнений движения используется пошаговая процедура (3), (4) или (5), (6).

**Выводы.** На основе метода продолжения решения по параметру разработан алгоритм численного решения геометрически нелинейных задач деформирования стержневых конструкций (большие смещения и повороты) при жестком нагружении, т.е. когда внешнее воздействие характеризуется заданными смещениями узлов конструкции. Этот метод может быть использован для проверки правильности решения задач о квазистатическом деформировании стержневой конструкции при мягким нагружении, если вместо силового воздействия использовать контролируемое перемещение. Эффективность предложенных методик проиллюстрирована решением простой задачи о деформировании двухстержневой конструкции (см. рис. 1). Несмотря на то, что работа данного механизма представляется элементарной, математическая формулировка таковой не является. Система уравнений равновесия конструкции — нелинейная, и ее решение в данном случае необходимо строить с применением численных процедур. Предложенным методом найдено все множество равновесных состояний системы, как устойчивых, так и неустойчивых, включая и все предельные точки. Достоверность решения данной задачи подтверждается совпадением результатов, полученных двумя различными способами силового воздействия на конструкцию (мягкое и жесткое нагружения), а также аналитическим анализом уравнений равновесия.

<sup>9</sup> Корнев В. М., Кургузов В. Д. Моделирование процесса движения краевых дислокаций методом конечных элементов //Физическая мезомеханика. 2008. Т. 11, № 5. С. 25–38.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клюшников, В. Д. Лекции по устойчивости деформируемых систем [Текст]/В. Д. Клюшников.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986.— 224 с.
2. Григолюк, Э. И. К вопросу устойчивости пологих арок [Текст]/Э. И. Григолюк//Инженерный сборник.— 1951.— Т. 9.— С. 178–201.
3. Вольмир, А. С. Гибкие пластины и оболочки [Текст]/А. С. Вольмир.— М.: Гостехиздат, 1956.— 419 с.
4. Григолюк, Э. И. Проблемы нелинейного деформирования [Текст]/Э. И. Григолюк, В. И. Шалашилин.— М.: Наука, 1988.— 232 с.

*КУРГУЗОВ В. Д., д-р физ.-мат. наук, проф., вед. науч. сотр.  
Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск*

Получено после доработки 02.02.09

**Kurguzov V. D.**, doctor of physical and mathematical sciences, professor, head scientist, Lavrentyev Institute of Hydrodynamics of Siberian Branch of Russian Academy of Science, Novosibirsk, Russia

## ON THE NUMERICAL SOLUTION OF GEOMETRICALLY NONLINEAR PROBLEMS OF STRUCTURAL MECHANICS

Algorithms of the numerical solution of geometrically nonlinear problems of deformation of rod structures (the big displacements and rotations) are developed at rigid loading i.e. when external influence is characterised by the set displacement of nodes. The problem about static deformation of the flat mechanical system consisting of two linearly-elastic rods, testing stretching-compression deformations is solved. All set of equilibrium conditions of system, both steady, and unstable is found, including and all limiting points. Reliability of the solution of the given problem proves to be true coincidence of the results received in two various ways of power influence on a structure (soft and rigid loading), and also the analytical analysis of the equilibrium equations...

nonlinear analysis, finite element method.

## REFERENCES

1. Klushnikov, V. D. Lectures on stability of deformable systems [Text]/V. D. Klushnikov.— M.: Izd-vo Moscow state university, 1986.— 224 p.
2. Grigoluk, E. I. On the stability of flat arches [Text]/E. I. Grigoluk//The engineering collection.— 1951.— Vol. 9.— P. 178–201.
3. Volmir, A. S. Flexible plates and shells [Text]/A. S. Volmir.— M.: Gostehizdat, 1956.— 419 p.
4. Grigoluk, E. I. The problems of nonlinear deformation [Text]/E. I. Grigoluk, V. I. Shalashilin.— M.: Nauka, 1988.— 232 p.

**УДК 539.3 : 620.194**

**А. В. КОРНЕЕВ, А. А. ТРЕЩЕВ**

**УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ВОДОРОДОСОДЕРЖАЩЕЙ СРЕДЫ  
НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ  
МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ**

Предложена математическая модель влияния процесса наводороживания на деформационные характеристики титановых сплавов, используемых для элементов современных конструкций. Внесены корректизы в обработку экспериментальных диаграмм деформирования титановых сплавов BT1-0 и TC5...

воздействие окружающей среды, давление, деформационные характеристики, длительность, исследование, концентрация, модель, наводороживание, напряженно-деформированное состояние, появление, проникновение, прочность, сопротивление, степень, титановые сплавы, толщина, ухудшение, экспериментирование.

В ходе термической обработки и горячей обработки давлением в атмосфере воздуха титановые сплавы загрязняются газами (кислородом, воздухом), в результате чего их свойства изменяются. В случае неравномерного распределения газов по толщине, например, при поверхностном газонасыщении проявляется неоднородность механических свойств. Накапливаясь в объеме конструкций с течением времени, водород снижает упругопластические характеристики металлов, приводя к охрупчиванию и резкой потере несущей способности. При этом для напряженных состояний, связанных с растяжением, охрупчивающее влияние более заметно, т.е. процесс газонасыщения титановых сплавов приводит к возникновению наведенной разноопротивляемости изначально нечувствительного к виду напряженного состояния материала. С другой стороны, сопротивление многих конструкционных материалов деформированию изначально зависит от вида напряженного состояния и эта зависимость проявляется в отсутствии процесса газонасыщения. Построению зависимостей между напряжениями и деформациями для таких материалов посвящен ряд работ, в которых предлагаются как квазилинейные, так и нелинейные уравнения. Недостатки указанных моделей проанализированы в работе [1].

В представленной работе на базе известных экспериментальных сведений [2] исследовано влияние наводороживания на деформирование титановых сплавов, которое моделируется как наведенная чувствительность механических характеристик к виду напряженного состояния. При этом в основу математической модели наводороживания положены определяющие соотношения, принятые в [1].

Так, согласно работе [1], напряженное состояние в точке изотропного деформируемого тела определяется в двух пространствах. В пространстве главных осей напряженное состояние задается модулем вектора полного напряжения  $S = (\sigma_k \sigma_k)^{1/2}$  и его направляющими косинусами  $\alpha_k = \sigma_k / S$  (здесь  $\sigma_k$  — главные напряжения). В пространстве, связанном с октаэдрической площадкой, напряженное состояние определяется модулем вектора полного напряжения на этой площадке  $S_0 = (\sigma^2 + \tau^2)^{1/2}$ , углом  $\psi$ , который образует вектор  $S_0$  с нормалью к этой площадке, и углом  $\varphi$  — фазой

напряжений. Здесь  $\sigma = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$ ,  $\tau = (S_{ij} S_{ij} / 3)^{1/2}$ ,  $S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ),  $\xi = \cos \psi = \sigma / S_0$ ,  $\eta = \sin \psi = \tau / S_0$ ,  $\cos 3\varphi = 2^{1/2} \times S_{III} / \tau^3$ ,  $S_{III} = S_{ik} S_{kj} S_{ij}$ .

В работе [1] были получены две нелинейные формы потенциала деформаций для изначально разносопротивляющегося материала:

$$\begin{aligned} W = & (A_e + B_e \alpha_1) \sigma_1^2 + (A_e + B_e \alpha_2) \sigma_2^2 + (A_e + B_e \alpha_3) \sigma_3^2 + \\ & + [C_e + D_e (\alpha_1 + \alpha_2)] \sigma_1 \sigma_2 + [C_e + D_e (\alpha_2 + \alpha_3)] \sigma_2 \sigma_3 + \\ & + [C_e + D_e (\alpha_3 + \alpha_1)] \sigma_3 \sigma_1 + \\ & + \{(A_p + B_p \alpha_1) \sigma_1^2 + (A_p + B_p \alpha_2) \sigma_2^2 + (A_p + B_p \alpha_3) \sigma_3^2 + \\ & + [C_p + D_p (\alpha_1 + \alpha_2)] \sigma_1 \sigma_2 + [C_p + D_p (\alpha_2 + \alpha_3)] \sigma_2 \sigma_3 + \\ & + [C_p + D_p (\alpha_3 + \alpha_1)] \sigma_3 \sigma_1\}^n, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} W = & (Y_{e1} + Y_{e3} \xi) \sigma^2 + (Y_{e2} + Y_{e4} \xi + Y_{e5} \eta \cos 3\varphi) \tau^2 + \\ & + [(Y_{p1} + Y_{p3} \xi) \sigma^2 + (Y_{p2} + Y_{p4} \xi + Y_{p5} \eta \cos 3\varphi) \tau^2]^n, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $A_e, B_e, C_e, D_e, A_p, B_p, C_p, D_p$  — константы квазилинейной и нелинейной частей потенциала, определяемые в результате обработки стандартных опытов;

$n$  — показатель степени, определяющий нелинейность материала.

$$\begin{aligned} Y_{e1} = & 3(A_e + C_e); Y_{e2} = 3(A_e - C_e / 2); Y_{e3} = \sqrt{3}(B_e + 2D_e); Y_{e4} = \sqrt{27}B_e; \\ Y_{e5} = & \sqrt{1,5}(B_e - D_e); Y_{p1} = 3(A_p + C_p); Y_{p2} = 3(A_p - C_p / 2); \\ Y_{p3} = & 3(B_p + 2D_p); Y_{p4} = \sqrt{27}B_p; Y_{p5} = \sqrt{1,5}(B_p - D_p). \end{aligned} \quad (3)$$

Следствием принятых форм потенциала  $W$  (1), (2) являются зависимости между деформациями и напряжениями, имеющие дилатационный характер:

$$e_{ij} = \{R\}[W_{ij}], \quad (4)$$

где  $R_m = Y_{em} + n[(Y_{p1} + Y_{p3} \xi) \sigma^2 + (Y_{p2} + Y_{p4} \xi + Y_{p5} \eta \cos 3\varphi) \tau^2]^{n-1} Y_{pm}$ , ( $m = 1, 2, \dots, 5$ );

$[W_{kk}] = \partial[W_1] / \partial \sigma_{kk}$ , ( $k = 1, 2, 3$ );  $2[W_{ij}] = \partial[W_1] / \partial \tau_{ij}$ , ( $i, j = 1, 2, 3$ ;  $i \neq j$ );

$$[W_1] = \begin{bmatrix} \sigma^2 \\ \tau^2 \\ \xi \sigma^2 \\ \xi \tau^2 \\ \eta \tau^2 \cos 3\varphi \end{bmatrix}.$$

Для определения констант потенциала используется методика, приведенная в работе [1] для опытов на осевое растяжение и осевое сжатие при простом нагружении. Для формы (1) при одноосном растяжении и одноосном сжатии зависимости между главными деформациями и напряжениями представляются в виде

$$e_k^\pm = P_k^\pm \sigma_1^\pm + T_k^\pm (\sigma_1^\pm)^m, \quad k = 1, 2, \quad (5)$$

где  $m = 2n - 1$ ,  $P_k$ ,  $T_k$  — коэффициенты, вычисляемые соответственно через константы потенциала  $\{A_e B_e C_e D_e\}$  и  $\{A_p B_p C_p D_p\}$  с учетом значе-

ний  $\alpha_1 = 1$ ,  $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$  — при одноосном растяжении и  $\alpha_1 = -1$ ,  $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$  — при одноосном сжатии; верхние индексы «плюс» относятся к характеристикам растяжения, а «минус» — к характеристикам сжатия;

$$\begin{aligned} A_e &= (P_1^+ - P_1^-) / 4; \quad B_e = (P_1^+ + P_1^-) / 4; \quad C_e = (P_2^+ - P_2^-) / 2; \\ D_e &= (P_2^+ + P_2^-) / 2; \quad A_p = [(T_1^+ / 2n)^{1/n} + (-T_1^- / 2n)^{1/n}] / 2; \\ B_p &= [(T_1^+ / 2n)^{1/n} - (-T_1^- / 2n)^{1/n}] / 2; \\ C_p &= [T_2^+ / (T_1^+ / 2n)^{(n-1)/n} - T_2^- / (-T_1^- / 2n)^{(n-1)/n}] / 2n; \\ D_p &= [T_2^+ / (T_1^+ / 2n)^{(n-1)/n} + T_2^- / (-T_1^- / 2n)^{(n-1)/n}] / 2n. \end{aligned} \quad (6)$$

Методика вычисления восьми констант потенциала деформаций  $W$  представлена в работе [1].

Для полной корректности рассмотренных соотношений (1), (2) с учетом полученных констант необходимо проверить устойчивость потенциала в малом:

$$\delta\sigma_{ij}\delta e_{ij} \geq 0. \quad (7)$$

Воспользуемся моделью определяющих соотношений (1), (2) для построения уравнений связи деформаций с напряжениями с учетом наведенной разносопротивляемости титановых сплавов, проявляющейся под воздействием насыщения водородом. Для этой цели константы  $A_e$ ,  $B_e$ ,  $C_e$ ,  $D_e$ ,  $A_p$ ,  $B_p$ ,  $C_p$ ,  $D_p$  представим в виде функций от уровня наводороживания, где — концентрация водородосодержащей среды в теле материала. Кроме того, показатель степени  $n$  также запишем в виде функции от  $\lambda$ . Функциональную зависимость констант материала необходимо вводить на этапе обработки экспериментальных диаграмм деформирования. То есть параметры  $P_k^\pm$ ,  $T_k^\pm$  и  $n$  необходимо заменить функциями  $P_k^\pm = P_k^\pm(\lambda)$ ,  $T_k^\pm = T_k^\pm(\lambda)$  и  $n = n(\lambda)$ . Вид этих функций устанавливается в результате аппроксимации экспериментальных диаграмм деформирования образцов при одноосном растяжении и сжатии, испытанных на различных уровнях насыщения водородом.

В работе А. А. Трещева, С. Б. Сергеевой, А. В. Сычевой [3] обработка экспериментальных диаграмм деформирования титановых сплавов имела некоторые неточности. В настоящей работе с целью более точного учета влияния наводороживания на напряженно-деформированное состояние элементов конструкций, описываемого с помощью определяющих соотношений, принятых в работе [1], внесены корректины в обработку экспериментальных диаграмм. Рассматривались элементы конструкций, выполненные из титанового сплава BT1-0 и TC5. По результатам обработки экспериментальных диаграмм деформирования этих сплавов, насыщенных водородом до определенного уровня  $\lambda$  (0,01; 0,03 и 0,05%), были получены новые значения коэффициентов  $P_k^+$ ,  $T_k^+$ , благодаря которым кривые одноосного сжатия образцов в исходном и наводороженных состояниях совпадли с кривыми одноосного растяжения тех же образцов при насыщенности 0%. Значения коэффициентов  $P_k^\pm$ ,  $T_k^\pm$  и параметра  $n$  приведены в табл. 1.

Обработка экспериментальных данных выполнялась методом наименьших квадратов при помощи прикладной программы «ORIGIN». В результате были получены зависимости материальных функций от параметра  $\lambda$ , которые рекомендуется представить следующим образом:

а) для сплава BT1-0

$$P_k^+(\lambda) = a_{0k}^+ + a_{1k}^+ \lambda + a_{2k}^+ \lambda^2; \quad P_k^-(\lambda) = a_{0k}^-;$$

$$T_k^+(\lambda) = b_{0k}^+ + b_{1k}^+ \exp(-\lambda / q_k^+); \quad T_k^-(\lambda) = b_{0k}^-; \quad (8)$$

$$n(\lambda) = \Delta_0 + \Delta_1 \lambda;$$

б) для сплава ТС5

$$\begin{aligned} P_k^+(\lambda) &= a_{0k}^+ + a_{1k}^+ \lambda + a_{2k}^+ \lambda^2 + a_{3k}^+ \lambda^3; \quad P_k^-(\lambda) = a_{0k}^-; \\ T_k^+(\lambda) &= b_{0k}^+ - (b_{0k}^+ - b_{1k}^+) / \{1 + \exp[(\lambda - q_k^+) / v_k^+]\}; \end{aligned} \quad (9)$$

Таблица 1  
Значения коэффициентов  $P_k^\pm, T_k^\pm$

Коэффициенты	Материалы						
	ВТ1-0			ТС5			
	$\lambda = 0\%$	$\lambda = 0,01\%$	$\lambda = 0,03\%$	$\lambda = 0\%$	$\lambda = 0,01\%$	$\lambda = 0,03\%$	$\lambda = 0,05\%$
$P_1^+, \text{ МПа}^{-1}$	$7,282 \cdot 10^{-6}$	$6,391 \cdot 10^{-6}$	$9,465 \cdot 10^{-6}$	$7,195 \cdot 10^{-6}$	$7,504 \cdot 10^{-6}$	$7,495 \cdot 10^{-6}$	$8,334 \cdot 10^{-6}$
$P_2^+, \text{ МПа}^{-1}$	$-2,930 \cdot 10^{-6}$	$-2,015 \cdot 10^{-6}$	$-3,339 \cdot 10^{-6}$	$-3,597 \cdot 10^{-6}$	$-3,752 \cdot 10^{-6}$	$-3,748 \cdot 10^{-6}$	$-4,167 \cdot 10^{-6}$
$P_1^-, \text{ МПа}^{-1}$	$-7,282 \cdot 10^{-6}$						
$P_2^-, \text{ МПа}^{-1}$	$2,930 \cdot 10^{-6}$						
$T_1^+, \text{ МПа}^{1-2n}$	$1,521 \cdot 10^{-14}$	$2,581 \cdot 10^{-17}$	$8,855 \cdot 10^{-20}$	$3,151 \cdot 10^{-50}$	$3,952 \cdot 10^{-49}$	$7,810 \cdot 10^{-44}$	$3,942 \cdot 10^{-36}$
$T_2^+, \text{ МПа}^{1-2n}$	$-7,557 \cdot 10^{-15}$	$-7,236 \cdot 10^{-17}$	$-4,490 \cdot 10^{-20}$	$-1,576 \cdot 10^{-50}$	$-1,976 \cdot 10^{-49}$	$-9,052 \cdot 10^{-45}$	$-1,971 \cdot 10^{-36}$
$T_1^-, \text{ МПа}^{1-2n}$	$-1,521 \cdot 10^{-14}$						
$T_2^-, \text{ МПа}^{1-2n}$	$7,557 \cdot 10^{-15}$						
$n$	2,7	3,35	3,9	8,45	8,3	7,6	6,25

Таблица 2

Константы	Растяжение		Растяжение		
	ВТ1-0	ТС5	Константы	ВТ1-0	ТС5
$a_{01}^+$	$8,072 \cdot 10^{-6}$	$7,216 \cdot 10^{-6}$	$b_{12}^+$	$3,306 \cdot 10^{-17}$	$-5,12 \cdot 10^{-39}$
$a_{11}^+$	$-2,523 \cdot 10^{-41}$	$4,614 \cdot 10^{-5}$	$q_1^+$	$4,72 \cdot 10^{-3}$	$4,617 \cdot 10^{-3}$
$a_{21}^+$	$1,006 \cdot 10^{-2}$	$-2,39 \cdot 10^{-3}$	$q_2^+$	$4,58 \cdot 10^{-3}$	$4,96 \cdot 10^{-2}$
$a_{31}^+$	—	$3,86 \cdot 10^{-2}$	$v_1^+$	—	$3,23 \cdot 10^{-3}$
$a_{02}^+$	$1,225 \cdot 10^{-6}$	$3,598 \cdot 10^{-6}$	$v_2^+$	—	$3,658 \cdot 10^{-3}$
$a_{12}^+$	$-5,844 \cdot 10^{-51}$	$2,639 \cdot 10^{-5}$	Сжатие		
$a_{22}^+$	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$-1,34 \cdot 10^{-3}$	$a_{01}^-$	$-7,282 \cdot 10^{-6}$	$-7,282 \cdot 10^{-6}$
$a_{32}^+$	—	$2,08 \cdot 10^{-2}$	$a_{02}^-$	$2,930 \cdot 10^{-6}$	$2,930 \cdot 10^{-6}$
$b_{01}^+$	0	$5,149 \cdot 10^{-36}$	$b_{01}^-$	$-1,521 \cdot 10^{-14}$	$-1,521 \cdot 10^{-14}$
$b_{11}^+$	$6,824 \cdot 10^{-17}$	$-1,021 \cdot 10^{-38}$	$b_{02}^-$	$7,557 \cdot 10^{-15}$	$7,557 \cdot 10^{-15}$
$b_{02}^+$	0	$3,736 \cdot 10^{-36}$			

$$T_k^-(\lambda) = b_{kR}^-; \quad n(\lambda) = \Delta_0 + \Delta_1 \lambda + \Delta_2 \lambda^2.$$

Здесь параметры  $P_k^\pm$  принимаются в МПа $^{-1}$ , а  $T_k^\pm$  — в МПа $^{1-2n}$ .

Коэффициенты функций (8), (9) приведены в табл. 2, 3.

Графики зависимостей функций (8) и (9) от параметра  $\lambda$  представлены на рис. 1. После идентификации функций (8), (9) их необходимо внести в зависимости (6), а последние — в потенциал (1) или с учетом формул перехода (3) — в потенциал (2).

