

УДК 624.073

А.С. КОРНИЛОВА, Е.Е. ПАРАМОНОВ

**ТОНКИЕ ПЛИТЫ НА ГРУНТЕ КАК ФУНДАМЕНТЫ
ПОД ОБОРУДОВАНИЕ***

Плоские фундаментные плиты широко применяются в строительстве зданий и сооружений, предназначенных для различного оборудования, в том числе виброактивного, а также для складирования материалов. Такие плиты, как правило, достаточно протяженные в плане, но для установки некоторых типов оборудования применяются плиты ограниченных размеров. При расчетах следует учитывать размеры плит, их толщину, армирование и расстояние до краев от заданной нагрузки. В тех случаях, когда расстояние от следа нагрузки до краев можно не учитывать при определении напряженно-деформированного состояния, плиты допускается рассчитывать как неограниченные, используя при этом известные аналитические решения. Существует проблема четкого разделения границ протяженных плит, т.е. при каких геометрических параметрах плиты ее можно считать бесконечной. Для решения этой проблемы произведем расчет плиты на грунте различных размеров под действием статических нагрузок в виде установленного в центре и у края плиты оборудования. В результате проведенных численных и аналитических расчетов получен критерий, который позволяет определить, какие плиты можно рассчитывать как неограниченные, а для каких плит необходимо учитывать влияние граничных условий. Также в статье изложены некоторые рекомендации по расчетам подобных конструкций.

Ключевые слова: «бесконечная» плита, «полубесконечная» плита, краевые условия, плита на упругом основании, метод конечных элементов, промышленное оборудование.

Тонкие плиты на грунте ограниченных размеров достаточно часто используются в различных областях промышленности, в частности в нефтегазовой отрасли, когда отдельные блоки оборудования удобно и наиболее выгодно устанавливать на отдельные плиты. С ростом технологий повышается спрос на строительство промышленных, складских, в том числе протяженных зданий и сооружений.

Несмотря на значительное число работ, посвященных расчету протяженных конструкций на упругом основании [1–3], можно выделить несколько рассмотренных мало или практически не рассмотренных в литературе задач, имеющих важное значение при оценке напряженного и деформированного состояний подобных конструкций. Работ, посвященных расчету плит ограниченных размеров, не так много [2, 4], но встречаются экспериментальные исследования в [5, 6], которые подтверждают интерес к таким конструкциям. В связи с этим актуальность данной работы не вызывает сомнений.

Проведем оценку размеров плит на грунте, которые при загрузении средних полей могут рассматриваться как бесконечные и полубесконечные.

* Статья подготовлена при выполнении проекта РНФ № 21-19-00634 (участник – А.С. Корнилова).

Для выявления границ применимости теоретических выкладок [1, 7] при статическом и динамическом расчетах тонких плит на упругом основании необходимо отделить плиты конечных размеров от «бесконечных» плит. Под бесконечной плитой понимается плита настолько большой протяженности, что вблизи приложения нагрузки можно пренебречь влиянием краев. Дополнительно известно, что при удалении от точки приложения силы к краям весьма протяженной плиты ее прогиб и внутренние усилия практически стремятся к нулю или затухают [8].

Задачи исследования:

1) определение габаритов плит на грунте, которые могут считаться бесконечными или полубесконечными при выполнении условия равенства близкого к нулю значения прогиба и изгибающего момента;

2) установление расстояния от края плиты, при котором влияние краевых условий на внутренние усилия незначительно.

При исследовании вопроса о величине минимально необходимого расстояния от нагрузки до краев плиты были произведены расчеты квадратных плит на упругом основании Винклера размером от 10×10 до 50×50 м, изготовленных из бетона В30, нагруженных сосредоточенной силой и равномерно распределенной по площади нагрузкой в центральной зоне для бесконечных и с краю для полубесконечных плит (рис. 1). Площадь распределения нагрузки принимается равной площади типовых опорных конструкций (колонн) до $0,5 \times 0,5$ м.