Точность описания напряженно-деформированного состояния титановых сплавов BT1-0 и TC5 при растяжении и различном содержании водорода иллюстрирует рис. 2. Здесь разносимвольными точками обозначены

Таблица 3

Сплав	Коэффициенты		
	$\Delta_0$	$\Delta_1$	$\Delta_2$
BT1-0	3,157	28,214	—
TC5	8,443	-5,270	-770,729

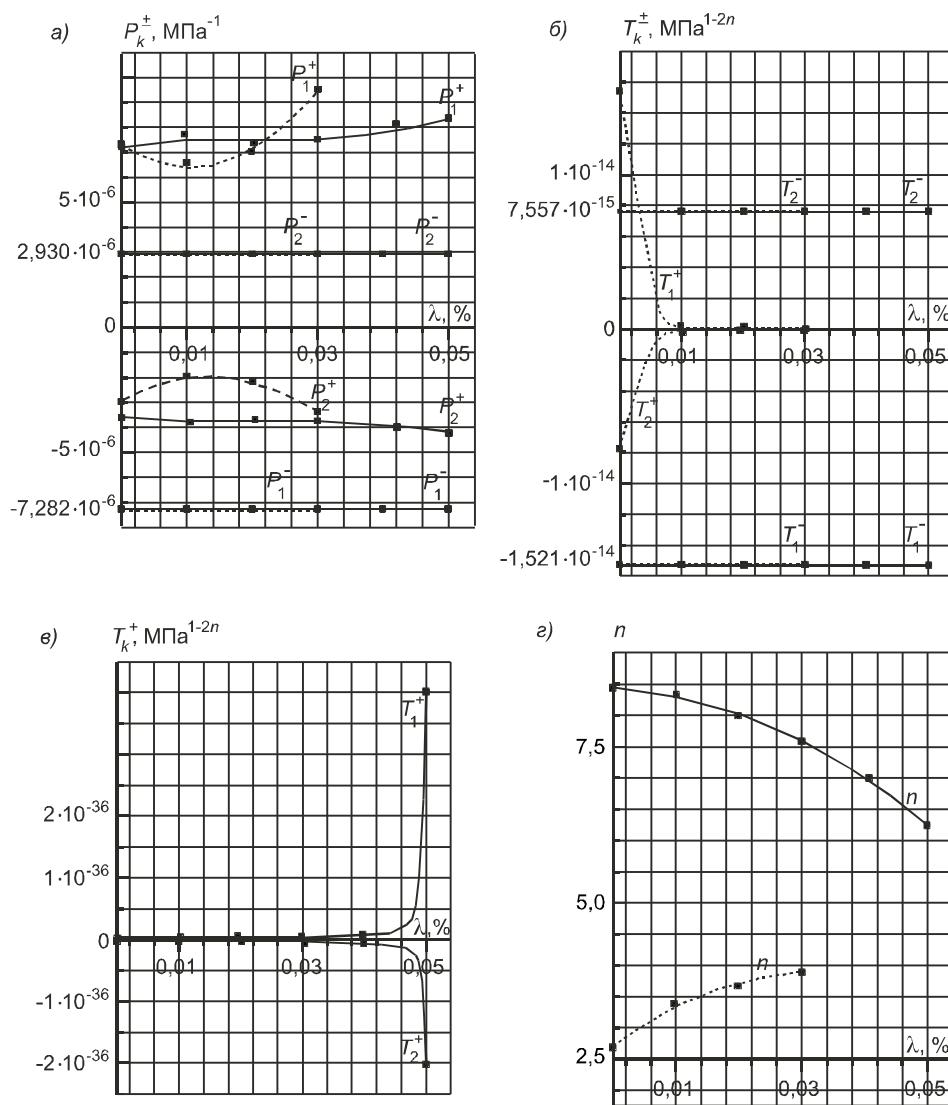


Рис. 1. Графическое представление зависимостей функций  $P_k^\pm$ ,  $T_k^\pm$  и  $n$  от параметра  $\lambda$  для титановых сплавов BT1-0 и TC5

— сплав BT1-0; — сплав TC5;

*a* — функции  $P_k^\pm$  для сплавов BT1-0 и TC5; *b* — функции  $T_k^\pm$  для сплава BT1-0 и  $T_k^-$  для сплава TC5;

*c* — функции  $T_k^+$  для сплава TC5; *g* — функции  $n$  для сплавов BT1-0 и TC5

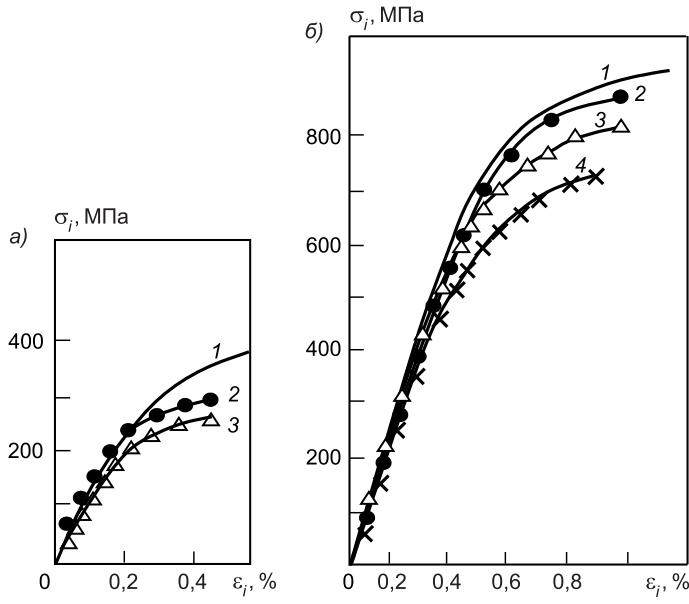


Рис. 2. Диаграммы одноосного растяжения сплавов BT1-0 (а),  
TC5 (б) при различном содержании водорода

1 — исходное состояние при насыщенности 0%; 2 — при насыщенности 0,01%; 3 — при насыщенности 0,03%; 4 — при насыщенности 0,05%

экспериментальные данные [2], а сплошными линиями — результаты теоретического расчета, полученные на основе определяющих соотношений (1), (2) с учетом функций (8) и (9). Представленные зависимости показывают снижение сопротивления деформированию с повышением содержания водорода. При этом погрешность теоретически рассчитанных диаграмм деформирования титановых сплавов на разных уровнях насыщения водородом по сравнению с экспериментальными не превышает 0,5%.

Для того чтобы модель деформирования титановых сплавов, подвергающихся наводороживанию, была замкнута к уравнениям состояния (1), (2) с учетом функциональных зависимостей (8), (9), следует добавить дифференциальное уравнение, описывающее закон активной диффузии водорода. В случае, когда напряженное состояние не оказывает влияния на характер распределения водорода по объему образца и процесс диффузии водорода можно считать одномерным, этот закон определяется уравнением Фика

$$\lambda_{,t} / D = \lambda_{,zz}, \quad (10)$$

где  $D$  — коэффициент диффузии;

$t$  — время;

$z$  — координата в направлении наводороживания.

Отличительной особенностью выполненного построения является независимость коэффициентов  $P_k^-$ ,  $T_k^-$  от концентрации среды вследствие неизменности свойств материала в сжатой зоне, что приводит к более точному учету влияния наводороживания на напряженно-деформированное состояние элементов конструкций.

Построение определяющих соотношений, учитывающих влияние водородсодержащей среды на механические характеристики титановых сплавов, ранее было рассмотрено в ряде работ И. Г. Овчинникова и его учеников [4]. Однако, как показано в работе [1], потенциальные соотношения (1) и (2) изначально обладают более совершенным аппаратом учета влияния вида напряженного состояния на механические характеристи-

стики материалов в самом широком спектре их изменения по сравнению с другими моделями. Поэтому очевидно, что предложенная модель наведенной разносопротивляемости титановых сплавов, находящихся под воздействием водородосодержащей среды, более предпочтительна в случае расчета конструкций, работающих при сложных напряженных состояниях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Матченко, Н. М. Определяющие соотношения изотропных разносопротивляющихся сред. Нелинейные соотношения [Текст]/Н. М. Матченко, Л. А. Толоконников, А. А. Трещев//Изв. РАН. МТТ.— 1999.— № 4.— С. 87–95.
2. Гервиц, Т. Я. Влияние газонасыщения на статическую прочность титановых сплавов [Текст]/Т. Я. Гервиц//ФХММ.— 1981.— № 2.— С. 45–48.
3. Сергеева, С. Б. Модель влияния газонасыщения на напряженно-деформированное состояние материалов [Текст]/С. Б. Сергеева, А. В. Сычева, А. А. Трещев//Изв. вузов. Строительство.— 1999.— № 12.— С. 14–20.
4. Овчинников, И. Г. Математическое моделирование процесса взаимодействия элементов конструкций с агрессивными средами [Текст]/И. Г. Овчинников, В. В. Петров//Деформирование материалов и элементов конструкций в агрессивных средах: межвуз. науч. сб.— Саратов: Сарат. политехн. ин-т, 1983.— С. 3–11.

КОРНЕЕВ А. В., асп., ассист.

Тульский государственный университет

ТРЕЩЕВ А. А., д-р техн. наук, проф.

Тульский государственный университет

Получено 10.12.08

**Korneev A. V.**, post graduate student, assistant, Tula State University, Russia  
**Treschev A. A.**, doctor of technical sciences, professor, Tula State University, Russia

#### **TAKING INTO ACCOUNT OF INFLUENCE HYDROGENOUS MEDIUM ON STRAIN-STRESS CONDITION OF MATERIALS ON THE BASIS OF TITANIC ALLOYS**

The mathematical model of influence of process hydrogen influence on deformation characteristics of the titanic alloys used for elements of modern design. Corrective amendments are brought in processing experimental diagrams of deformation of titanic alloys BT1-0 and TC5...

exposure, pressure, deformation characteristics, durability, investigation, concentration, model, hydrogen influence, strain-stress condition, appearance, penetration, graded, resistance, extent, titanic alloys, thickness, deterioration, experimentation.

#### REFERENCES

1. Matchenko, N. M. Determining ratios of isotropic environments with different resistance. Non-linear ratios [Text]/N. M. Matchenko, L. A. Tolokonnikov, A. A. Treschev//Izvestiya of RAN MTT.— 1999.— N 4.— P. 87–95.
2. Gervits, T. Ya. Impact of gasing on static durability of titanic alloys [Text]/T. Ya. Gervits//FHMM.— 1981.— N 2.— P. 45–48.
3. Sergeeva, S. B. Model of gassing impact on strain-stress condition of materials [Text]/S. B. Sergeeva, A. V. Sicheva, A. A. Treschev//Izvestiya of institutions of higher education. Construction.— 1999.— N 12.— P. 14–20.
4. Ovchinnikov, I. G. Mathematical modeling of the interaction process of constructions elements with hostile environments [Text]/I. G. Ovchinnikov, V. V. Petrov//Deformed materials and constructions elements in hostile environments: Interinstitute scientific collection.— Saratov: Polytechnic Institute of Saratov, 1983.— P. 3–11.

## **СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ИЗДЕЛИЯ**

**УДК 691.001**

**И. А. ГАРЬКИНА, А. М. ДАНИЛОВ, Е. В. КОРОЛЕВ**

### **КОГНИТИВНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ СИНТЕЗЕ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ КАК СЛОЖНЫХ СИСТЕМ\***

С позиций строительного материаловедения и общей теории систем рассматривается многокритериальная оптимизация структуры и свойств композиционных материалов. Особое внимание уделяется качественному анализу строительных материалов как систем на основе построения когнитивной карты с указанием причинно-следственных связей. Приводится пример построения знакового ориентированного графа для радиационно-защитного бетона...

синтез материалов, радиационно-защитные композиты, сложные системы, слабоструктурированные системы, когнитивное моделирование.

В настоящее время строительная наука характеризуется кардинальным изменением понятий и подходов к строительным материалам. Создание новых технологий строительных материалов требует перехода от эмпирической отрасли к научному строительному материаловедению с теоретическим обоснованием и использованием строгих аналитических зависимостей: налицо необходимость создания единой теории, позволяющей организовать и упорядочить многочисленные, подчас противоречивые, эмпирические результаты для изучения свойств материалов, в том числе на основе широкого использования ЭВМ. Одним из перспективных направлений является представление композиционных материалов как систем [1–3]. Однако в связи с междисциплинарностью системных исследований в строительном материаловедении этот подход еще мало используется.

Композиционные материалы рассматриваются как материалы, обра- зованные объемным сочетанием химически или физически разнородных компонентов с четкой границей раздела между ними. Они характеризуются и свойствами, которыми не обладает ни один из компонентов, взятый в отдельности.

Отметим, что в строительном материаловедении определение понятия «структура» носит расплывчатый характер. В связи с этим возникают трудности классификации и установления параметров оптимальной структуры композита. Например, при классификации структуры бетона с учетом его плотности выделяют четыре разновидности: плотную, с пористым заполнителем, ячеистую и зернистую. При масштабной классификации обычно различают макроструктуру (видимую глазом при небольшом увеличении; структурные элементы: крупный заполнитель, песок, цементный камень, воздушные поры) и микроструктуру (видимую при большом увеличении под

\* Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ (гос. рег. № 01200609111) и по заказу Минобразования и науки РФ (гос. рег. № 01200850940).

микроскопом; структурные элементы: непрореагировавшие зерна цемента, новообразования, микропоры).

В [4] выделяются пять масштабных уровней:

- субмикроскопический (атомно-молекулярный,  $< 10^{-7}$  см),
- микроскопический (коллоидно-дисперсный,  $10^{-7}...10^{-5}$  см),
- мезоскопический (пылевидные фракции,  $10^{-5}...0,014$  см),
- макроскопический (песчаная фракция,  $0,014...0,5$  см),
- мегаскопический (гравийно-щебенистая фракция,  $> 0,5$  см).

Здесь управление технологией изготовления композиционных материалов предлагается проводить на двух масштабных уровнях: микроструктуры (субмикро-, микро- и мезоскопический уровни) и макроструктуры (макро- и мегаскопический уровни). Под управлением технологией по существу понимается управление на макроуровне без привлечения чрезмерно сложных методов анализа (что неизбежно для управления на макроуровне). В рамках известной полиструктурной теории В. И. Соломатова установление объективных закономерностей структурообразования и

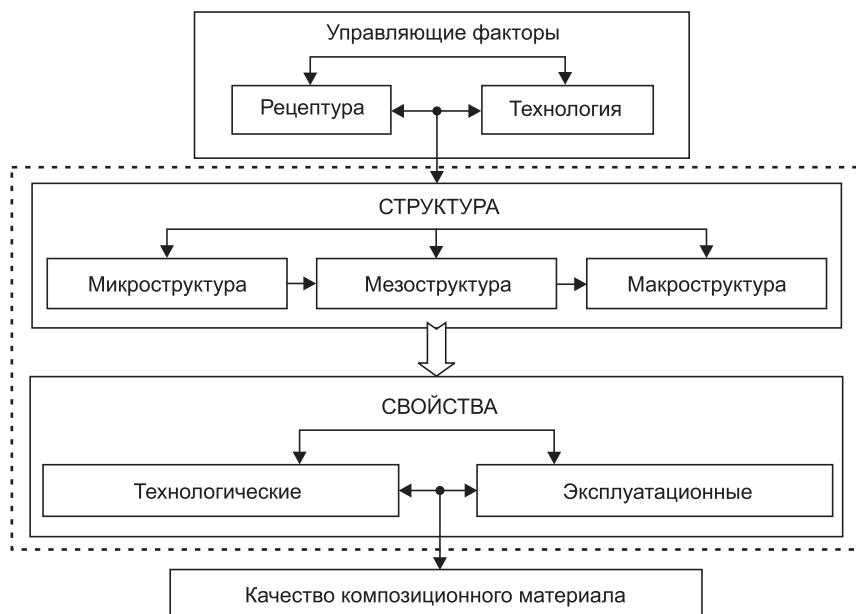


Рис. 1. Схема конструирования композиционного материала на основе полиструктурной теории

формирования свойств композита рассматривается именно на уровнях от микро- до макроструктуры (рис. 1).

Одним из важных достижений полиструктурной теории является обоснование раздельного формирования отдельных структур с возможностью создания уникальных композитов на мало- или несовмещающихся компонентах.

В основном свойства цементного бетона определяются цементным камнем; свойства цементного камня — минералогическим составом вяжущего и условиями твердения (позволяют получить ячеистую, зернистую, волокнистую, сотовую или более сложные структуры, состоящие из сочетания разных типов структур). Часто структура и свойства контактной зоны между цементным камнем и заполнителем выделяются в качестве отдельного структурного элемента. Свойства контактной зоны определяются микроструктурой заполнителя (особенно легкого, пористого) и цементного камня. Понятие структуры композиционного материала близко к понятию «строительство горных пород» (включает структуру и текстуру: структура определяется размерами, формами и взаимными отношениями минералов как

отдельных компонентов; текстура — особенностями более крупных составных частей минеральных агрегатов, их расположением в пространстве). Понятия «структура» и «строение» трудно определимы и плохо формализуемы: упрощенное толкование структуры как строения не позволяет определить оптимальную структуру и оценить взаимосвязь между структурой и свойствами. Одному и тому же показателю свойств (например, прочности) могут соответствовать различные микро- и макроструктуры.

Оптимизация каждого структурного уровня осуществляется на основе выделенных критериев. Так, управление свойствами субмикроструктуры возможно на атомарном или молекулярном уровне (механизм взаимодействия между атомами и молекулами не зависит от структурного уровня материала). Для композитов на основе вяжущих веществ, не содержащих дисперсных фаз (синтетические смолы, термопласти, термоактивы и др.), выделяется уровень микроструктуры. Затвердевшие материалы на основе минеральных вяжущих веществ являются композиционными, состоящими из непрореагировавших зерен вяжущего (клинкерный фонд для портландцементов) и продуктов гидратации (克莱ящее вещество). Такие вяжущие топологически подобны мезо- и макроструктуре, которые содержат дисперсные фазы (соответственно наполнители и заполнители). Для каркасных бетонов дополнительно рассматриваются уровень каркаса, склеенного из зерен заполнителя, а также мезоструктура (пропиточная композиция) и макроуровень (бетон).

На следующем структурном уровне (новый материал) оптимизированные рецептура и технология предыдущего уровня уточняются. Последовательное совмещение уровней (от микро- до макроструктуры) осуществляется на основе критериев (свойств), обеспечивающих получение качественного композиционного материала на уровне макроструктуры (продукта технологии).

Для топологически подобных структурных уровней (могут содержать дисперсные фазы, например, серная мастика и бетон) таким критерием является подвижность смеси. Часто материал (композит) рассматриваемого структурного уровня, полученный из смеси с требуемой подвижностью, обладает меньшей прочностью по сравнению с композитом, структура которого оптимизирована по прочности. Однако использование подвижной смеси обеспечивает изготовление качественного материала на последующем структурном уровне, рецептура и технология приготовления которого определяются собственными показателями качества. Так реализуется принцип совмещения структур: оптимальный по выбранному показателю качества материал (структурный уровень) получается из неоптимальных предыдущих структурных уровней.

При определении оптимальной структуры композитов в основном используются критерии И. А. Рыбьева. Здесь предполагается, что в оптимальной структуре (оптимальной организации):

- фазы распределены равномерно по объему;
- отсутствуют дефекты (концентраторы напряжений или аккумуляторы агрессивной среды) структуры;
- имеется непрерывная прослойка вяжущего вещества в виде пространственной сетки или матрицы при минимальном отношении толщины материала скрепляющей матрицы и фазы заполнителя (обеспечивается наибольшая плотность упаковки твердых частиц как в микро-, так и в макроструктуре; предполагается, что этим предопределяется наибольшая экономия вяжущего).

Оптимальной структуре в зависимости от соотношения в материале скрепляющей фазы и заполнителя (фазовое отношение) соответствует комплекс экстремальных значений свойств (закон «створа»). В их числе: средняя плотность композита, экономическая эффективность, пределы

прочности, морозостойкость, внутреннее сцепление, упругое эластичное свойство, ползучесть, подвижность, коэффициент выхода смеси. Если материал обладает одним из экстремальных значений указанных выше свойств (например, прочности строительных композитов), отражающих структуру, то по закону «створа» он обладает и оптимальной структурой, характеризующейся минимальным значением энергии Гиббса (при отсут-

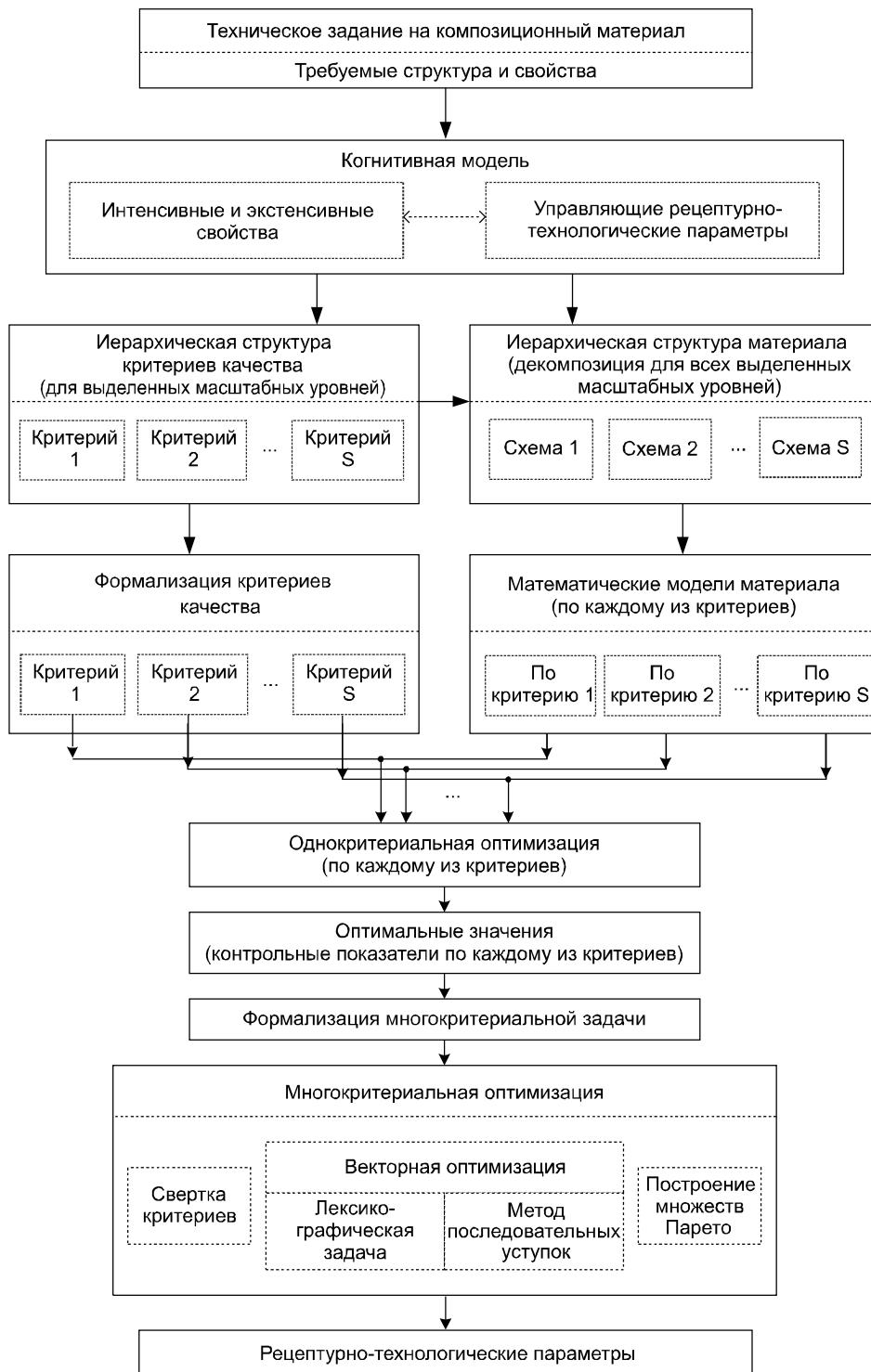
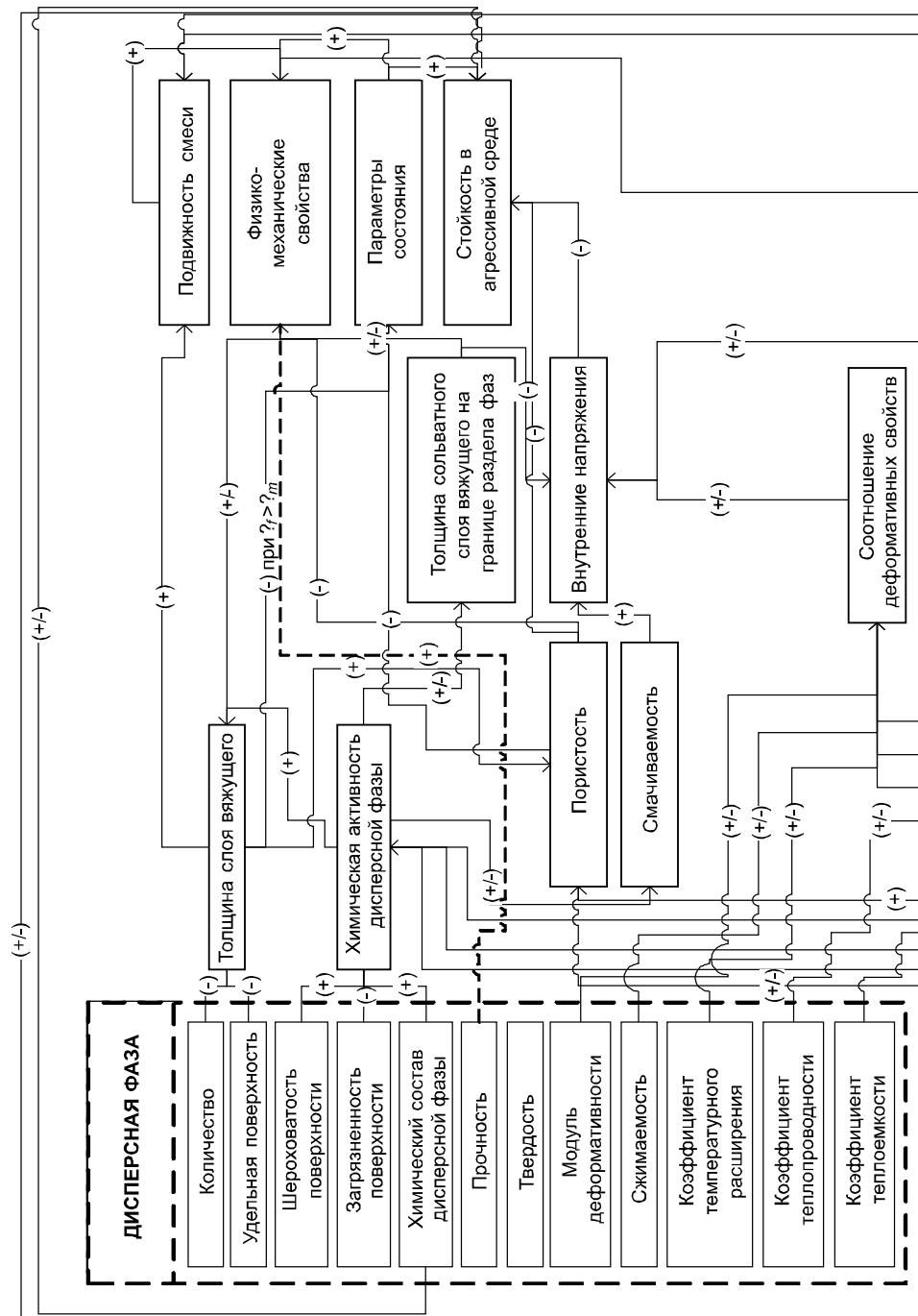


Рис. 2. Алгоритм синтеза композиционного материала

ствии дисперсных фаз оптимизация рецептуры и технологии приготовления может осуществляться исходя лишь из прочности).

Далее обратимся к рассмотрению указанных вопросов с позиций теории систем. Известно, в числе общих признаков системы — наличие структуры и целостности совокупности ее элементов. Под структурным элементом системы понимается ее наименьшая часть (при уровнях размеров элементов ниже минимальных система не существует), которая порождает свойства системы, выделяющие ее как целую из окружающего мира (структурные закономерности). В различных толкованиях системы



выделяются четыре основных признака, которыми должен обладать объект, чтобы его можно было считать системой:

- целостность и членимость объекта;
- наличие устойчивых связей между элементами системы (по своей силе превосходящих их связи с элементами вне системы);
- наличие интегративных свойств (системообразующих; определяющих специфику системы);

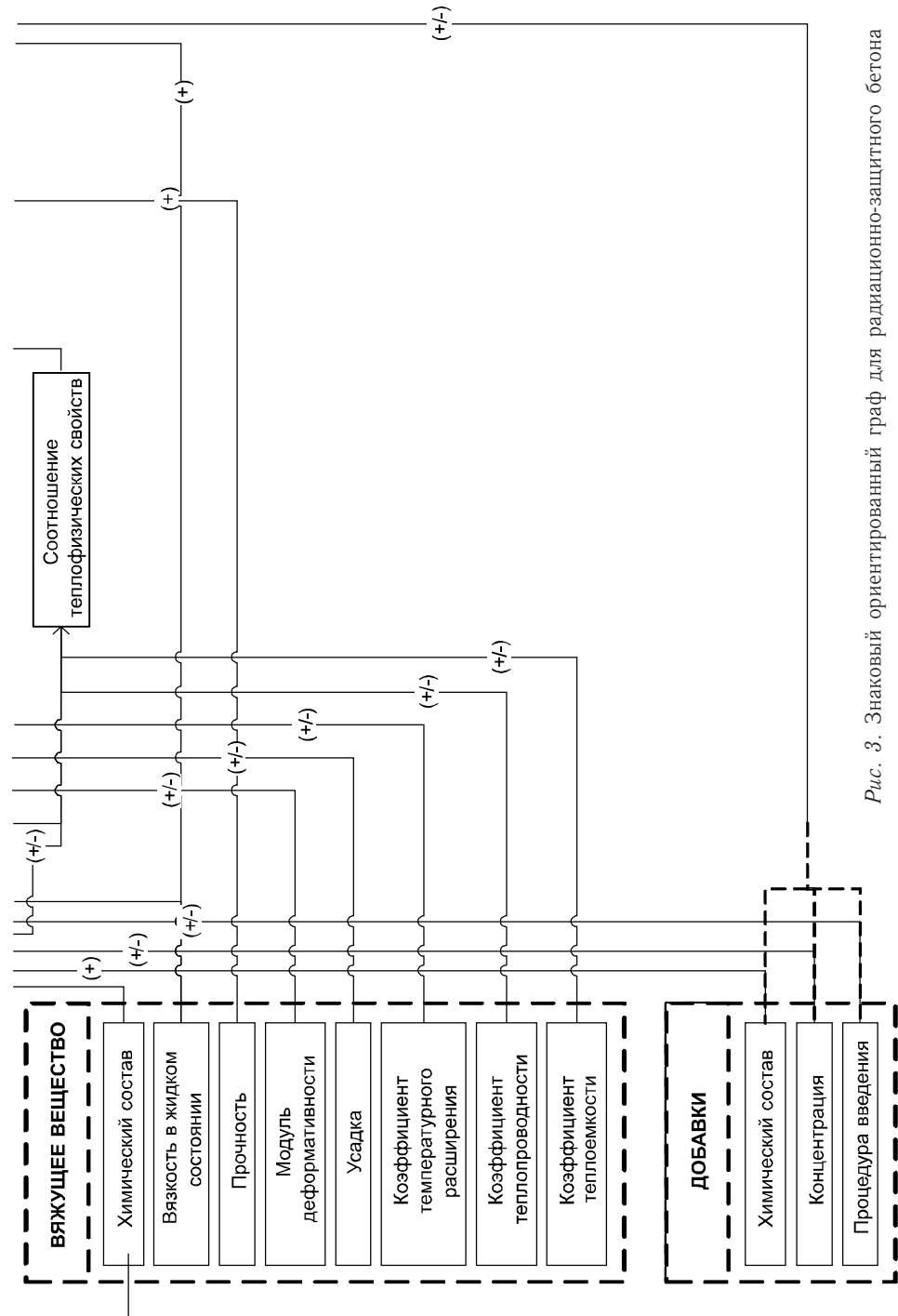


Рис. 3. Знаковый ориентированный график для радиационно-защитного бетона

— организация, охватывающая те свойства элементов, которые связаны с существованием системы (с процессами сохранения и развития целостности); при формировании межэлементных связей образуется определенная структура системы: в зависимости от вида организации из комбинации элементов и их связей можно образовать различные структуры.

К основным системным характеристикам часто относят и совместимость на элементном уровне.

При возможности выделения в системе различных уровней и типов взаимосвязей между ними, последовательного включения систем более низкого уровня в системы более высокого уровня система является иерархической (структурированной). В отличие от них в сетчатых (неструктурированных) системах каждый элемент или подсистема связаны со многими другими элементами системы сложными обратными связями, сильно влияющими друг на друга с невозможностью однозначного структурирования системы с указанием некоторой иерархии. Такие системы практически нельзя расчленить на отдельные элементы (подсистемы) с возможностью синтеза из них целой системы.

Аналогия структур (определяет сходство между системами) позволяет выявленные системные свойства одной системы переносить на другие (даже при различных смыслах их элементов). Аналогия систем связана с понятиями изоморфизма и гомоморфизма (глубокая аналогия между механическими и акустическими колебаниями лежит в основе общей теории колебаний). В большинстве случаев, когда речь идет о структурных свойствах, систему  $S_1$  можно рассматривать как модель  $S_2$ , если система  $S_1$  изоморфна системе  $S_2$ : изучение свойств  $S_2$  сводится к изучению свойств  $S_1$  (или к использованию ее известных свойств). Степень изоморфизма между системами связана с количеством «совпадающих» элементов: если все элементы совпадают — идеальный изоморфизм, при отсутствии совпадающих элементов степень изоморфизма равна нулю. При гомоморфизме одна из систем является лишь упрощенной копией другой (аналогия между системами меньше, чем при изоморфизме). Наличие изоморфизма и гомоморфизма является основой создания моделей исследуемых систем (аналогов).

Большинство задач строительного материаловедения — слабоструктурированные, трудноформализуемые, с противоречивыми целями и критериями и связаны с решением задач с нечеткими знаниями, целями и данными; проблема оптимизации сводится к экстремизации функционала (в общем случае векторного), зависящего одновременно от множества управляемых величин в их взаимосвязи [1–3].

Качественный анализ строительных материалов как систем может осуществляться на основе построения когнитивной карты (структурная схема причинно-следственных связей; в математике — знаковый взвешенный ориентированный граф (орграф)). Определяющая роль когнитивного моделирования вытекает из приводимого на рис. 2 алгоритма синтеза композиционного материала.

В качестве иллюстрации рассматривается проектирование радиационно-защитного бетона. Его структуризация рассматривается на рис. 3.

Здесь элементы системы  $A$  и  $B$  изображаются как вершины графа и соединяются ориентированной дугой: если  $A$  — причина, а  $B$  — следствие, и увеличение  $A$  ведет к увеличению (усилению)  $B$ , то связь  $A \xrightarrow{(+)} B$  считается положительной, если увеличение  $A$  при прочих равных условиях приводит к уменьшению (ослаблению)  $B$ , то связь  $A \xrightarrow{(-)} B$  будет отрицательной. При учете степени влияния каждой дуге приписывается соответствующий вес: либо вводятся лингвистические переменные («сильно», «умеренно», «слабо» и т.п.), либо используется числовая шкала с введением соответствующей метрики (качественным значениям перемен-

ных присваиваются числовые значения при выбранной шкале). На схеме знак «+/-» указывает на экстремальный характер зависимостей эксплуатационных свойств от рецептурных факторов. Оценка влияния рецептурных факторов может проводиться и по комплексным факторам (явлениям), состоящим из элементарных.

Именно управление такими факторами и явлениями служило основой при изучении и выявлении закономерностей структурообразования радиационно-защитного композита; подтвердилась эффективность когнитивного моделирования при структуризации материалов как слабоструктурированных систем.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гарькина, И. А. Строительные материалы как системы [Текст]/И. А. Гарькина, А. М. Данилов, Е. В. Королев //Строительные материалы.— 2006.— № 7.— С. 55–58.
- Выровой, В. Н. Структура, свойства, состояния [Текст]/В. Н. Выровой, А. Н. Герега// Вісник Одеської державної будівництва та архітектури. Вип. № 27.— Одеса: Зовнішрекамсервіс, 2007.— С. 78–84.
- Чернышов, Е. М. Проблемы разработки современной системы управления качеством в технологии строительных материалов и изделий [Текст]/Е. М. Чернышов// Тр. междунар. науч.-практ. конференции-семинара «Архитектура и строительство. Наука и образование как фактор оптимизации жизнедеятельности».— Хаммамет, Тунис, 2004.— С. 26–30.
- Рыбьев, И. А. Строительные материалы на основе вяжущих веществ (искусственные строительные конгломераты) [Текст]/И. А. Рыбьев.— М.: Высш. шк., 1987.— 309 с.

Гарькина И. А., канд. техн. наук, доц.

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства

Данилов А. М., д-р техн. наук, проф.

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства

Королев Е. В., д-р техн. наук, проф.

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства

Получено 05.12.08

**Garkina I. A.**, candidate of technical sciences, assistant professor, Penza State University of Architecture and Construction, Russia

**Danilov A. M.**, doctor of technical sciences, professor, Penza State University of Architecture and Construction, Russia

**Korolev E. V.**, doctor of technical sciences, professor, Penza State University of Architecture and Construction, Russia

#### COGNITIVE MODELING IN SYNTHESIS OF COMPOSITES AS COMPLEX SYSTEMS

From the point of view of material science and system theory the multicriteria optimization of properties of composites was considered.

The special attention was given to the qualitative analysis of the construction materials as complex systems by means of the oriented graph creation for radiation-protective composites...

materials' synthesis, radiation-protective composites, complex systems, weak-defined systems, cognitive modeling.

#### REFERENCES

- Гарькина, И. А. Building materials as systems [Text]/И. А. Гарькина, А. М. Данилов, В. В. Королев//Building materials.— 2006.— N 7.— P. 55–58.
- Выровой, В. Н. Structure, properties, states [Text]/В. Н. Выровой, А. Н. Герега// Bulletin of the Odessa State Academy of Architecture and Construction. Fasc. N 27.— Odessa: Zovnicreklamservice, 2007.— P. 78–84.
- Чернышов, Е. М. Problems of development of modern quality management system in the technology of building materials and products [Text]/Е. М. Чернышов//Works of

- international scientific conference «Architecture and construction. Science and education as factor of life activity optimization».— Hammamet, Tunisia, 2004.— P. 26–30.
4. R ib iev, E. A. Building materials on the basis of binders (artificial building conglomerates) [Text]/E. A. Ribiev.— M.: High school, 1987.— 309 p.

**УДК 691.327 : 620.18**

**С. Ф. КОРЕНЬКОВА, В. Г. ЗИМИНА, Д. А. ГОРЮХИН**

**ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ  
ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЫ ЦЕМЕНТНОГО КАМНЯ  
С КОМПЛЕКСНЫМ МОДИФИКАТОРОМ**

Приведены результаты исследования влияния комплексного модификатора на структуру цементного камня и морозостойкость бетона...

цементный камень, модификатор, дифференциальная пористость, добавки.

Большую роль в создании долговечного, устойчивого к действию мороза и размораживающей соли бетона играет пористость цементного камня: объем, размер, геометрия пор, характер их распределения. Известно, что разрушение происходит при многократном переходе материала через точку замерзания воды и кристаллизации льда. При этом наблюдаются миграция воды по капиллярам, диффузионный перенос растворов солей и щелочей, а также увеличение объема льда с последующей потерей прочности материала [1].

В настоящей работе рассмотрено влияние комплексного модификатора на поровую структуру цементного камня и морозостойкость бетона как важнейшего фактора его долговечности. В качестве анионактивного ПАВ воздухововлекающего действия использован алкиларилсульфонат натрия (ААСД) нового поколения с активной поверхностью твердых частиц  $6000 \text{ см}^2/\text{г}$ , разработанный совместно ОАО «ВНИИОС НК» (г. Новокуйбышевск) и ГОУВПО «СГАСУ» (г. Самара). Его носителем выбран карбонатный шлам водоумягчения Самарской ТЭС [2].

Впервые комплексный модификатор был изготовлен по специальным технологиям путем пропитки или адсорбционным насыщением поверхности высокодисперсного карбоната кальция ПАВ.

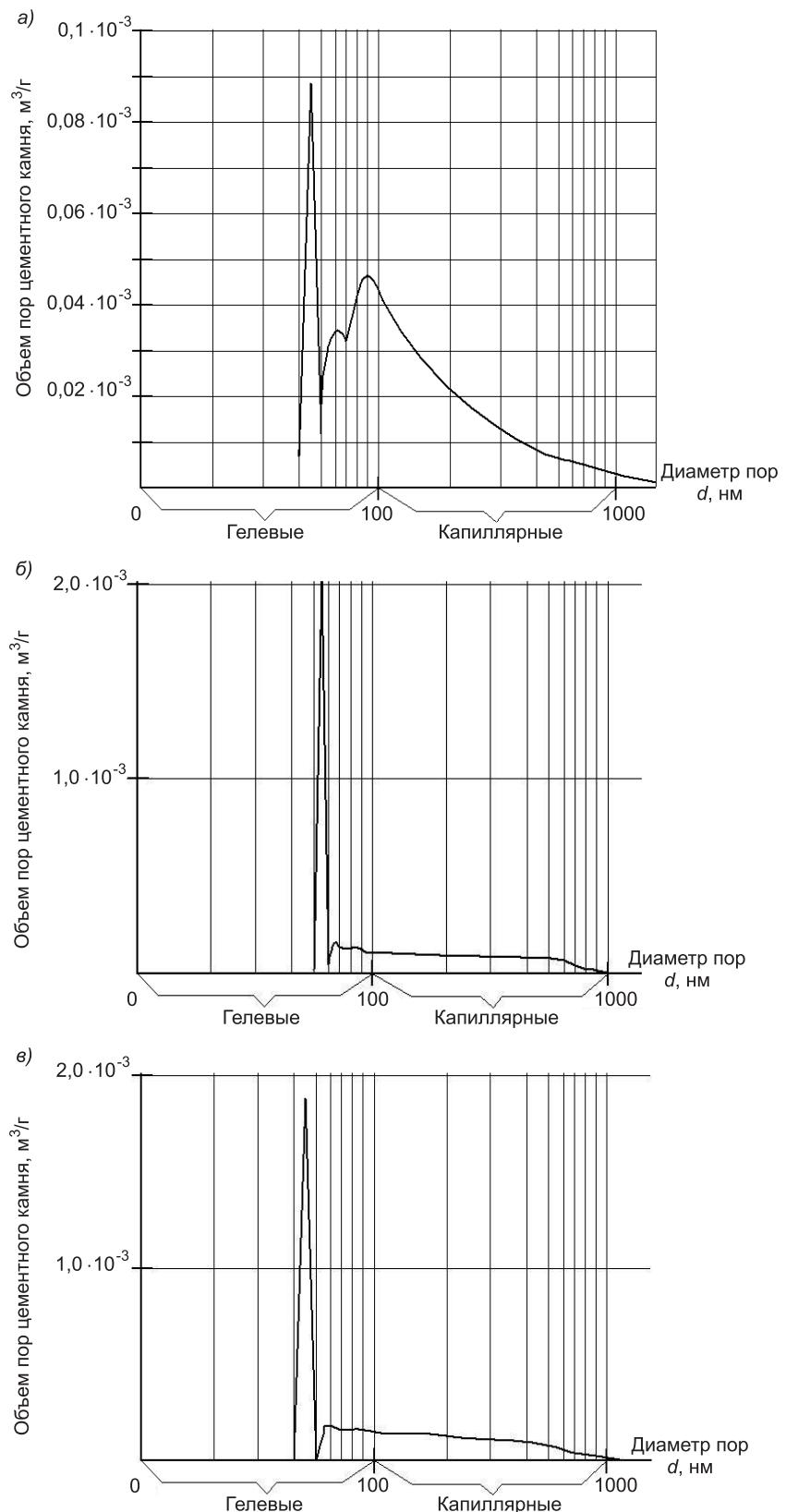
Содержание ААСД на носителе определяли спектральным методом по изменению концентрации раствора до и после адсорбции. Последнюю рассчитывали на основании графической зависимости оптической плотности раствора ( $J$ ) от концентрации ( $C$ ). Оптическую плотность растворов определяли на фотоэлектроколориметре КФУ-54. Оптимальное количество ААСД составило 0,5%, а количество носителя  $\text{CaCO}_3$  — 5% от массы цемента [3].