Численный алгоритм расчета фундаментных плит основан на методе конечных элементов [9, 10]. Отметим, что для точности результата расчета важен размер конечного элемента, так как при слишком частом или редком разбиении конструкции сеткой конечных элементов можно получить неприемлемый результат, который не позволит проанализировать полученное напряженно-деформированное состояние конструкции и сделать необходимые выводы. В данном исследовании применялась расчетная сетка размером 15×15 КЭ. В [11] анализировалась сходимость результатов расчета при различных размерах конечных элементов плит путем сравнения с аналитическим решением. Результаты, приведенные в [11], говорят о том, что наиболее приемлемой для данных расчетов является сетка размерами $15 \times 15 - 20 \times 20$ КЭ. При таком разбиении внутренние усилия наиболее близки к экспериментальным. Для расчетов использовался прямоугольный четырехузловой конечный элемент с 12 степенями свободы.

Анализируя результаты расчетов, отметим, что характер изменения прогибов (осадок) и изгибающих моментов в плитах с нагрузкой в виде сосредоточенной силы не отличается от характера изменения указанных величин

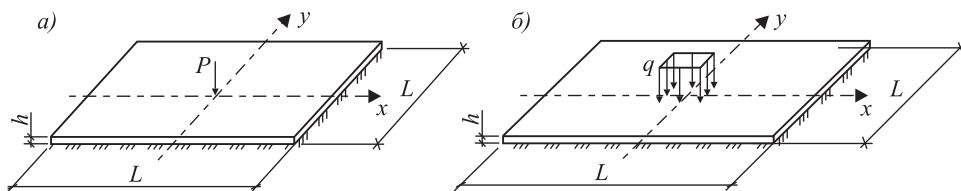


Рис. 1. Схема плиты

а – нагрузка – сосредоточенная сила; б – распределенная нагрузка

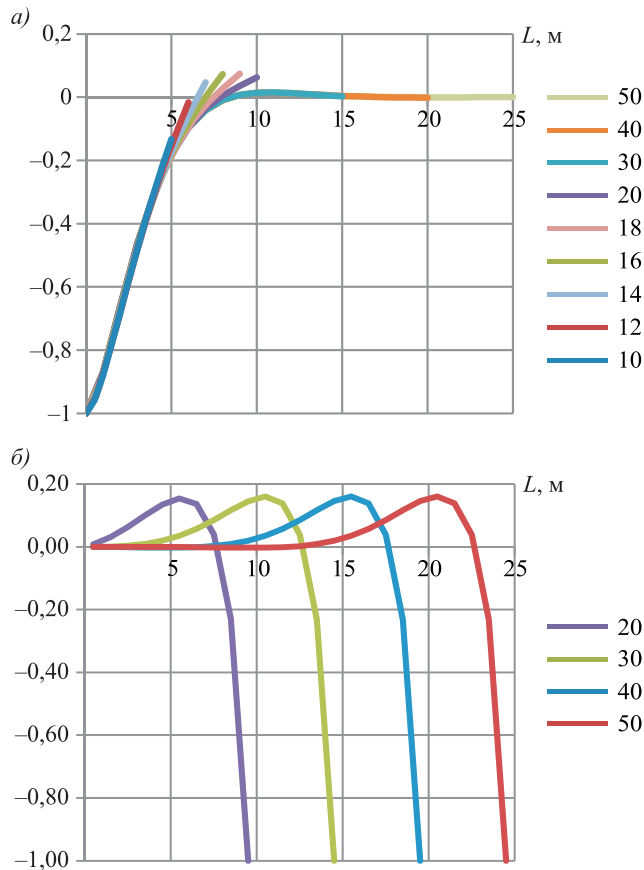


Рис. 2. Результаты расчетов плит на нагрузку, приложенную в центре

в плитах с распределенной нагрузкой, поэтому ограничимся результатами в виде графиков, приведенных на рис. 2 и в табл. 1, 2.

В силу симметрии конструкции на рис. 2 изображена только половина графиков измерения прогибов и изгибающих моментов. Видно, что при уве-

Таблица 1. Расстояния от области приложения нагрузки, на которых прогиб близок к нулю, м

Нагрузка	Размер стороны плиты, м								
	10	12	14	16	18	20	30	40	50
Сосредоточенная	–	–	6,552	7,007	7,484	7,882	8,562	8,587	8,588
Распределенная	–	–	6,604	7,069	7,542	7,936	8,664	8,687	8,688

Таблица 2. Расстояния от области приложения нагрузки, на которых изгибающий момент близок к нулю, м

Нагрузка	Размер стороны плиты, м			
	20	30	40	50
Сосредоточенная	7,92	8,82	8,82	8,82
Распределенная	–	13,5	12,256	12,227

личении габаритов рассматриваемой конструкции, прогиб краевых участков постепенно обращается в нуль. Изгибающие моменты принимают максимальные значения под нагрузкой, а при достаточном удалении снижаются до минимальных значений (рис. 2, б, табл. 2).