Совместное действие комплексного модификатора представлено на графиках рисунка.

Достигнутый эффект по улучшению структуры порового пространства цементного камня, на наш взгляд, обусловлен в определенной степени синергетическим эффектом на процессы воздухововлечения и распределения пузырьков воздуха, ограничения роста их размера и слияния.

---

**© Коренькова С. Ф., Зимина В. Г., Горюхин Д. А., 2009**



Влияние комплексного модификатора на объем и размер пор цементного камня  
 а — без модификатора; б — комплексный модификатор: 0,5% ААСД и 5% CaCO<sub>3</sub>;  
 в — комплексный модификатор: 0,5% ААСД и 10% CaCO<sub>3</sub>

Установлено, что вышеназванные способы приготовления композиции «активная фаза — носитель» оказывают положительное влияние не только на расход ПАВ, но и определяют структуру его поверхностного слоя на носителе, а также образование химической связи между ними [3].

Введение комплексного модификатора формирует высокопористую структуру цементного камня с площадью поверхности пор от 11,5 до 17,3 м<sup>2</sup>/г. В цементном камне без модификатора эта величина составляет около 3,5 м<sup>2</sup>/г (определен методом BET). Близкие результаты получены также по изотермам десорбции. Средний радиус пор в цементном камне без модификатора составил 179 нм, а с модификатором 133–137 нм. Это отвечает предлагаемой гипотезе о положительном влиянии комплексного модификатора на количество и размер пор в цементном камне.

Гелевая пористость (размер пор менее 100 нм) возрастает в 2–8 раз и является результатом комплексного воздействия наночастиц шлама и ААСД, наполняющих и стабилизирующих структуру пор, препятствующих формированию капиллярной пористости, а также увеличивающих количество пузырьков воздуха с малым размером.

Положительными факторами изменения соотношения гелевой и капиллярной пористости в сторону уменьшения последней являются избирательная адсорбционная активность шлама, увеличение степени гидратации цемента, уменьшение расстояния между частицами и флокулами дисперсных фаз.

Известно, что лед образуется при замораживании воды преимущественно в открытых порах в нескольких модификациях. Замерзание воды в порах различного размера наступает при разных температурах:

#### **Влияние комплексного модификатора на физико-технические свойства бетона**

Состав и количество комплексной добавки, % от массы цемента	Характеристики бетонной смеси			Характеристики бетона в возрасте 28 сут			
	водоцементное отношение	осадка конуса, мм	Водоотделение, % от бетонной смеси	плотность, кг/м <sup>3</sup>	предел прочности при сжатии, МПа	модуль упругости, МПа	морозостойкость (число циклов попеременного замораживания и оттаивания)
Без добавки	0,5	95	1,5	2380	20,5	17500	100
0,5% ААСД + 5,0% CaCO <sub>3</sub>	0,41	95	0,65	2200	23,5	21000	200

чем меньше размер поры, тем при более низкой температуре происходит замерзание.

Влияние комплексного модификатора на физико-технические свойства бетона класса В15 приведено в таблице.

Из результатов таблицы следует, что морозостойкость бетонов (класс В15) с добавкой комплексного модификатора составила 200 циклов попеременного замораживания и оттаивания, а без добавки — 100. В отличие от цементного камня без модификатора характер разрушения цементного камня с добавкой локальный, без интенсивного шелушения поверхности образцов, без отколов углов. Прочность бетона и его модуль упругости существенно выше.

Представленные результаты по объему, размеру и характеру пористости цементного камня еще раз подтверждают целесообразность введения комплексного модификатора (CaCO<sub>3</sub> и ПАВ) в цементные композиции как для целенаправленного формирования пористости цементного камня и повышения морозостойкости бетона, так и для повышения его прочности и улучшения других физико-технических характеристик.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Штарк, И. Долговечность бетона [Текст]/И. Штарк, Б. Вихт.— Киев: «ОРАНТА», 2004.
2. Пат. РФ № 2145947. Способ получения пластификатора бетонных смесей [Текст]/Б. С. Стрельчик, В. М. Смагин, И. В. Саблукова, В. Г. Рыжиков, Л. В. Шалимова, С. Ф. Коренькова, Л. Н. Безгина, Д. А. Горюхин.— М., 2000.
3. Коренькова, С. Ф. Комплексный модификатор цементных бетонов [Текст]/С. Ф. Коренькова, И. В. Саблукова, Д. А. Горюхин//Современное состояние и перспективы развития строительного материаловедения: восьмые академические чтения РААСН.— Самара, 2004.— С. 455–457.

*КОРЕНЬКОВА С. Ф., д-р техн. наук, проф.*

*Самарский государственный архитектурно-строительный университет*

*ЗИМИНА В. Г., инж., г. Самара*

*ГОРЮХИН Д. А., канд. техн. наук*

*Самарский государственный архитектурно-строительный университет*

Получено 08.09.08

**Koren'kova S. F.**, doctor of technical sciences, professor, Samara State University of Architecture and Civil Engineering, Russia

**Zimina V. G.**, engineer, Samara, Russia

**Goruhin D. A.**, candidate of technical sciences, Samara State University of Architecture and Civil Engineering, Russia

## PECULIARITIES OF FORMING POROUS STRUCTURE OF CEMENT STONE WITH COMPLEX MODIFICATOR

The results of investigated influence of complex modicator on structure of cement stone and frostresisting concrete...

a cement stone, the modifier, differential porosity, additions.

## REFERENCES

1. Shtark, I. Durable of concrete [Text]/I. Shtark, B. Vikht.— Kiev: «ORANTA», 2004.
2. Pat. RF N 2145947. Method Production Plasticizer of Concrete Mixtures [Text]/B. S. Strel'chik, V. M. Smagin, I. V. Sablukova, V. G. Ryzhikov, L. V. Shalimova, S. F. Koren'kova, L. H. Bezgina, D. A. Goruhin.— M., 2000.
3. Koren'kova, S. F. Complex modificator of cement concrete [Text]/S. F. Koren'kova, I. V. Sablukova, D. A. Goruhin//Sovremennoe sostoyanie: perspektivy razvitiya stroitel'nogo materialovedeniya: Vos'mye akademicheskie chteniya RAASN.— Samara, 2004.— P. 455–457.

**УДК 666.97 : 620.17**

**В. И. ЛОГАНИНА**

**К ВОПРОСУ О РЕГУЛИРОВАНИИ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВА БЕТОНА\***

Приведены сведения о технологии настройки технологических процессов производства бетонных изделий. Дан конкретный пример...

контрольная карта, вариации, уровень дефектности, марка бетона.

Анализ результатов контроля прочности бетона, взятых в лабораториях некоторых предприятий стройиндустрии, показывает, что процесс производства бетонных изделий является невоспроизводимым и находится в статистически неуправляемом состоянии [1]. Применяя статистические методы регулирования технологических процессов, можно предупредить выпуск дефектной продукции, реализовывая тем самым важнейшее требование стандартов ИСО серии 9000 «предупреждать любое несоответствие продукции». Статистическое управление — это методология, основанная на понимании вариабельности, присущей любым процессам, диагностика их стабильности и воспроизводимости и использующая простые и эффективные методы для анализа и решения проблем. Между тем общая задача и методология статистического подхода остается для сотрудников лаборатории предприятий стройиндустрии не совсем ясной и четкой. Очевидно, такое положение дел объясняется еще и тем, что существует определенный разрыв между рутинной практикой лаборатории и практикой статистического мышления.

Для того чтобы качество продукции соответствовало современным требованиям, процесс производства должен находиться в статистически управляемом состоянии и должен быть воспроизводимым.

Контрольные карты (КК) служат своевременным индикатором статистически управляемого процесса [2, 3]. С их помощью иногда можно предсказать момент, когда определенная особая причина (или причины) изменит течение процесса. Анализ причин выхода процесса из управляемого состояния и выполнение корректирующих действий по их устранению — это второй самостоятельный этап анализа процесса. И чем своеобразнее произойдет регулировка процесса, тем процесс быстрее войдет в статистически управляемое состояние.

Контрольная карта (*control chart*) графически отражает изменения показателей качества и снабжена шкалой, на которой определены границы регулирования, предусматривающие применение экономичных статистических оценок и разделяющие зоны неизбежного и устранимого рассеивания. При статистическом регулировании технологического процесса, если точки, наносимые на график, не выходят за границы регулирования, технологический процесс считают стабильным. Такое расположение точек расценивают как неизбежное рассеивание значений показателя качества и производство продолжают, ничего не изменяя.

---

\* В порядке обсуждения.

Если же точки на графике выходят за границу регулирования, то считается, что в технологическом процессе возникает опасная ситуация, в этом случае рассеивание признается устранимым, и поэтому принимают необходимые меры воздействия. Кроме того, поскольку положение границ регулирования позволяет дать вероятностную оценку положения средних значений, т.е. уровня настройки технологического процесса и рассеивания значений, то контрольные карты становятся источником полезной информации о технологическом процессе.

Выявление разладки технологического процесса основано на результатах периодического контроля малых выборок, осуществляемого по количественному или альтернативному признакам. При контроле по количественному признаку о разладке технологического процесса судят как по среднему значению контролируемого параметра, так и по рассеиванию значений контролируемого параметра относительно этого среднего значения. Для построения любой контрольной карты необходимо предварительно определить границы регулирования.

Верхняя граница регулирования для  $\bar{x}$ -карты вычисляется по формуле

$$\mu + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} = \mu + A\sigma = \text{ВГР}, \quad (1)$$

где  $n$  — объем выборки,  
а нижняя граница регулирования

$$\mu - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} = \mu - A\sigma = \text{НГР}. \quad (2)$$

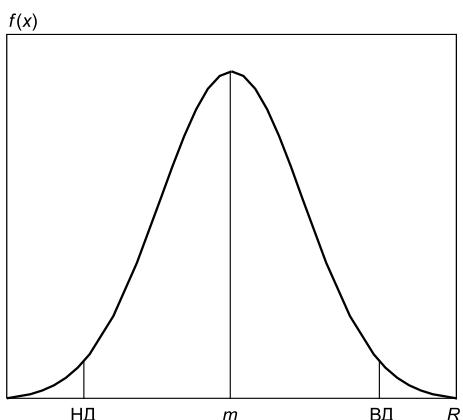
Значения коэффициентов  $A = 3 / \sqrt{n}$  можно найти из соответствующих таблиц ГОСТ Р 50779.40–96.

Таким образом, границы регулирования определяются значениями среднеквадратического отклонения  $\sigma$  и математического ожидания генеральной совокупности  $\mu$ .

Для бетона данной марки установлены допуски на показатели прочности бетона — нижний (НД) и верхний (ВД). Опыт показывает, что зачастую если значения прочности бетона, определяемые лабораторией или ОТК, оказываются вне границ регулирования, но находятся в пределах  $\text{НД} < R_i < \text{ВД}$ , то такая ситуация не вызывает обеспокоенности служб контроля. Однако значение  $\text{ВГР} < R_i < \text{ВД}$  свидетельствует о перерасходе цемента, что является нежелательным, а значение  $\text{НД} < R_i < \text{НГР}$  свидетельствует о том, что в любой момент процесс может выйти из-под контроля и значение прочности будет находиться в области  $R_i < \text{НД}$ .

Ниже приведен пример, показывающий возможность настройки технологического процесса производства бетонных изделий с заданным уровнем дефектности.

Рассмотрим в качестве примера процесс изготовления бетона марки 200. Для того чтобы процесс изготовления бетона марки 200 был статистически управляемым и воспроизводимым, возникает вопрос о числовых значениях величин  $\sigma$  и  $\mu$  с тем, чтобы регулировать процесс производства железобетонных изделий и конструкций с гарантированным уровнем качества продукции. Для этого необходимо, чтобы числовое значение среднеарифметического показателя прочности при сжатии  $\bar{R} = \mu$  совпадало с серединой поля допуска  $m$  (см. рисунок). В данном случае середина поля допуска  $m$  составляет 22,5 МПа (225 кгс/см<sup>2</sup>), а величина допуска —  $(\text{ВД} - \text{НД}) = 25,0 - 20,0 = 5,0$  МПа (50 кгс/см<sup>2</sup>). Так как при доле дефектной продукции 0,27% в поле допуска должно быть 6, то значение  $\sigma$  должно составлять 0,83 МПа (8,3 кгс/см<sup>2</sup>).



Распределение показателей прочности при сжатии

ласть, ограниченную границами регулирования, то процесс производства является статистически управляемым и воспроизводимым с уровнем качества 99,73 %.

Если предприятие гарантирует поставщику другой уровень дефектности, например 1 %, то значение среднеквадратического отклонения  $\sigma$  вычисляется следующим образом.

Так как для отнесения бетонной продукции к бракованной существует односторонний допуск по показателю прочности, то вероятность того, что продукция будет годной, определяется как

$$P = 2(0,5 - q) = 2(0,5 - 0,01) = 0,98, \quad (4)$$

где  $q$  — доля некачественной продукции.

Так как  $P = 2\Phi(t)$  ( $\Phi$  — функция Лапласа), то при  $P = 0,98$  величина  $t$  равна 2,33. Значение среднеквадратического отклонения  $\sigma$  вычисляется из соотношения  $R - НД = t\sigma$ , т.е.  $22,5 - 20,0 = 2,33\sigma$ . Следовательно, значение среднеквадратического отклонения  $\sigma$  генеральной совокупности составляет  $\sigma = 1,07$  МПа (10,7 кгс/см<sup>2</sup>). Значения среднеквадратических отклонений и границ регулирования при различных значениях доли брака приведены в таблице.

Учитывая, что бетон с течением времени набирает прочность, естественно, что процент брака будет меньше, чем при данных границах регулирования (см. таблицу). Однако предлагаемый подход позволяет настроить процесс получения бетона заданной марки с гарантированным уровнем качества, повысить конкурентоспособность бетонных и железобетонных изделий, оптимизировать затраты на их изготовление, устраниć причины, вызывающие разладку процесса.

В соответствии с ГОСТ 10180–90 «Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам» число образцов для испытаний зависит от среднего внутрисерийного коэффициента вариации прочности бетона  $\bar{v}$ . При  $\bar{v} = 5–8\%$  число образцов составляет  $n = 3$ .

Таким образом, границы регулирования должны быть равны

$$\mu \pm \frac{3\sigma}{\sqrt{3}} = 22,5 \pm \frac{3 \cdot 0,83}{\sqrt{3}}. \quad (3)$$

Если числовые значения прочности, полученные в результате испытания выборки, попадают в область, ограниченную границами регулирования, то процесс производства является статистически управляемым и воспроизводимым с уровнем качества 99,73 %.

$$P = 2(0,5 - q) = 2(0,5 - 0,01) = 0,98, \quad (4)$$

Доля брака $q$ , %	Среднеквадратическое отклонение, МПа	Границы регулирования	
		верхняя (ВГР)	нижняя (НГР)
0,135	0,83	23,94	21,0
1,0	1,07	23,94	21,0
2,0	1,21	24,35	20,4
3,0	1,33	24,8	20,2
4,0	1,43	24,98	20,0
5,0	1,51	25,0	20,0

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Логанина, В. И. Применение статистических методов управления качеством строительных материалов [Текст]: Монография / В. И. Логанина, Л. П. Орентлихер, А. А. Федосеев. — М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2004. — 104 с.
- ГОСТ Р 50779.40–96. Статистические методы. Контрольные карты. Общее руководство и введение.

3. ГОСТ Р 50.1.018–98. Обеспечение стабильности технологических процессов в системах качества по моделям стандарта ИСО серии 9000.

*ЛОГАНИНА В. И., д-р техн. наук, проф.*

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства*

Получено 05.11.08

**Loganina V. I.**, doctor of technical sciences, professor, Pensa State University of Architecture and Construction, Russia

## **TO THE QUESTION ON REGULATION OF TECHNOLOGICAL PROCESSES OF MANUFACTURE OF CONCRETE**

Date about tuning technology of technological processes of concrete making production.  
Real example is shown...

check card, variations, level of imperfectness, brand of concrete.

### **REFERENCES**

1. Loganina, V. I. Application of statistical methods of quality of build materials management [Text]/V. I. Loganina, L. P. Orentlikher, A. A. Fedoseev.— M.: Izd-vo of Association of build institutes of higher, 2004.— 104 p.
  2. GOST R 50779.40–96. Statistical methods. Check cards. General guidance and introduction.
  3. GOST R 50.1.018–98. Providing of technological processes stability in the systems of quality on the models of standard of ISO 9000.
-

## **ЭКОНОМИКА И ОРГАНИЗАЦИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА АВТОМАТИЗАЦИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ СТРОИТЕЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА**

**УДК 693.547.32.001.29**

**В. В. МОЛОДИН, И. А. ПАРГАЧЕВСКАЯ**

### **ЗИМНЕЕ БЕТОНИРОВАНИЕ ПЛИТ ПЕРЕКРЫТИЙ НАДЗЕМНОЙ ЧАСТИ ЗДАНИЙ В МОНОЛИТНОМ ИСПОЛНЕНИИ**

Методом математического моделирования сложных физических и организационно-технологических процессов дано решение актуальной научно-технической задачи, связанной с практической реализацией управляемых температурных режимов при зимнем бетонировании плит перекрытия надземной части зданий в монолитном исполнении. Рассмотрены два альтернативных метода прогрева бетона (электрическими нагревательными проводами и полосовыми электродами) при двух альтернативных режимах (традиционном с изотермическим выдерживанием бетона и управляемом температурном режиме в оптимальном температурном диапазоне). На примере решения тестовой задачи подтверждены возможность гарантированного выполнения нормативных температурных ограничений и существенное энергосбережение при управляемом температурном режиме...

зимнее бетонирование плит перекрытия, управляемые температурные режимы, контроль нормативных температурных ограничений, электродный прогрев, прогрев электрическими нагревательными проводами.

В последние десятилетия активно развивается строительство жилых и общественных зданий из монолитного бетона. Это объясняется:

- возможностью строительства в районах, удаленных от предприятий, выпускающих сборные конструкции зданий;
- технологической гибкостью, позволяющей возводить здания повышенной этажности с различной планировочной структурой;
- повышенной устойчивостью зданий к сейсмическим воздействиям и деформациям, а также к деформациям при строительстве в зонах просадочных грунтов.

Однако возведение таких зданий в зимних условиях сопряжено со сложностями, связанными с выполнением температурных ограничений СНиП 3.03.01–87\* [1]. Вместе с тем, по данным С. Г. Головнева [2], качество технологии зимнего бетонирования монолитных строительных конструкций — это совокупность параметров и критериев, определяющих степень соответствия выбранного метода производства работ требованиям нормативных документов.

В. В. Молодиным совместно с Ю. А. Поповым и Ю. В. Луневым научно обоснована концепция управляемого температурного режима выдерживания бетона в оптимальном температурном диапазоне и управляемого ступенчатого температурного режима при разогреве и остывании бетона. Эти температурные режимы были использованы для разработки программных продуктов с целью гарантированного выполнения температурных ог-

---

**© Молодин В. В., Паргачевская И. А., 2009**

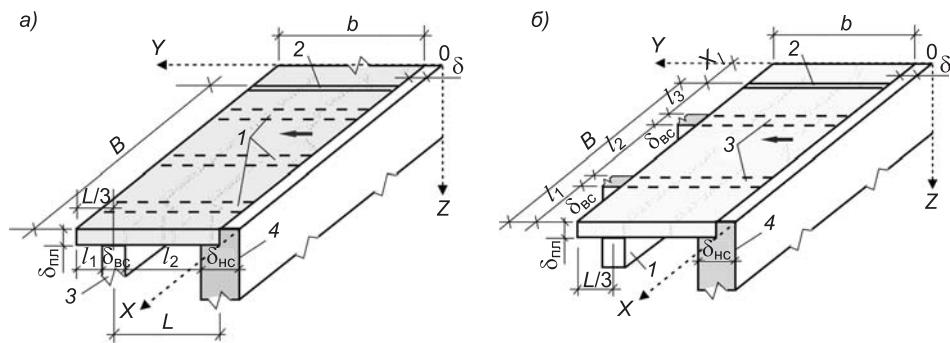


Рис. 1. Расчетная схема перекрытия, бетонируемого перпендикулярно (а) и параллельно (б) внутренним несущим стенам

1 — балки; 2 — рабочий шов; 3 — несущие внутренние стены; 4 — несущая наружная стена

граничений, в том числе в местах контакта бетона с нагревателями и в местах примыкания свежеуложенного бетона к ранее забетонированным конструкциям на стадии проектирования конструктивных элементов монолитных каркасов зданий, а также для разработки нестандартного программного обеспечения для системы автоматического управления температурным режимом на стадии производства работ. Рассмотрим эти вопросы применительно к конструкциям, обозначенным в заглавии статьи.

Как известно, при бетонировании монолитных перекрытий неизбежны технологические перерывы (окончание смены, перерывы в доставке бетонной смеси, установка арматуры и закладных деталей и др.). В этих случаях устраивают рабочие швы. Они представляют из себя плоскость, по которой к ранее уложенному бетону примыкает свежеуложенный. В плитах перекрытий рабочие швы располагают вертикально и устраивают их путем установки деревянного щита с прорезями для арматуры. При перерыве более двух часов возобновляют укладку бетонной смеси после набора прочности ранее уложенного бетона не менее 1,5 МПа.

Располагают рабочие швы в сечениях, в которых изгибающий момент имеет наименьшее значение. В соответствии с [2] такие сечения, как правило, находятся на расстоянии  $1/3$  от промежуточных опор (монолитных несущих стен и перегородок). В зависимости от схемы расположения рабочих швов при бетонировании плит перекрытий (бетонирование в направлении, перпендикулярном несущим внутренним стенам, или в направлении, параллельном несущим стенам) могут иметь место две расчетные схемы бетонируемых плит перекрытия (рис. 1).

Введем следующие допущения:

- 1) бетонируемые плиты перекрытия опираются на всю поверхность верхнего сечения как внутренних, так и наружных стен;
- 2) к моменту начала бетонирования плиты перекрытия бетон ранее забетонированных конструкций, на которые опирается плита, успевает принять температуру наружного воздуха;
- 3) балки и плиты бетонируются одновременно.

Рассмотрим следующие варианты прогрева бетона плиты и балок:

- 1) синхронный прогрев бетона балок и плиты перекрытия электрическими нагревательными проводами на уровне нижней и верхней арматурных сеток;
- 2) синхронный прогрев бетона балок струнными электродами и односторонний прогрев бетона плиты полосовыми электродами на нижних щитах опалубки;
- 3) синхронный прогрев бетона балок струнными электродами и двухсторонний прогрев бетона плиты перекрытия полосовыми электродами

на нижних щитах опалубки и на инвентарных деревянных накладных щитах сверху.

В соответствии с расчетными схемами рис. 1 введем общие для них обозначения:

$\delta_{\text{пл1}}$ ,  $\delta_{\text{пл2}}$  — толщина соответственно бетонируемой плиты и примыкающей к ней ранее забетонированной плиты, м;

$\delta_{\text{вс}}$ ,  $\delta_{\text{нс}}$  — толщина соответственно внутренних и наружных стен, м;

$A, B$  — размеры бетонируемой плиты соответственно по осям  $y$  и  $x$ ;  
 $a, b$  — соответственно ширина и высота балок, м;

$X$  — граница зоны теплового влияния по оси  $x$  бетонируемой плиты на ранее забетонированную плиту, м;

$Z_1$  — граница зоны теплового влияния по оси  $z$  бетонируемой плиты на внутренние стены, м;

$Z_2$  — то же, на наружную стену, м.

Для расчетной схемы рис. 1, а:

$l_6$  — расстояние между осями смежных балок, м;

$B = 3 \cdot l_6$ .

Для расчетной схемы рис. 1, б:

$l_{\text{вс}}$  — расстояние между осями смежных внутренних стен, м;

$B = 2 \cdot l_6$ ;

$L$  — расстояние от оси балки до оси наружной стены, м.

Математическую формализацию физической модели рассмотрим на примере расчетной схемы рис. 1, а.

Количественную оценку процесса набора прочности бетона целесообразно провести с помощью вспомогательного программного блока с компьютерной интерполяцией высокодостоверных экспериментальных номограмм ЦНИИОМТП, выполненной с помощью математического пакета MatchCAD 2001i Professional [3].

**Математическая модель динамики температурного поля и прочности бетона при бетонировании плиты перекрытия перпендикулярно внутренним несущим стенам**

$$\left. \begin{aligned}
 & \text{Бетонируемая плита перекрытия} \\
 & 1. \frac{\partial t_{\text{пл1}}(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_{\text{пл1}}}{C_{\text{пл1}}} \times \\
 & \quad \times \left( \frac{\partial^2 t_{\text{пл1}}(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t_{\text{пл1}}(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t_{\text{пл1}}(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right) + \\
 & \quad + \frac{\omega(\tau)}{C_{\text{пл1}}} + \frac{Q(\tau)}{C_{\text{пл1}}}, \quad x \in (X, B + X) \wedge y \in A \wedge z \in \delta_{\text{пл1}} \wedge \tau \in T_{R70\%}; \\
 & 2. -\lambda_{\text{пл1}} \frac{\partial t_{\text{пл1}}(x=X, y, z, \tau)}{\partial x} = -\lambda_{\text{пл2}} \cdot \frac{\partial t_{\text{пл2}}(x=X, y, z, \tau)}{\partial x}, \quad y \in A \wedge z \in \delta_{\text{пл1}}; \\
 & 3. -\lambda_{\text{пл1}} \frac{\partial t_{\text{пл1}}(x=X+B, y, z, \tau)}{\partial x} = K_{\text{пп1}} \cdot [t_{\text{пл1}}(x=X+B, y, z, \tau) - \theta], \\
 & \quad y \in A \wedge z \in \delta_{\text{пл1}}; \\
 & 4. -\lambda_{\text{пл1}} \frac{\partial t_{\text{пл1}}(x, y, z=0, \tau)}{\partial z} = K_{\text{пп1}} \cdot [t_{\text{пл1}}(x, y, z=0, \tau) - \theta], \quad x \in (X, B + X) \wedge y \in A; \\
 & 5. -\lambda_{\text{пл1}} \frac{\partial t_{\text{пл1}}(x, y, z=\delta_{\text{пл1}}, \tau)}{\partial z} = K_{\text{пп1}} \cdot [t_{\text{пл1}}(x, y, z=\delta_{\text{пл1}}, \tau) - \theta],
 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
& [x \in (l_6 / 2 - a / 2) \wedge x \in ((l_6 / 2 + a / 2), (3 \cdot l_6 / 2 - a / 2)) \wedge \\
& \wedge x \in ((3 \cdot l_6 / 2 + a / 2), (5 \cdot l_6 / 2 - a / 2)) \wedge x \in ((5 \cdot l_6 / 2 + a / 2), B)] \wedge \\
& \wedge [y \in (\delta_{hc} + l_2) \wedge y \in ((\delta_{hc} + l_2 + \delta_{bc}), A)]; \\
& 6. -\lambda_{pl1} \frac{\partial t_{pl1}(x, y, z, \tau)}{\partial y} = K_{pp1} \cdot [t_{pl1}(x, y, z, \tau) - \theta], \\
& x \in (X, B + X) \wedge [y = 0 \wedge y = A] \wedge z \in \delta_{pl1}; \\
& 7. -\lambda_{pl1} \frac{\partial t_{pl1}(x, y, z = \delta_{pl1}, \tau)}{\partial z} = -\lambda_{bc} \cdot \frac{\partial t_{bc}(x, y, z = \delta_{pl1}, \tau)}{\partial z}, x \in (X, B + X) \wedge \\
& \wedge y \in ((\delta_{hc} + l_2), (\delta_{hc} + l_2 + \delta_{bc})); \\
& 8. -\lambda_{pl1} \frac{\partial t_{pl1}(x, y, z = \delta_{pl1}, \tau)}{\partial z} = -\lambda_{hc} \cdot \frac{\partial t_{hc}(x, y, z = \delta_{pl1}, \tau)}{\partial z}, x \in (X, B + X) \wedge \\
& \wedge y \in ((\delta_{hc} + l_2), (\delta_{hc} + l_2 + \delta_{bc})); \\
& 9. \frac{\partial t_{bc}(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_{bc}}{C_{bc}} \left( \frac{\partial^2 t_{bc}(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t_{bc}(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t_{bc}(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right), \\
& x \in (X, B + X) \wedge y \in ((\delta_{hc} + l_2), (\delta_{hc} + l_2 + \delta_{bc})) \wedge z \in (\delta_{pl1}, \delta_{pl1} + Z_1); \\
& 10. \frac{\partial t_{hc}(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_{hc}}{C_{hc}} \left( \frac{\partial^2 t_{hc}(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t_{hc}(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t_{hc}(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right), \\
& x \in (X, B + X) \wedge y \in \delta_{hc} \wedge z \in (\delta_{pl1}, \delta_{pl1} + Z_2); \\
& 11. \frac{\partial t_{hc}(x, y, z \geq \delta_{pl1} + Z_1, \tau)}{\partial z} = 0, \\
& x \in (X, B + X) \wedge y \in ((\delta_{hc} + l_2), (\delta_{hc} + l_2 + \delta_{bc})); \\
& 12. \frac{\partial t_{bc}(x, y, z \geq \delta_{pl1} + Z_2, \tau)}{\partial z} = 0, x \in (X, B + X) \wedge y \in \delta_{hc}. \tag{1} \\
& \text{Бетонируемые балки} \\
& 13. \frac{\partial t_\delta(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_\delta}{C_\delta} \left( \frac{\partial^2 t_\delta(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t_\delta(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t_\delta(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right) + \\
& + \frac{\omega(\tau)}{C_\delta} + \frac{Q(\tau)}{C_\delta}, \{[x = (l_6 / 2 - a / 2) \wedge x = (l_6 / 2 + a / 2)] \vee [x = (3 \cdot l_6 / 2 - a / 2) \wedge \\
& \wedge x = (3 \cdot l_6 / 2 + a / 2)] \wedge [x = (5 \cdot l_6 / 2 - a / 2) \wedge x = (5 \cdot l_6 / 2 + a / 2)] \wedge \\
& \wedge y \in (\delta_{hc}, \delta_{hc} + l_2) \wedge z \in (\delta_{pl1}, \delta_{pl1} + b) \wedge \tau \in T_{R70\%}; \\
& 14. -\lambda_\delta \frac{\partial t_\delta(x, y, z, \tau)}{\partial x} = K_{pp2} [t_\delta(x, y, z, \tau) - \theta], \\
& [x \in ((l_6 / 2 - a / 2), (l_6 / 2 + a / 2)) \vee x \in ((3 \cdot l_6 / 2 - a / 2), (3 \cdot l_6 / 2 + a / 2)) \vee \\
& \vee x \in ((5 \cdot l_6 / 2 - a / 2), (5 \cdot l_6 / 2 + a / 2))] \wedge y \in (\delta_{hc}, \delta_{hc} + l_2) \wedge \\
& \wedge z \in (\delta_{pl1}, \delta_{pl1} + b); \\
& 15. -\lambda_\delta \frac{\partial t_\delta(x, y, z, \tau)}{\partial z} = K_{pp2} [t_\delta(x, y, z, \tau) - \theta], \\
& [x \in ((l_6 / 2 - a / 2), (l_6 / 2 + a / 2)) \vee x \in ((3 \cdot l_6 / 2 - a / 2), (3 \cdot l_6 / 2 + a / 2)) \vee \\
& \vee x \in ((5 \cdot l_6 / 2 - a / 2), (5 \cdot l_6 / 2 + a / 2))] \wedge y \in (\delta_{hc}, \delta_{hc} + l_2) \wedge z = \delta_{pl1} + b;
\end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
16. -\lambda_6 \frac{\partial t_6(x, y, z = \delta_{\text{пл}_1}, \tau)}{\partial z} &= -\lambda_{\text{пл}_1} \cdot \frac{\partial t_{\text{пл}_1}(x, y, z = \delta_{\text{пл}_1}, \tau)}{\partial z}, \\
&[x \in ((l_6 / 2 - a / 2), (l_6 / 2 + a / 2)) \vee \\
&\vee x \in ((3 \cdot l_6 / 2 - a / 2), (3 \cdot l_6 / 2 + a / 2)) \vee \\
&\vee x \in ((5 \cdot l_6 / 2 - a / 2), (5 \cdot l_6 / 2 + a / 2))] \wedge y \in (\delta_{\text{hc}}, \delta_{\text{hc}} + l_2); \\
17. -\lambda_6 \frac{\partial t_6(x, y, z, \tau)}{\partial y} &= -\lambda_{\text{bc}} \cdot \frac{\partial t_{\text{bc}}(x, y, z, \tau)}{\partial y}, \\
&[x \in ((l_6 / 2 - a / 2), (l_6 / 2 + a / 2)) \vee \\
&\vee x \in ((3 \cdot l_6 / 2 - a / 2), (3 \cdot l_6 / 2 + a / 2)) \vee \\
&\vee x \in ((5 \cdot l_6 / 2 - a / 2), (5 \cdot l_6 / 2 + a / 2))] \wedge y = (\delta_{\text{hc}}, \delta_{\text{hc}} + l_2) \wedge \\
&\wedge z \in (\delta_{\text{пл}_1}, \delta_{\text{пл}_1} + b); \\
18. -\lambda_6 \frac{\partial t_6(x, y, z, \tau)}{\partial y} &= -\lambda_{\text{hc}} \cdot \frac{\partial t_{\text{hc}}(x, y, z, \tau)}{\partial y}, \\
&[x \in ((l_6 / 2 - a / 2), (l_6 / 2 + a / 2)) \vee \\
&\vee x \in ((3 \cdot l_6 / 2 - a / 2), (3 \cdot l_6 / 2 + a / 2)) \vee \\
&\vee x \in ((5 \cdot l_6 / 2 - a / 2), (5 \cdot l_6 / 2 + a / 2))] \wedge y = \delta_{\text{hc}} \wedge z \in (\delta_{\text{пл}_1}, \delta_{\text{пл}_1} + b); \\
19. t_{\text{пл}_2}(x, y, z, \tau = 0) &= \theta, x \in X_1 \wedge y \in B \wedge z \in \delta_{\text{пл}_2}; \\
20. t_{\text{пл}_1}(x, y, z, \tau = 0) &= t_{\text{бс}}, x \in (X_1, X_1 + B) \wedge y \in b \wedge z \in \delta_{\text{пл}_1}; \\
21. t_{\text{ct2}}(x, y, z, \tau = 0) &= \theta, x \in (X_1 + B) \wedge y \in \delta_{\text{hc}} \wedge z \in Z_2; \\
22. R_{\text{ct1}}^{\tau=0} &= 0; R_{\text{ct1}}^{\tau+\Delta\tau} = R_{\text{ct1}}^{\tau} + \Delta R.
\end{aligned} \right\}$$

В математических моделях (1): (1.1), (1.13) — дифференциальные уравнения теплопроводности свежеуложенного бетона с двумя объемно-распределенными источниками тепла; (1.9), (1.10) — дифференциальные уравнения теплопроводности бетона ранее забетонированных конструкций; (1.3)–(1.6), (1.14), (1.15) — ГУ III рода на границах, где происходит теплообмен с наружным воздухом; (1.2), (1.7), (1.8), (1.16)–(1.18) — ГУ IV рода (условия теплового примыкания двух твердых тел по закону Фурье); (1.11), (1.12) — условия на границах зон теплового влияния бетонируемых плит перекрытия на ранее забетонированные внутренние и наружные стены; (1.19), (1.21) — начальные условия; (1.20) — количественная оценка нарастания прочности бетона.

Дополнительно отметим следующее. Начальное условие для бетонируемых плит перекрытий  $t_{\text{пл}_1}(x, y, z, \tau = 0) = t_{\text{бс}}$  имеет геометрическую привязку, аналогичную (1.1) для расчетной схемы рис. 1, а. Начальное условие для бетонируемых балок  $t_b(x, y, z, \tau = 0) = t_{\text{бс}}$  имеет геометрическую привязку, аналогичную (1.13). Начальные условия для всех ранее забетонированных конструкций  $t_{\text{bc}}(x, y, z, \tau = 0) = \theta$  и  $t_{\text{hc}}(x, y, z, \tau = 0) = \theta$  также с соответствующей геометрической привязкой.

**Особенности численной аппроксимации математической модели (1) по неявной разностной схеме дробных шагов [4]. 1-я прогонка ( $n+1/3$ ) по оси  $z$  с границами циклов:**

— свежеуложенный бетон плиты перекрытия:  $i \in M_1$ , где  $M_1 = \text{ROUND}(\delta_{\text{пл}_1} / \Delta z)$ ;

— свежеуложенный бетон плиты перекрытия и сопрягаемой с пли-той бетонируемой балки:  $i \in M_2$ , где  $M_2 = \text{ROUND}(\delta_{\text{ct1}} + b / \Delta z)$ ;

— свежеуложенный бетон плиты перекрытия и бетон ранее засебонированных внутренних и наружных стен ( $Z_1 = Z_2 = Z$ ):  $i \in M_3$ , где  $M_3 = \text{ROUND}(\delta_{\text{пл}} + Z / \Delta z)$ ;

2-я прогонка ( $n+2/3$ ) по оси  $x$  с границами циклов:

— бетон ранее засебонированной плиты, сопрягаемой с бетонируемой:  $j \in N_1$ , где  $N_1 = \text{ROUND}(X / \Delta x)$ ;

— свежеуложенный бетон бетонируемой плиты перекрытия и бетонируемых сопрягаемых с плитой балок:  $j \in (N_3; N_4) \wedge j \in (N_5; N_6) \wedge j \in (N_7; N_8)$ , где  $N_3 = \text{ROUND}((X + l_6 / 2 - a / 2) / \Delta x)$ ;  $N_4 = \text{ROUND}((X + l_6 / 2 + a / 2) / \Delta x)$ ;  $N_5 = \text{ROUND}((X + 3 \cdot l_6 / 2 - a / 2) / \Delta x)$ ;  $N_6 = \text{ROUND}((X + 3 \cdot l_6 / 2 + a / 2) / \Delta x)$ ;  $N_7 = \text{ROUND}((X + 5 \cdot l_6 / 2 - a / 2) / \Delta x)$ ;  $N_8 = \text{ROUND}((X + 5 \cdot l_6 / 2 + a / 2) / \Delta x)$ ;

3-я прогонка ( $n+1$ ) по оси  $y$  с границами циклов:

— свежеуложенный бетон бетонируемой плиты перекрытия и балок:  $k \in U_1$ ,  $U_1 = \text{ROUND}((\delta_{\text{hc}} + l_2 + \delta_{\text{bc}} + l_1) / \Delta y)$ ;

— зона теплового примыкания бетонируемой плиты к ранее возводенной наружной стене:  $j \in U_2$ , где  $U_2 = \text{ROUND}(\delta_{\text{hc}} / \Delta y)$ ;

— зона теплового примыкания бетонируемой плиты к ранее возводенной внутренней несущей стене:  $k \in (U_3, U_4)$ , где  $U_3 = \text{ROUND}((\delta_{\text{hc}} + l_2) / \Delta y)$ ;  $U_4 = \text{ROUND}((\delta_{\text{hc}} + l_2 + a) / \Delta y)$ .

Адаптация прогоночных коэффициентов на границах для ГУ III рода: если рассматриваемая граница находится в начале координатной оси, то по неявной разностной схеме, если в конце оси, то по явной.

При двухстороннем прогреве бетона бетонируемых плит электрическими нагревательными проводами искусственный объемно-распределенный источник тепла в дифференциальных уравнениях теплопроводности свежеуложенного бетона  $\frac{Q(\tau)}{C} = \frac{Q_{\text{пр}}(\tau)}{C}$  находится двойным приведением:

$$Q_{\text{пр}}(\tau) = \frac{q_{\text{пр}}(\tau)}{l}; \quad (2)$$

$$q_{\text{пр}}(\tau) = \frac{q_l(\tau) \cdot L}{F}, \quad (3)$$

где  $q_{\text{пр}}(\tau)$  — интенсивность теплового потока на рассматриваемой грани плиты,  $\text{Вт}/\text{м}^2$ ;

$l = \delta_{\text{з.сл}} = \Delta z$  — шаг численного интегрирования по оси  $z$ , нормальной к верхней и нижней граням плиты перекрытия, м;

$q_l(\tau)$  — регулируемое погонное тепловыделение нагревательного провода,  $\text{Вт}/\text{м}$ ;

$L$  — расчетная длина провода, м, на грани плиты площадью  $F$ ,  $\text{м}^2$ .