Из полученных результатов следует, что на расстоянии около 8,5 м прогибы от сосредоточенной и распределенной нагрузок принимают незначительную величину, изгибающие моменты затухают несколько медленнее (табл. 2). Однако на расстоянии около 8,5 м от нагрузки изгибающий момент равен 1–4,5 % от максимального.

Сравним результат, полученный численным методом, с аналитическими расчетами. Пользуясь решением Б.Г. Коренева [1, 7], можно найти искомую величину аналитическим способом. При решении уравнения упругой поверхности плиты при осесимметричной деформации вводятся обозначения:

$$l = 4\sqrt{\frac{D}{k_0}}, \quad \xi = \frac{r}{l}, \quad (1)$$

где D – цилиндрическая жесткость;

k_0 – жесткость упругого основания (коэффициент постели);

r – расстояние от точки приложения нагрузки.

Прогиб w для неограниченной плиты, загруженной сосредоточенной нагрузкой, равен

$$W = \frac{Pl^2}{4D} f_0(\xi), \quad (2)$$

где $f_0(\xi)$ – табулированная функция, связанная с функцией Бесселя комплексного аргумента;

P – величина нагрузки.

При $\xi = 3,92 f_0(\xi) \approx 0$, искомое расстояние r можно определить по формуле

$$r = 3,924 \sqrt{\frac{D}{k_0}}. \quad (3)$$

Для частного случая, приведенного в задаче выше, $r = 8,54$ м, что совпадает с полученным численно значением.

Проведем расчет плит методом конечных элементов размерами от 10×10 до 20×20 м с нагрузкой, приложенной на краю (для полубесконечных плит). Результаты расчетов представлены на рис. 3.

Графики, изображенные на рис. 3, показывают, что расстояние от нагрузки до точки, в которой прогибы и внутренние усилия незначительны (< 5 %) или практически равны нулю, несколько больше, чем для бесконечной плиты. Для частного случая нашей задачи это расстояние равно 9,5 м.

Обращаясь к аналитическому решению Б.Г. Коренева [1, 7], можно вычислить расстояние от нагрузки, на котором прогиб равен нулю. Для определения перемещений полубесконечной плиты от действия сосредоточенной силы P воспользуемся формулой

$$w = w + w', \quad (4)$$

где w – прогиб, найденный по формуле (2);

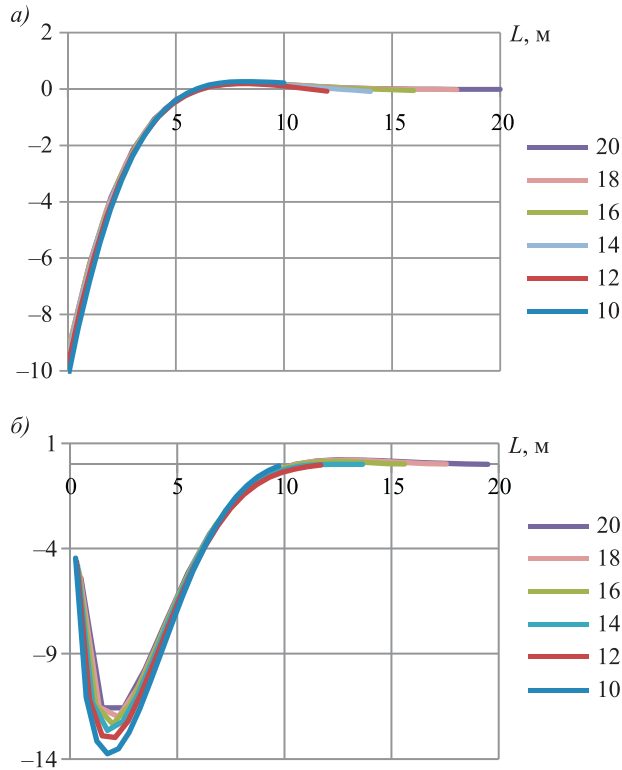


Рис. 3. Результаты расчетов плит на нагрузку, приложенную с краю

w' – прогиб от так называемой компенсирующей нагрузки, который вычисляется по формуле

$$w' = \frac{Pl^2}{D} \tilde{w}, \quad (5)$$

где \tilde{w} – табулированная величина, определяемая в зависимости от координат точки, в которой ищется необходимое перемещение, и расстояния от края плиты, на котором приложена нагрузка.