Односторонний (снизу) или двухсторонний (снизу и сверху) электродный прогрев бетона производится полосовыми электродами, закрепленными на нижних щитах опалубки (односторонний прогрев) или на нижних щитах опалубки и на инвентарных деревянных накладных щитах (двухсторонний прогрев). В соответствии с Руководством [4] удельная тепловая мощность нагревателей на каждой грани плиты находится по формуле

$$P^* = \frac{0,785 \cdot U^2}{\rho(\tau) \cdot b \cdot \ln(2,54 \cdot b / a)}, \quad (4)$$

где  $P^*$  — удельная тепловая мощность нагревателей,  $\text{Вт}/\text{м}^2$ ;

$b$  — расстояние между осями полосовых электродов, м;

$a$  — ширина электродов, м.

Тогда

$$\frac{Q(\tau)}{C} = \frac{Q_{\text{пр}}(\tau)}{C} = \frac{P^*}{C \cdot \delta_{\text{з.сл}}}.$$
 (5)

Как уже отмечалось, для обеспечения достоверного прогноза процесса нарастания прочности бетона программно проинтегрированы высокодостоверные номограммы ЦНИИОМТП с помощью математического пакета MathCad 2000i Professional [3].

Математическая модель (1) реализована на алгоритмическом языке Object Pascal в среде Borland Delphi 7.0.

**Решение тестовой задачи** на примере зимнего бетонирования монолитных плит перекрытий толщиной 200 мм при строительстве административного здания на пересечении улиц Свердлова и Советская в г. Новосибирске.

Дано: класс бетона В30 плотностью  $\rho = 2450 \text{ кг}/\text{м}^3$  и с коэффициентом теплопроводности  $\lambda = 2,8 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{град})$ ; температура укладываемой бетонной смеси  $t_{\text{бс}} = 5^\circ\text{C}$ ; расчетная температура окружающего воздуха  $t_{\text{возд}} = -20^\circ\text{C}$ ; скорость ветра  $v = 5 \text{ м}/\text{с}$ ; опалубка из водостойкой фанеры ( $\delta_{\text{оп}} = 18 \text{ мм}; \lambda_{\text{оп}} = 0,17 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{град})$ ); утеплитель сверху пенополистерол ( $\delta_{\text{ут}} = 50 \text{ мм}; \lambda_{\text{ут}} = 0,049 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{град})$ ); удельная теплоемкость бетона  $C = 0,22 \text{ Вт}\cdot\text{ч}/(\text{кг}\cdot\text{град})$ .

Рассчитать: время набора бетоном прочности  $R_{70\%}$ , общие удельные энергозатраты для двух методов прогрева бетона: 1) электрическими нагревательными проводами на уровне верхней и нижней арматурных сеток; 2) двухсторонний периферийный прогрев бетона полосовыми электродами на нижних щитах опалубки и на верхних

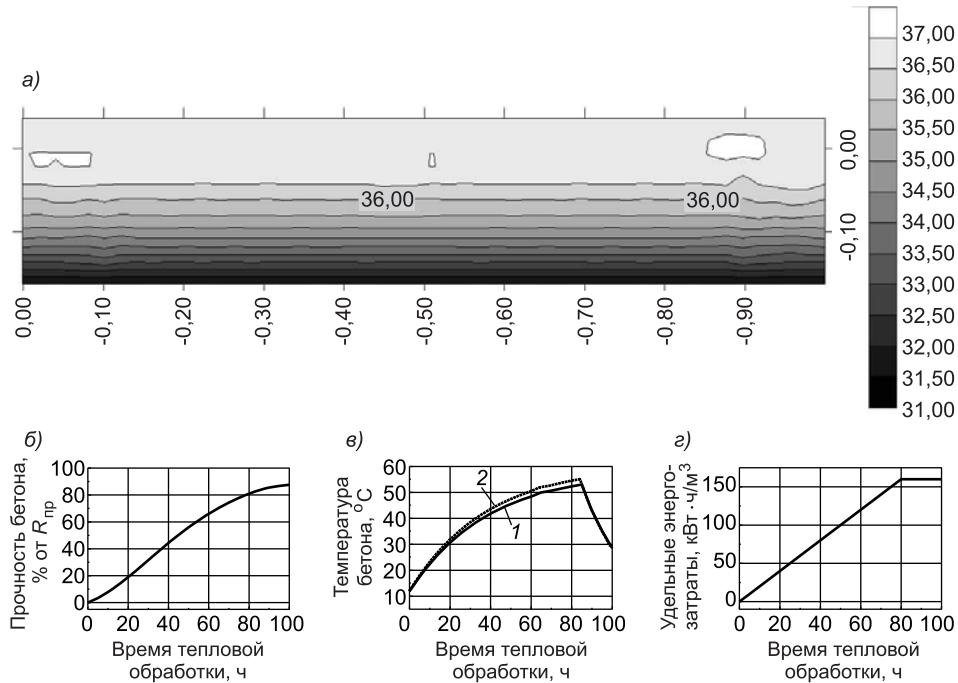


Рис. 2. Бетонирование плиты с прогревом бетона электрическими нагревательными проводами при изотермическом выдерживании (реализованный вариант)

а — масштабное температурное поле; б — ход во времени процесса набора прочности бетоном; в — изменение во времени среднеобъемной температуры бетона по данным расчетов (1) и то же по данным измерений (2); г — изменение во времени удельных энергозатрат

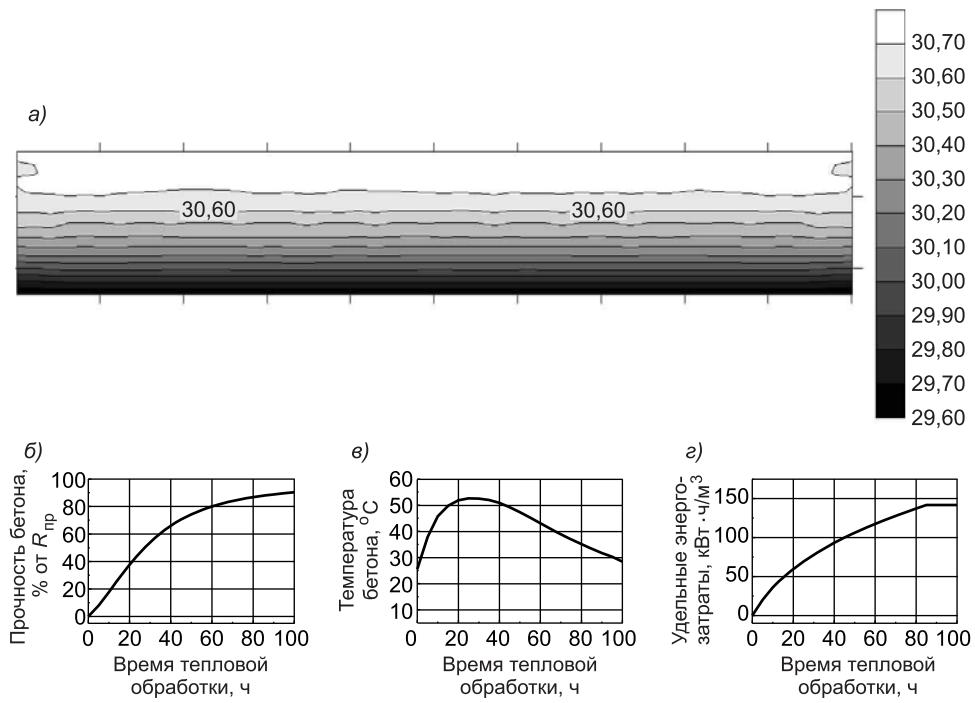


Рис. 3. Бетонирование плиты с прогревом бетона накладными электродами при изотермическом выдерживании

а — масштабное температурное поле; б — ход во времени процесса набора прочности бетоном; в — изменение во времени среднеобъемной температуры бетона; г — изменение во времени удельных энергозатрат

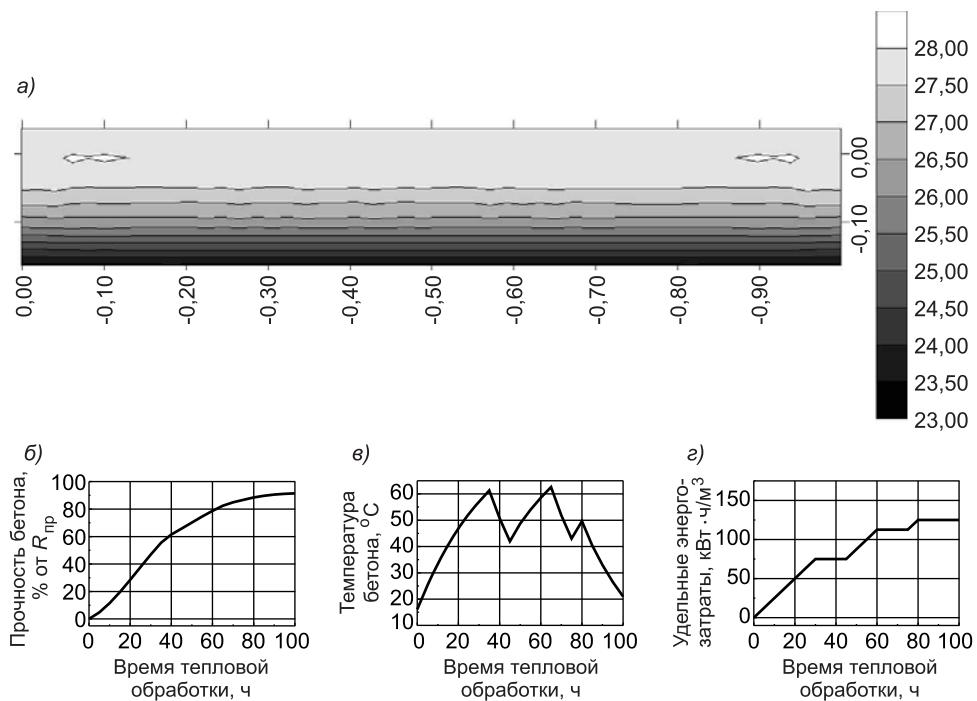


Рис. 4. Бетонирование плиты с прогревом бетона электрическими нагревательными проводами при его выдерживании в оптимальном температурном диапазоне.

Условн. обозн. см. на рис. 3

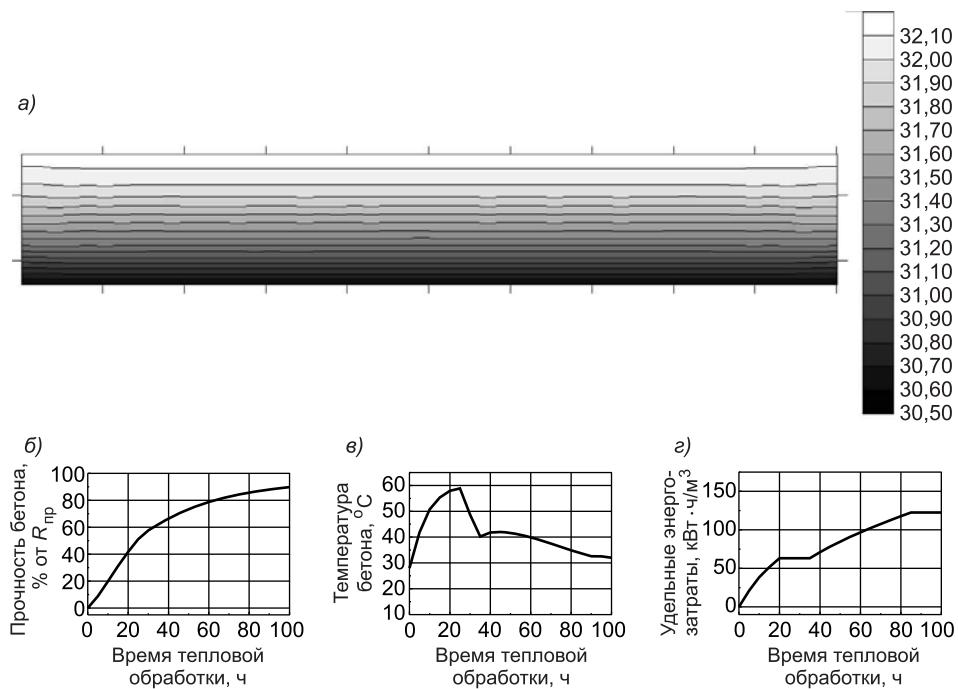


Рис. 5. Бетонирование плиты с прогревом бетона накладными электродами при его выдерживании в оптимальном температурном диапазоне.

Условн. обозн. см. на рис. 3

инвентарных накладных щитах при двух температурных режимах выдерживания бетона: изотермическом выдерживании и при управляемом температурном режиме в оптимальном температурном диапазоне. В соответствии с тепловыми потерями бетоном плиты через утепленный верх 60 Вт/м<sup>2</sup> и через опалубку снизу 420 Вт/м<sup>2</sup> расчетное значение тепловых потерь от нагревателей соответственно принять 100 и 500 Вт/м<sup>2</sup>.

Массив выходных напряжений понижающего трансформатора КТП-63-0Б: 49, 60, 70, 85, 103 и 121 В.

Результаты расчетов приведены на рис. 2–5.

Результаты вариантовых расчетов, приведенных в таблице, подтверждают более высокую эффективность, во-первых, электродного прогрева бетона по сравнению с его прогревом электрическими нагревательными проводами, во-вторых, управляемого температурного режима.

#### Результаты расчетов на примере решения тестовой задачи для строительного объекта в г. Новосибирске

№ п/п	Вариант выдерживания бетона	Время набора бетоном критической прочности $T_{R70\%}$		Удельные энергозатраты, кВт·ч/м <sup>3</sup>	
		прогрев нагреватель- ными прово- дами	электрод- ный про- грев	прогрев нагрева- тельными проводами	электрод- ный про- грев
1	Изотермическое выдерживание при $t_{иB} = 50^{\circ}\text{C}$	62	42	126	90
2	Управляемый температурный режим в оптимальном температурном диапазо- не $t$ (44, 55°C)	50	42	80	60

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СНиП 3.03.01-87\*. Несущие и ограждающие конструкции.— М.: ФГУП ЦПП, 2004.— 192 с.
2. Головнев, С. Г. Технология зимнего бетонирования. Оптимизация параметров и выбор методов [Текст]/С. Г. Головнев.— Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 1999.— 156 с.
3. Яненко, Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики [Текст]/Н. Н. Яненко.— Новосибирск: Изд-во НГУ, 1966.— 364 с.
4. Руководство по производству бетонных работ в зимних условиях в районах Дальнего Востока, Сибири и Крайнего Севера/ЦНИИОМТП Госстроя СССР.— М.: Стройиздат, 1982.— 213 с.

МОЛОДИН В. В., канд. техн. наук, доц.

ООО «Евросити», г. Новосибирск

ПАРГАЧЕВСКАЯ И. А., инж.

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет  
(Сибстрин)

Получено 16.12.08

**Molodin V. V.**, candidate of technical sciences, assistant professor, Open Company «Eurocity», Novosibirsk, Russia

**Pargachevskaya I. A.**, engineer, Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin), Russia

### WINTER CONCRETING OF SLABS OF OVERLAPPINGS OF THE EPIGEAL PORTION OF BUILDINGS IN THE MONOLITHIC FULFILMENT

The method of mathematical model operation of the complicated physical and organizational-technological processes in paper yields a solution of the actual technological problem bound to practical embodying of controlled temperature ranges at a winter concreting of floor slabs of an epigeal portion of buildings in the monolithic fulfilment. Two alternative methods of a warm-up of concrete (by electric heating conductors and band welding rods) are surveyed at two alternate modes (traditional with an isothermal curing of concrete and controlled temperature range in an optimum temperature range). On an instance of a solution of the test problem are confirmed a possibility of the secured fulfilment of normative temperature limitations and essential an energy-saving at controlled temperature range...

a winter concreting of the floor slabs, controlled temperature conditions, the check of normative temperature limitations, an electrode warm-up, a warm-up electrical heating wires.

### REFERENCES

1. СНиП 3.03.01-87\*. Carrying and non-load-bearing constructions.— М.: FGUP TSPP, 2004.— 192 p.
2. Golovnev, S. G. Technique of a winter concreting. Optimization of parameters and a select of methods [Text]/S. G. Golovnev.— Chelyabinsk: Publishing house JuUrGu, 1999.— 156 p.
3. Yanenko, N. N. The Method of rhythmic steps of the solution of multi-dimensional {multivariate} problems of mathematical physics [Text]/N. N. Yanenko.— Novosibirsk: Publishing house of NSU, 1966.— 364 p.
4. Guiding on production of a concrete work in winter requirements in regions of the Far East, Siberia and the Far North/TSNIIOMTP of Gosstroy of the USSR.— Stroyizdat, 1982.— 213 p.

**УДК 693.547.32**

**М. М. ТИТОВ**

## **ТЕХНОЛОГИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРОРАЗОГРЕВА БЕТОННОЙ СМЕСИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОВРЕМЕННОГО ОБОРУДОВАНИЯ**

Проанализированы причины потери интереса строителей к технологии предварительного электроразогрева бетонной смеси и показаны новые возможности этой перспективной технологии при условии устранения причин, вызывающих ненадежность используемого оборудования...

предварительный электроразогрев бетонной смеси, неравномерные электрические и температурные поля, снижение скорости нагрева.

Одним из наиболее эффективных методов зимнего бетонирования для конструкций с модулем поверхности  $M_n$  в диапазоне значений  $4-10 \text{ м}^{-1}$  считается метод предварительного электроразогрева бетонной смеси [1]. Ранее используемый СНиП 3-15-76 ставил его на второе место после метода «термоса» в приоритетном ряду методов зимнего бетонирования, а со второй половины 70-х гг. он использовался буквально в каждом строительном управлении ГлавНовосибирскстроя. Однако в силу ряда субъективных и объективных обстоятельств использование этого метода к началу 90-х гг. сошло практически до уровня единичного использования. Объективным обстоятельством здесь являлось конструктивное несовершенство оборудования, используемого для реализации рассматриваемой технологии. Во всех без исключения устройствах для электроразогрева бетонной смеси, как в поворотных, так и в стационарных, температура бетонной смеси в области торцов и ребер фазных электродов росла быстрее, чем в среднем по объему, в 3–5 раз. И уже через 3–4 мин после включения смесь в этих местах закипала, металл электрода (его теплопроводность в 25 раз больше, чем у бетонной смеси) также быстро нагревался от этих мест весь до температуры закипания воды затворения в слое смеси, прилегающей к металлу электрода. Линейный ток в момент начала кипения переставал расти и начинал уменьшаться. Но самое плохое то, что вследствие этого электрод очень быстро обрастал слоем схватившегося бетона и скорость нагрева смеси — основной технологический параметр оборудования — значительно падала: с  $5^\circ\text{C}/\text{мин}$  в первом цикле электроразогрева до  $2-2,5^\circ\text{C}/\text{мин}$  уже через 20–25 циклов. Такая скорость нагрева становилась неприемлемой по технологическим соображениям, так как резко падала производительность процесса нагрева бетонной смеси [2].

В качестве иллюстрации к вышесказанному на рис. 1 представлен график изменения КПД и скорости нагрева с увеличением числа циклов электроразогрева в новых поворотных бункерах со сплошными электродами и с электродами с вырезами, изготовленных в соответствии с рекомендациями [1]. На рис. 2 представлены фотографии одного и того же поворотного бункера нового и после 24 циклов разогрева.

Но позитивный потенциал способа, объективно лучше реализуемые только им фундаментальные закономерности процесса гидратации не ис-

---

**© Титов М. М., 2009**

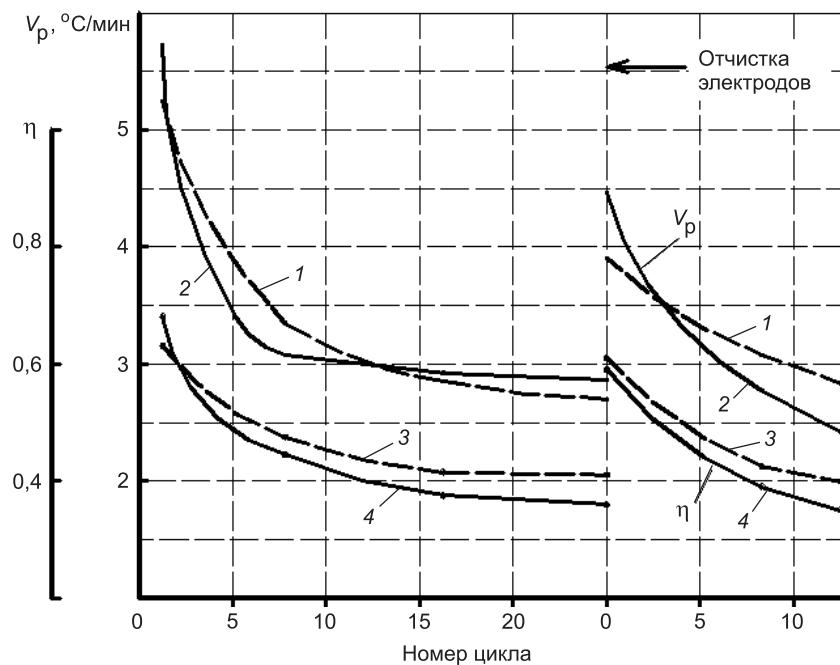


Рис. 1. Падение скорости разогрева и КПД в ЭРУ с ростом числа циклов разогрева

1, 3 — электроды с вырезами; 2, 4 — без вырезов

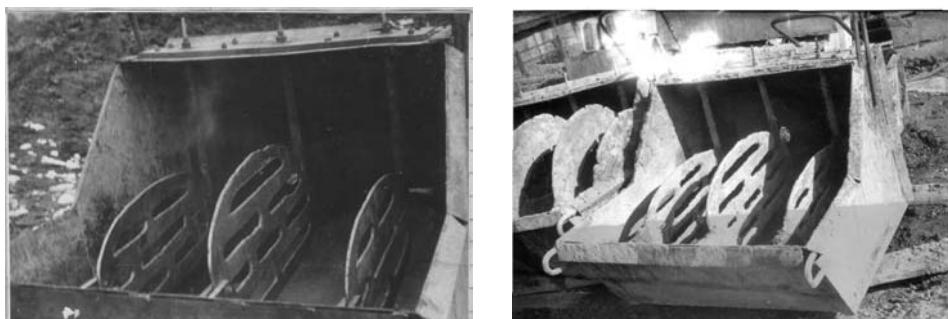


Рис. 2. Новые и после 24 циклов разогрева фазные электроды в поворотных бункерах

чезли, и отдельные энтузиасты продолжали исследовать и внедрять самые различные способы и разновидности этого метода. Это А. С. Арбенев во Владимире, Л. М. Колчеданцев в Санкт-Петербурге, С. Г. Головнев в Челябинске, А. И. Гныря в Томске, Н. Г. Пшенкин в Новокузнецке, Н. Ф. Афансьев в Украине, автор этих строк в Новосибирске и Барнауле.

С другой стороны, нельзя сказать, что проблема неравномерности электрических и температурных полей при электроразогреве оставалась незамеченной. Прежде всего самим автором метода А. С. Арбеневым в публикациях с конца 60-х гг. ставилась проблема перегрева электродов и низкого качества процесса электроразогрева [3].

Чтобы выбрать критерий, объективно и однозначно оценивающий количественно качество процесса электроразогрева, необходимо вначале феноменологически, а затем количественно рассмотреть кинетику основных электрофизических параметров процесса. На рис. 3 представлен обобщенный график кинетики составляющих электропроводности и температур (средней по объему и около наиболее быстро нагревающейся части электрода) порционного электроразогревающего устройства с плоскопараллельными электродами. После включения рубильника в теч-

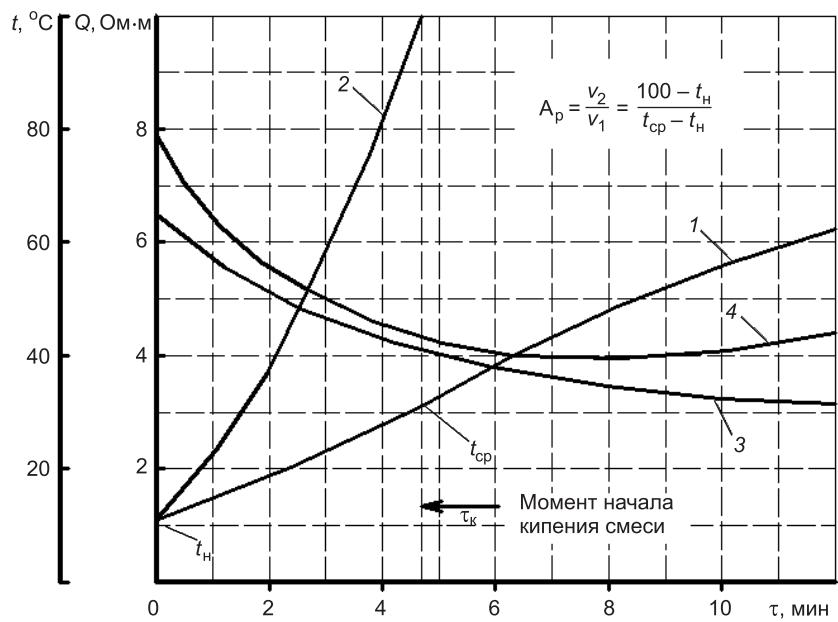


Рис. 3. Обобщенный график кинетики параметров процесса электроразогрева в порционных устройствах

1 — средняя температура бетонной смеси по разогреваемому объему; 2 — температура в нижней передней части фазного электрода бункера; 3 — истинное удельное сопротивление смеси, найденное с помощью закладных датчиков; 4 — «кажущееся» удельное сопротивление, найденное через фазные напряжения и линейные токи

чение 2–3 мин наблюдается высокая скорость роста температуры в области ребер и торцов плоского стального электрода. Скорость роста силы тока (на графике скорость падения величины удельного электрического сопротивления смеси 4) также максимальна в начальный момент. Через 3–5 мин после начала разогрева температура возле ребер электрода достигает 100°C и сначала там, а затем, распространяясь вверх и вдоль электрода, начинается приэлектродное кипение воды затворения бетонной смеси, так как наступает кризис теплоотдачи между электродом и прилегающей бетонной смесью. Средняя температура бетонной смеси по разогреваемому объему в этот момент достигает не более 30–40°C. Время начала приэлектродного кипения стабильно для каждого типа устройства и не зависит от степени обрастаия электрода бетоном. Но средняя конечная температура смеси с увеличением обрастаия электрода бетоном снижается. Всего нами было обследовано около 30 типов поворотных бункеров с пластинчатыми электродами всевозможной конструкции, проведено несколько сот замеров минимум 16 параметров в процессе разогрева. Теоретический анализ и практические наблюдения свидетельствуют о том, что чем мощнее локальный источник перегрева, тем быстрее наступает приэлектродное кипение воды затворения и, следовательно, ниже среднеобъемная температура смеси в этот момент. На основании этого интегральным критерием качества процесса электроразогрева (т.е. основным показателем степени неравномерности температурных полей в межэлектродном объеме) предлагается считать отношение скоростей роста температуры в самой горячей точке этого объема к среднеобъемной в межэлектродном пространстве и обозначить его индексом  $A_p$  (в честь основателя метода А. С. Арбенева).  $A_p$  — параметр безразмерный (так называемый симплекс, т.е. отношение двух величин с одинаковой единицей измерения), не зависит от напряжения и удельного сопротивления смеси. Он целиком определяется конструктивным решением электролов и самого устройства. Зная этот параметр любого электроразогревающего

устройства, можно сразу оценить степень неравномерности температурных полей, степень перегрева электродов. Чем ближе его значение к единице, тем равномернее температурные поля, лучше и долговечнее разогревающее устройство, тем качественнее процесс электроразогрева.

В результате длительной серии отсеивающих, инженерных и научных экспериментов и сопутствующих теоретических исследований было установлено, что первопричиной всех негативных явлений, обусловливающих высокую неравномерность температурных полей, перегрев и обрастане электродов, является известный из электростатики «краевой эффект». Суть этого эффекта сводится к следующему. Если с плоскости центрального фазного электрода, параллельного двум нулевым, в среднем стекает ток с плотностью  $1j$  в одну сторону, то с плоскости торца этого же электрода стекает ток в две стороны и его плотность соответственно в два раза должна быть больше —  $2j$ , так как размеры торца много меньше расстояния между смежными электродами. Но фактически, как установлено экспериментально, эта плотность тока больше в 5,2 раза, а если ток с торца стекает в одну сторону, то удвоения тока быть не должно. Но как установлено экспериментально, плотность тока на торце возрастает в 4 раза и в этом случае краевой эффект, как показано нами в [4], проявляется как резкий всплеск плотности тока в области ребра электрода. Замер плотности тока непосредственно на ребре не представляется возможным, но на плоском торце она была измерена интегрально с помощью накладных датчиков. Критерий  $A_p$  при стекании тока в обе стороны составляет 3,5, а в одну 2,7. Соответственно отношения этих величин составят:

$$\frac{5,24 - 4}{5,24} \cdot 100\% = 23,7\%, \quad \frac{3,5 - 2,7}{3,5} \cdot 100\% = 23\%.$$

Из этих простых расчетов следует, что, во-первых,  $A_p$  адекватно оценивает неравномерность распределения плотности тока по фазному электроду и степень неравномерности температурных полей. А во-вторых, разница от эффекта стекания тока в одну или в две стороны от фазного электрода составляет примерно 23%. То есть «весовая» доля стекания тока в обе стороны с торца составляет около 23%. Краевой эффект не проявляется лишь на теле, где нет краев. Это шар. Ниже на рис. 4 вместо достаточно сложной теории этого явления приведено рассчитанное на ЭВМ методом конечных элементов распределение напряженности электрического поля ( $E$ , В/м) у поверхности различных тел, служащих фазным электродом. Лишь у 1 и 9 тела нет проявления краевого эффекта, а у 2–8 тела степень проявления выраженной краевой эффекта возрастает по мере увеличения остроты краев фазного электрода. В конфигурации 9, где края фазного электрода заглублены в диэлектрическую стенку, краевой эффект при-

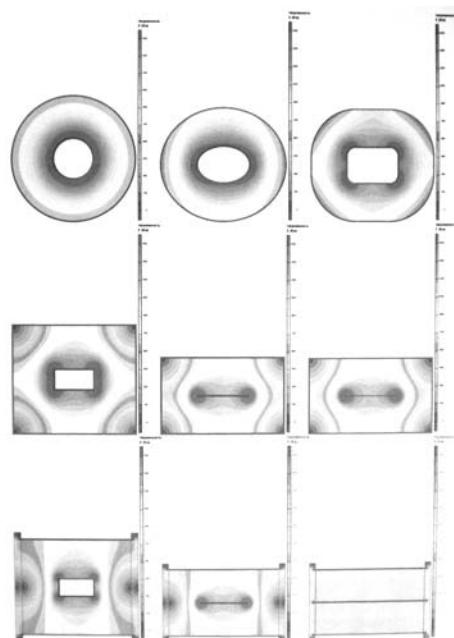


Рис. 4. Распределение напряженности электрического поля  $E$  у поверхности фазных электродов различной конфигурации, рассчитанное с помощью ППП ELCUT 5.1 ПК ТОР



Рис. 5. Общий вид поворотного бункера по патенту RU 2193484



Рис. 6. Процесс укладки жесткой бетонной смеси в опалубку

существует, но в диэлектрике, а в проводящей среде — бетонной смеси напряженность электрического поля  $E$  абсолютно равномерная при условии, что и верхние края фазного электрода в бункере будут оголены от бетонной смеси, как бы помещены в воздушный диэлектрик. Также напряженность электрического поля  $E$  будет абсолютно равномерная у поверхности шара, но конструктивно электроды такой формы неприменимы в производстве.

Найденный таким образом способ устранения проявления торцевого и краевого эффектов есть способ защиты фазных электролов от перегрева. Этот способ был защищен патентом RU 2193484 «Способ защиты электролов при электроразогреве бетонной смеси»<sup>1</sup>. В целях производственной проверки предложенного способа было изготовлено два поворотных бункера для заводской технологии объемом 1 м<sup>3</sup> каждый для бетонирования изделий заводской номенклатуры (блоки, плиты, сваи и другие изделия).

На рис. 5 показана фотография общего вида поворотного бункера, реализующего способ по патенту RU 2193484, а на рис. 6 процесс укладки жесткой бетонной смеси в опалубку. На рис. 7 приведены графики изменения электрофизических параметров в устройстве, реализующем спо-

<sup>1</sup> Пат. № 2193484 РФ, МКИ C02F 103. Способ защиты электролов при электроразогреве бетонной смеси / М. М. Титов, Л. В. Куликова, А. В. Рязанов: опубл. 27.11.2002; Бюл. № 33 (ч. 2).

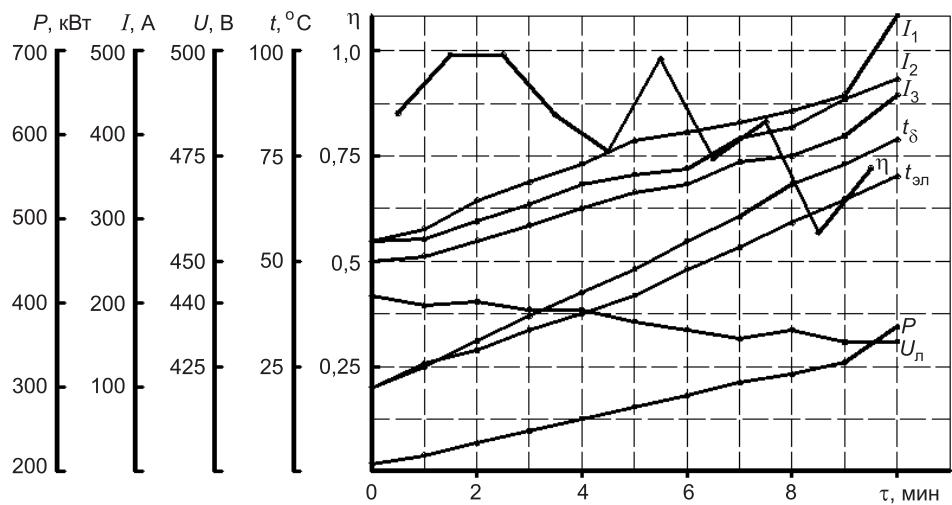


Рис. 7. Графики изменения электрофизических параметров в бункере в процессе электроразогрева бетонной смеси

соб защиты фазных электродов от перегрева по патенту RU 2193484 в процессе электроразогрева.

Из графиков видно принципиальное отличие изготовленного устройства от всех других известных на сегодняшний день электроразогревающих устройств: впервые создано устройство, где линейные токи на протяжении всего процесса электроразогрева непрерывно растут, на протяжении всего процесса разогрева среднеобъемная температура бетона  $t_b$  превышала температуру электрода  $t_s$  на 5–8°C. И критерий  $A_p$  составил 0,85, т.е. меньше единицы. Это говорит об абсолютной равномерности температурных полей в межэлектродном объеме смеси. Такой результат качества процесса предварительного электроразогрева бетонной смеси получен впервые в мировой практике. Средний КПД был равен 0,84.

Таким образом, самый перспективный способ зимнего бетонирования получил новую техническую базу, созданную на основе длительных научных исследований. Технология предварительного электроразогрева бетонной смеси в настоящее время имеет реальные шансы на новый виток своего развития благодаря стечению ряда благоприятных обстоятельств — решена проблема равномерности температурных полей при электроразогреве; в крупных городах появляется ночной тариф на электроэнергию, который в 2–3 раза меньше дневного; появились эффективные гибкие и технологичные утепляющие материалы типа вспененного полиэтилена, позволяющие получать требуемую прочность в безбалочных плитах перекрытий; обострение конкуренции на строительном рынке страны из-за появления на нем московских, петербургских и зарубежных инвесторов и подрядчиков, для которых главное конкурентное преимущество — строить быстро, качественно и дешево. Предлагаемый способ, оборудование и технология на его основе соответствуют именно этим критериям.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руководство по производству бетонных работ в зимних условиях, районах Дальнего Востока, Сибири и Крайнего Севера.— М.: Стройиздат, 1982.— 313 с.
2. Титов, М. М. Безразмерный критерий качества процесса электроразогрева [Текст]// М. М. Титов: тез. докл. совещания-семинара «Непрерывный электроразогрев бетонной смеси в строительстве».— Л., 1991.— С. 15–17.
3. Применение электроразогрева бетонной смеси для изготовления с. железобетонных изделий и монолитных конструкций в зимних условиях [Текст]// /Материалы науч.-техн. конференции.— Кемерово, 1966.— 190 с.

4. Титов, М. М. Неравномерность электротепловых полей в разогревающих устройствах [Текст]/М. М. Титов//Изв. вузов. Строительство.— 2008.— № 10.— С. 51–54.

Титов М. М., канд. техн. наук, доц.  
Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет  
(Сибстрин)

Получено после доработки 18.12.08

**Titov M. M.**, candidate of technical sciences, assistant professor, Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin), Russia

### **TECHNOLOGY OF THE PRELIMINARY ELECTROWARMING UP OF THE CONCRETE MIX WITH USE MODERN EQUIPMENT**

In work the reasons of loss of interest of builders to technology of a preliminary electrowarming up of a concrete mix are analysed and new opportunities of this perspective technology under condition of elimination of the reasons causing unreliability of the used equipment are shown...

preliminary electrowarming up of a concrete mix, non-uniformity of electric and temperature fields, decrease in speed of heating.

#### **REFERENCES**

1. A management on manufacture of concrete works in winter conditions, in of the Far East, Siberia and Extreme Nors.— М.: Construction-dates, 1982.— 313 p.
2. Titov, M. M. Criterion of quality of process electrowarming [Text]/M. M. Titov: Theses of reports of meeting-seminar «Continuous electrowarming a concrete mix in construction».— L., 1991.— P. 15–17.
3. Application of an electrowarming up of a concrete mix for manufacturing with. Products and monolithic designs in winter condition [Text]//Materials scientific and technical conferences.— Kemerovo, 1966.— 190 p.
4. Titov, M. M. Non-uniformity of electrothermal fields in electrowarming up devices [Text]/M. M. Titov//New High schools. Construction.— 2008.— N 10.— P. 51–54.

**УДК 69.003 : 658.012.2**

**М. Е. АНИКЕЕВА, Н. В. ПЯТЫХ**

**РАЗРАБОТКА АНАЛИТИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА  
СТРАТЕГИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ  
РАЗВИТИЯ СТРОИТЕЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ**

Представлен аналитический комплекс оценки эффективности стратегического планирования развития строительных организаций, обоснованы критерии эффективности стратегического планирования, разработаны блок-схемы имитационного моделирования стратегической деятельности, бизнес-плана и ресурсного плана...

индикатор, стратегическое планирование, коэффициент структурности портфеля.

Концептуальной основой эффективности развития потенциала строительного комплекса является системность, цикличность, сбалансированность. Системность предполагает формирование структурного каркаса потенциала, цикличность — динамику движения ресурсов и продукции, сбалансированность отображает качественное состояние равновесия компонентов потенциала. Исследованиям данного научного направления посвящено достаточно большое число работ. Среди них следует выделить работы [1–4]. Вместе с тем отдельные аспекты разработки инструмента управления эффективностью стратегического планирования строительной организации остаются актуальными и требуют исследования на моделях равновесия потенциала.

Примем за основные следующие компоненты концептуальной модели развития потенциала: предметная область исследования; объект управления; предмет управления; инструмент исследований; область ограничений исследований.

*Предметная область исследования* рассматривается как множество классов, включающее технические, экономические, финансовые блоки. Содержательной частью технического блока является решение задач многовариантного формирования инвестиций, технологии, фондов развития; экономического — решение задач экономического механизма с возможностью многовариантного формирования стратегии развития; финансового — решение задач системой методов качественных и количественных оценок повышения эффективности стратегического планирования организаций.

Под *объектом управления* понимается экономический потенциал, обеспечивающий поддержку реализации стратегических параметров, определенных в области исследований строительных организаций.

*Предметом управления* является экономический механизм, обеспечивающий функционирование и развитие экономического потенциала.

В качестве *инструмента исследований* выступают социально-экономические и финансовые модели, имитационные методы, отображающие степень повышения эффективности стратегического планирования.

*Область ограничений исследований* определяется расчетным интервалом развития организации, рисками, временем и ресурсами планирования.

На основании этих положений сформулированы следующие задачи исследования:

а) основная задача — установить экономические закономерности влияния факторов технологического развития на ключевые параметры потенциала строительной организации;

б) частные задачи:

— сформировать структуру имитационного механизма исследования потенциала из блоков, поддерживающих процесс имитации развития потенциала;

— разработать обобщенный алгоритм процесса имитации развития потенциала;

— разработать имитационные модели функциональных блоков потенциала;

— выполнить аналитический расчет по моделям имитации потенциала;

— представить имитационные модели в системе оценок интенсивных методов развития потенциала;

— представить данные имитационных моделей в формате проектов развития потенциала.

Методической основой разработки являлось представление процесса стратегического планирования развития на основе ситуационного моделирования и управления. В каждой фазе процесса планирования отображается ситуационной и имитационной моделью. Модель представляет собой совокупность управляющих автоматов, которые в зависимости от конкретной ситуации вырабатывают управленческие решения для воздействия на имитационную модель, отображающую в свою очередь события в каждой фазе процесса планирования.

Обобщенная имитационная модель характеризуется множеством классов ситуации; множеством управляющих воздействий; множеством технико-экономических решений; множеством фазовых ситуационных моделей процесса стратегического планирования.

Оценка решений по имитации экономического состояния потенциала осуществлена на основе сценарной модели исследований, алгоритма процедур исследования модели.

Аналитическим комплексом решаются три основные задачи: нормализации параметров стратегии, организационных структур, средств автоматизации.

Стратегический план представлен системой модулей, обеспечивающих формирование оценки состояния системы.

Разработка модулей стратегического плана различными методами показана на рис. 1.

В составе сценарной модели принятая технология изучения отклика экономического состояния потенциала на влияние ключевых параметров, позволяющих получить факторные модели управления экономическим состоянием потенциала. Процесс изучения расчетных зависимостей осуществлялся автором по фазовым состояниям в зависимости от влияния: темпов снижения материальных затрат производства строительной продукции (услуг) — сценарий I; темпов повышения затрат на зарплату работников на производство строительной продукции (услуг) — сценарий II; темпов повышения фондоотдачи потенциала производства строительной продукции (услуг) — сценарий III.

Наименование метода	Модуль 1	Модуль 2	Модуль 3																																																																											
Структурная схема																																																																														
Балансовый метод	$СП \equiv U БП$	$БП \equiv U РП$	$РП \equiv PC_{iz}$																																																																											
Аналитический метод	$C(BP)$ <table border="1"><tr><td>БП</td><td>ЗД</td><td>ЗД</td><td>ЗД</td><td>ЗД</td></tr><tr><td>БП</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>БП</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>БП</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>БП</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	БП	ЗД	ЗД	ЗД	ЗД	БП	1	0	0	0	БП	0	1	0	0	БП	0	0	1	0	БП	0	0	0	1	$БП$ <table border="1"><tr><td>БП</td><td>БП</td><td>БП</td><td>БП</td><td>БП</td></tr><tr><td>P1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>P2</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>...</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>Pn</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	БП	БП	БП	БП	БП	P1	1	0	0	0	P2	0	1	0	0	...	0	0	1	0	Pn	0	0	0	1	$РП$ <table border="1"><tr><td>ИС<sub>1</sub></td><td>Р</td><td>Р</td><td>Р</td><td>Р</td></tr><tr><td>...</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>ИС<sub>2</sub></td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>...</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>ИС<sub>n</sub></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	ИС <sub>1</sub>	Р	Р	Р	Р	...	1	0	0	0	ИС <sub>2</sub>	0	1	0	0	...	0	0	1	0	ИС <sub>n</sub>	0	0	0	1
БП	ЗД	ЗД	ЗД	ЗД																																																																										
БП	1	0	0	0																																																																										
БП	0	1	0	0																																																																										
БП	0	0	1	0																																																																										
БП	0	0	0	1																																																																										
БП	БП	БП	БП	БП																																																																										
P1	1	0	0	0																																																																										
P2	0	1	0	0																																																																										
...	0	0	1	0																																																																										
Pn	0	0	0	1																																																																										
ИС <sub>1</sub>	Р	Р	Р	Р																																																																										
...	1	0	0	0																																																																										
ИС <sub>2</sub>	0	1	0	0																																																																										
...	0	0	1	0																																																																										
ИС <sub>n</sub>	0	0	0	1																																																																										
Организационный метод	$\langle O, 3, T, P \rangle$ $\mathcal{E} \equiv \max D$	$\langle O, 3, T, P \rangle$ $\mathcal{E} \equiv \max D$	$\langle O, 3, T, P \rangle$ $\mathcal{E} \equiv \max D$																																																																											
Сетевой метод	$T_{SP} = \sum T_{BP}$	$T_{BP} = \sum T_{RP}$	$T_{RP} = \sum T_{PC_i}$																																																																											

Рис. 1. Аналитический комплекс эффективности стратегического планирования развития строительных организаций

СП — стратегический план; СТ — стратегический; ТК — тактический; ОП — оперативный; БП — бизнес-план; ОФ — основные фонды; МТ — материальные ресурсы; ТХ — технологии; СН — снабжение; СП — производство; СБ — сбыт; ЗД — задачи; Р1, Р2 — ресурсы; ИС — исполнитель, О — объем, 3 — затраты, Э — эффект, Д — доход, Т — время, РП — ресурсный план

Алгоритмом исследования предусматривалось осуществление следующих процедур: формирование технико-экономических и финансовых показателей сценариев развития потенциала (табл. 1); анализ зависимостей показателей развития потенциала от факторов развития; аппроксимирование расчетных зависимостей линейными уравнениями регрессии; представление модели развития потенциала системой линейных зависимостей, определенных экспериментальными расчетами.

Оценка динамики влияния факторов экспенсивно-интенсивных методов развития выполнена на основе аналитических расчетов (рис. 2). Анализом установлено, что экономика потенциала представляется неравномерно развивающейся во времени структурой затрат и результатов.

По параметрам фонда развития, заработной платы, ресурсов, чистого дохода, чистого дис-

Таблица 1  
Исходные данные для расчета параметров стратегического планирования развития строительных организаций (по данным ООО «Спецстрой-3»)

Параметры	Значение		Категория управляемости	
	единица измерения	количество	постоянные	переменные
О	$m^2$	1260		+
Ц	тыс. р./ $m^2$	12,0	+	
ПФ	тыс. р.	2647,438		+
МЗ		5303,52		+
ЗП		6036,48		+
АМ		26,47	+	
НЛ		57,95	+	
ЧП		2855,23		+
ФР		1075,86		+
ЧДД	млн р.	2855,23		+
ФО	р./р.	4,84		+

Примечание. О — объем; Ц — цена; ПФ — производственные фонды; МЗ — материальные затраты; ЗП — заработка плата; АМ — амортизационные отчисления; НЛ — накладные расходы; ЧП — чистая прибыль; ФР — фонд развития; ЧДД — чистый дисконтированный доход; ФО — фондоотдача.

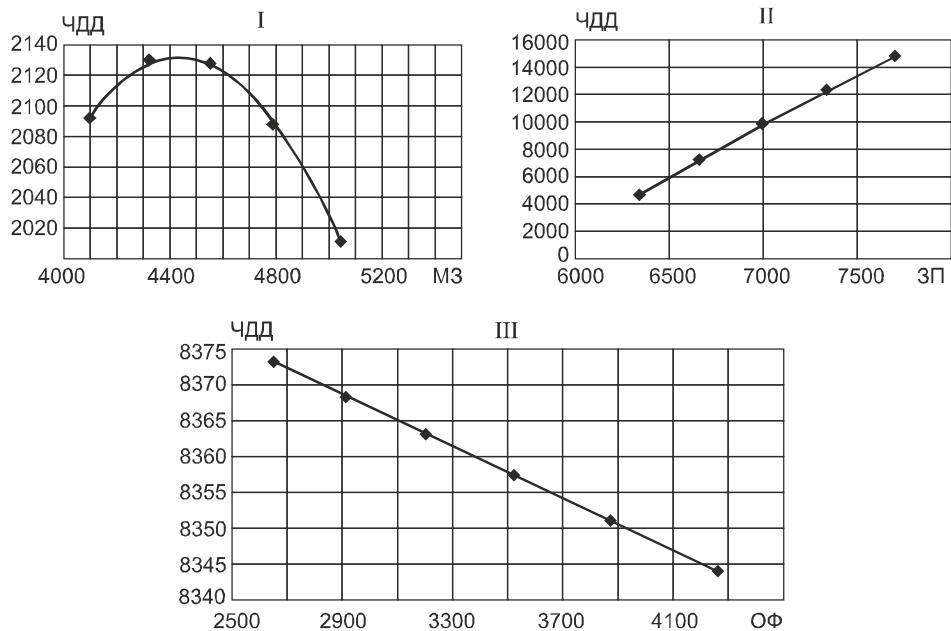


Рис. 2. Графики зависимостей параметров планирования на примере ООО «Спецстрой-3»  
контролированного дохода, фондоотдачи отмечается тенденция резкого изменения их значений в момент ввода новой технологии (табл. 2).

Базовая зависимость представлена уравнением:

$$Y = \frac{O\Phi_{osn}}{MT} + \frac{O\Phi_{vspom}}{MT} + \frac{O\Phi_{c.c.}}{MT}, \quad (1)$$

где  $O\Phi_{osn}$  — фондоотдача основного производства;  
 $O\Phi_{vspom}$  — фондоотдача вспомогательного производства;  
 $O\Phi_{c.c.}$  — фондоотдача сервисной службы.

Из этой зависимости можно вывести уравнения:

$$Y_1 = -0,0003x_1^2 + 2,9744x_1 - 4466,4; \quad (2)$$

$$Y_2 = -0,0008x_2^2 + 18,906x_2 - 82371; \quad (3)$$

$$Y_3 = -2E - 09x_3^2 - 0,0182x_3 + 8421,3, \quad (4)$$

где  $Y_1, Y_2, Y_3$  — чистый дисконтированный доход по предложенным сценариям;

$x_1$  — материальные затраты производства строительной продукции;  
 $x_2$  — заработка плата работников на производство строительной продукции;

$x_3$  — фондоотдача основных фондов.

На основе множества классификационных моделей ситуаций и управ-

ляющих воздействий разрабатываются ситуационные модели процесса стратегического планирования в каждой его фазе.

В качестве критериев эффективности стратегического планирования примем следующие:

$$\Theta_{cp} = \frac{3 + \Pi}{3} \rightarrow \max; \quad (5)$$

Таблица 2  
Значения индикаторов  
стратегического планирования развития  
строительных организаций в момент  
ввода новой технологии

Параметры	СЦ <sub>0</sub> ( $t_0$ )	СЦ <sub>1</sub>	СЦ <sub>2</sub>	СЦ <sub>3</sub>
$MZ = 5\%$	—	+		
$ZP = 5\%$	—		+	
$O\Phi = 10\%$	—			+

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_t = \sum Z_t^S \cdot a_t \rightarrow \min; \\ \Pi_t = \sum \Pi_t^S \cdot a_t \rightarrow \max. \end{array} \right. \quad (6)$$

$$(7)$$

Здесь  $a_t$  — весовые коэффициенты.

На основе модулей стратегического планирования разработаны блок-схемы имитационного моделирования (рис. 3–5).

На основе экспериментальных исследований автором рассмотрено влияние ожидаемых потерь дохода в зависимости от отклонений норма-

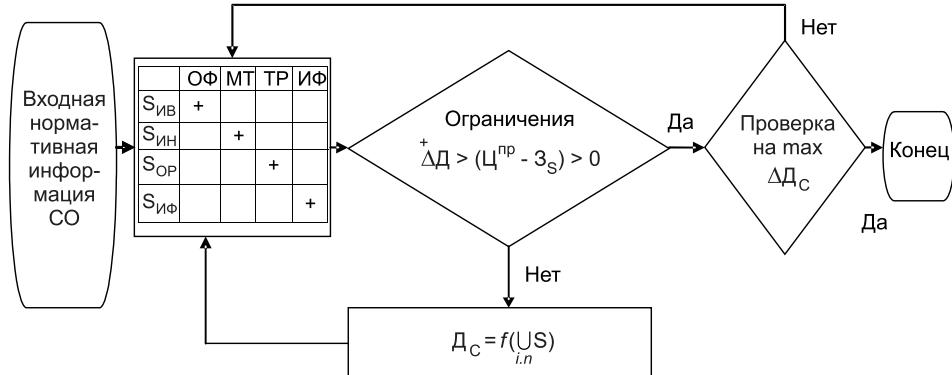


Рис. 3. Блок-схема имитационной модели (модуль 1 — стратегическая деятельность)  
 $S$  — стратегия;  $\Delta\text{Д}_c$  — доход стратегического планирования;  $Z_S$  — затраты на стратегии

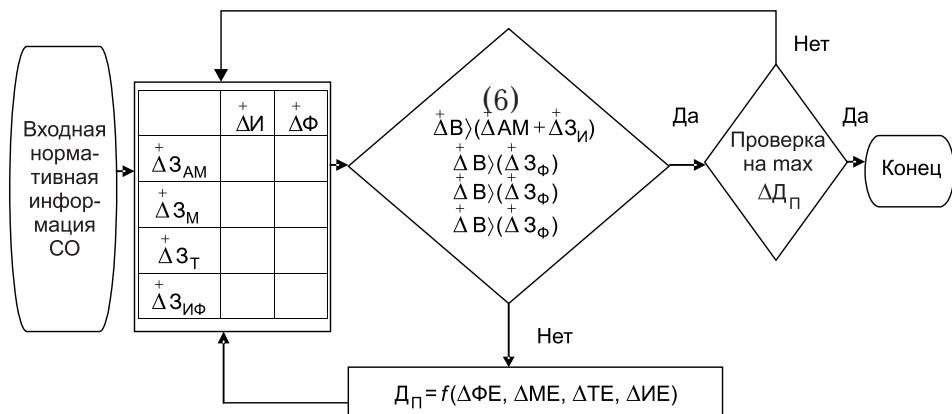


Рис. 4. Блок-схема имитационной модели (модуль 2 — бизнес-план)  
 $E$  — фондоемкость;  $ME$  — материалоемкость;  $TE$  — трудоемкость;  $IE$  — информационная емкость

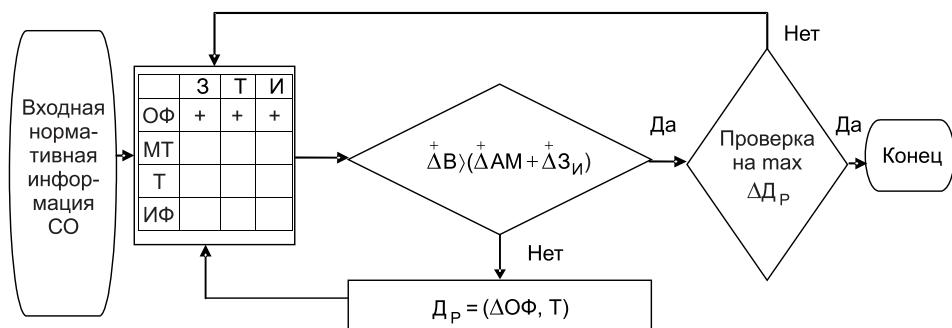


Рис. 5. Блок-схема имитационной модели (модуль 3 — ресурсный план)

лизованных параметров плана (табл. 3). Основанием являются полученные аналитические зависимости, по которым заданы параметры проекта и получены результирующие параметры.

Согласно экспериментальным исследованиям определено влияние ожидаемых потерь дохода в зависимости от отклонений нормализованных

Таблица 3

**Распределение зон структурности портфеля проектов, зон структурности проектов по диапазонам риска (РК) и дохода (Д)**

Управляемые параметры проекта		Параметр оценки результата (доход)	
портфеля проектов	коэффициент структурности		
1	2	3	4
$K_{\text{пп}}^c = 1$	$0 < K_{\text{пп}}^c < 0,4$	$0 < K_{\text{pk}}^c < 0,2$	$0 < D < 0,2$ $0,2 < D < 0,3$ $0,3 < D < 0,4$
		$0,2 < K_{\text{pk}}^c < 0,4$	$0,4 < D < 0,5$ $0,5 < D < 0,6$ $0,6 < D < 0,7$
		$0,4 < K_{\text{pk}}^c < 0,6$	$0,7 < D < 0,8$ $0,8 < D < 0,9$ $0,9 < D < 1,0$
	$0,4 < K_{\text{пп}}^c < 0,8$	$0 < K_{\text{pk}}^c < 0,2$	$0 < D < 0,2$ $0,2 < D < 0,3$ $0,3 < D < 0,4$
		$0,2 < K_{\text{pk}}^c < 0,4$	$0,4 < D < 0,5$ $0,5 < D < 0,6$ $0,6 < D < 0,7$
		$0,4 < K_{\text{pk}}^c < 0,6$	$0,7 < D < 0,8$ $0,8 < D < 0,9$ $0,9 < D < 1,0$
	$0,8 < K_{\text{пп}}^c < 1,0$	$0 < K_{\text{pk}}^c < 0,2$	$0 < D < 0,2$ $0,2 < D < 0,3$ $0,3 < D < 0,4$
		$0,2 < K_{\text{pk}}^c < 0,4$	$0,4 < D < 0,5$ $0,5 < D < 0,6$ $0,6 < D < 0,7$
		$0,4 < K_{\text{pk}}^c < 0,6$	$0,7 < D < 0,8$ $0,8 < D < 0,9$ $0,9 < D < 1,0$
$K_{\text{пп}}^c = 0,5$	$0 < K_{\text{пп}}^c < 0,4$	$0 < K_{\text{pk}}^c < 0,2$	$0 < D < 0,2$ $0,2 < D < 0,3$ $0,3 < D < 0,4$
		$0,2 < K_{\text{pk}}^c < 0,4$	$0,4 < D < 0,5$ $0,5 < D < 0,6$ $0,6 < D < 0,7$
		$0,4 < K_{\text{pk}}^c < 0,6$	$0,7 < D < 0,8$ $0,8 < D < 0,9$ $0,9 < D < 1,0$
	$0,4 < K_{\text{пп}}^c < 0,8$	$0 < K_{\text{pk}}^c < 0,2$	$0 < D < 0,2$ $0,2 < D < 0,3$ $0,3 < D < 0,4$
		$0,2 < K_{\text{pk}}^c < 0,4$	$0,4 < D < 0,5$ $0,5 < D < 0,6$ $0,6 < D < 0,7$
		$0,4 < K_{\text{pk}}^c < 0,6$	$0,7 < D < 0,8$ $0,8 < D < 0,9$ $0,9 < D < 1,0$

Окончание табл. 3

1	2	3	4
$K_{\text{пп}}^c = 0,5$	$0,8 < K_{\text{пп}}^c < 1,0$	$0 < K_{\text{pk}}^c < 0,2$	$0 < D < 0,2$ $0,2 < D < 0,3$ $0,3 < D < 0,4$
		$0,2 < K_{\text{pk}}^c < 0,4$	$0,4 < D < 0,5$ $0,5 < D < 0,6$ $0,6 < D < 0,7$
		$0,4 < K_{\text{pk}}^c < 0,6$	$0,7 < D < 0,8$ $0,8 < D < 0,9$ $0,9 < D < 1,0$
	$0 < K_{\text{пп}}^c < 0,4$	$0 < K_{\text{pk}}^c < 0,2$	$0 < D < 0,2$ $0,2 < D < 0,3$ $0,3 < D < 0,4$
		$0,2 < K_{\text{pk}}^c < 0,4$	$0,4 < D < 0,5$ $0,5 < D < 0,6$ $0,6 < D < 0,7$
		$0,4 < K_{\text{pk}}^c < 0,6$	$0,7 < D < 0,8$ $0,8 < D < 0,9$ $0,9 < D < 1,0$
	$0,4 < K_{\text{пп}}^c < 0,8$	$0 < K_{\text{pk}}^c < 0,2$	$0 < D < 0,2$ $0,2 < D < 0,3$ $0,3 < D < 0,4$
		$0,2 < K_{\text{pk}}^c < 0,4$	$0,4 < D < 0,5$ $0,5 < D < 0,6$ $0,6 < D < 0,7$
		$0,4 < K_{\text{pk}}^c < 0,6$	$0,7 < D < 0,8$ $0,8 < D < 0,9$ $0,9 < D < 1,0$
	$0,8 < K_{\text{пп}}^c < 1,0$	$0 < K_{\text{pk}}^c < 0,2$	$0 < D < 0,2$ $0,2 < D < 0,3$ $0,3 < D < 0,4$
		$0,2 < K_{\text{pk}}^c < 0,4$	$0,4 < D < 0,5$ $0,5 < D < 0,6$ $0,6 < D < 0,7$
		$0,4 < K_{\text{pk}}^c < 0,6$	$0,7 < D < 0,8$ $0,8 < D < 0,9$ $0,9 < D < 1,0$

параметров плана. Из распределения зон финансирования выведена зависимость повышения эффективности стратегического планирования строительных организаций.

**Выводы.** 1. Разработанная блочная модель стратегического планирования развития строительной организации учитывает взаимосвязи функциональных блоков процессов, участвующих в стратегическом планировании и включающих параметры ресурсных потоков, с помощью которых осуществляется регулирование процессов сбалансированности и эффективности их деятельности.

В составе блочной модели развития системы используются логические и аналитические связи, обеспечивающие средствами моделирования достижение сбалансированности объемов продукции и цен строительных услуг (товаров), а в составе потенциала системы — аналитические связи, обеспечивающие средствами регулирования ресурсоемкости поддержание сбалансированности блоков системы в состоянии равновесия и эффективности.

2. Использование комплекса матриц обеспечивает формирование задач организационной структуры управления стратегическим планом

средствами алгоритмических комплексов: организационных критериев и индикаторов плана.

3. На основании экспериментальных исследований определено влияние ожидаемых потерь дохода в зависимости от отклонений нормализованных параметров плана. Из распределения зон финансирования выведена зависимость повышения эффективности стратегического планирования строительных организаций.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воропаев, В. И. Управление проектами в России [Текст]/В. И. Воропаев.— М.: Аланс, 1995.— 225 с.
2. Виханский, О. С. Стратегическое управление [Текст]/О. С. Виханский.— М.: Гардарика, 1998.— 296 с.
3. Герасимов, В. В. Основы проектирования региональных строительных систем [Текст]/В. В. Герасимов.— Новосибирск: НГАСУ, 1998.— 300 с.
4. Стратегическое планирование [Текст]; под ред. Э. А. Уткина.— М.: Ассоц. авт. и издат. «ТАНДЕМ»; ЭКМОС, 1999.— 440 с.

*АНИКЕЕВА М. Е., асп.*

*Сибирский государственный университет путей сообщения, г. Новосибирск  
ПЯТЬХ Н. В., асп.*

*Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет  
(Сибстрин)*

Получено 28.03.08

**Anikeeva M. E.**, post graduate student, Siberian State University of the Ways of the Message, Novosibirsk, Russia

**Pyatyh N. V.**, post graduate student, Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin), Russia

#### THE DEVELOPMENT OF THE ANALYTICAL COMPLEX OF THE STRATEGIC PLANNING THE DEVELOPMENT BUILDING ORGANIZATION

The analytical complex of an estimation of efficiency of strategic planning of development of the building organizations is submitted, criteria of efficiency of strategic planning are proved, block diagrams of imitating modelling of strategic activity, the business-plan and the resource plan are developed...

indicator, strategic planning, coefficient of structure of portfolio.

#### REFERENCES

1. Voropayev, V. I. Upravlenie projects in Russia [Text]/V. I. Voropayev.— M.: Alans, 1995.— 225 p.
2. Vihansky, O. S. Strategic management [Text]/O. S. Vihansky.— M.: Gardarika, 1998.— 296 p.
3. Gerasimov, V. V. Basis of designing of regional building systems [Text]/V. V. Gerasimov.— Novosibirsk: NGASU, 1998.— 300 p.
4. Strategic planning [Text]; under red. E. A. Utkina.— M.: Association of authors and publishers «TANDEM»; ECMOS, 1999.— 440 p.