Будем считать, что сосредоточенная сила приложена на бесконечно малом расстоянии от края плиты. Пользуясь таблицами, приведенными в [1], найдем такое расстояние от точки приложения нагрузки, при котором $w' = 0$, тогда $r' = 1,17$ м.

Следовательно, складывая значения r и r' , можно получить искомое расстояние около 9,7 м, что практически совпадает с численным расчетом, приведенным выше.

В то же время при исследовании задачи о «длине бесконечности» в плитах на упругом основании был проведен ряд расчетов, на основании которых можно найти решение при помощи построения и анализа графиков изменения прогибов и изгибающих моментов при передвижении единичной силы по конструкции. Двигая единичную силу от центра к периферийной части плиты, записывались значения изгибающих моментов и осадок в сечении под нагрузкой. Графические результаты представлены на рис. 4 для плит четырех типоразмеров: 5×5, 10×10, 15×15, 20×20 м.

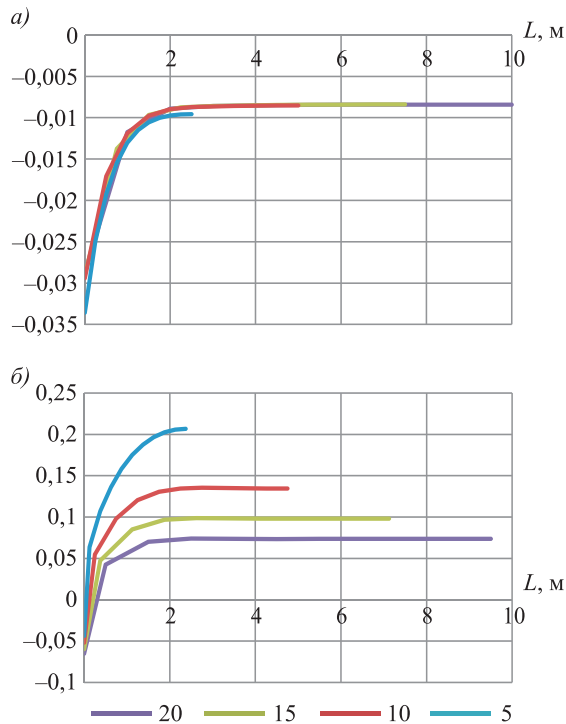


Рис. 4. Линии влияния прогибов и изгибающих моментов в сечении под нагрузкой

Можно заметить, что на расстоянии около 2,5 м от края плиты на прогибы и внутренние усилия начинают влиять граничные условия конструкции.

Таким образом, по оценке численных расчетов и в сравнении с аналитическим решением Б.Г. Коренева плиты можно считать бесконечными, если расстояние от нагрузки до края плиты равно приблизительно 8,5 м. Полученная величина приведена для частного случая, рассмотренного в статье примера. Как видно, определить эту величину достаточно точно можно не только аналитическими методами, но и численно. Действительно, указанное расстояние зависит от жесткостных характеристик плиты и основания и в каждом случае должно рассчитываться отдельно. В [3] приведены формулы для расчета расстояния от нагрузки до края плиты, но эти формулы имеют ограничения в своем использовании. Численный расчет при корректной сборке схемы дает наиболее приемлемый результат. Плиту размером 17×17 м и более при расчетах можно считать бесконечной при любом характере приложения нагрузки. Полубесконечными – на расстоянии приблизительно 9,5 м. Краевые условия практически не влияют на характер напряженно-деформированного состояния плиты в зоне установки оборудования (нагрузки) на расстоянии 2–3 м от края. Результаты, полученные численным и аналитическим методами, близки.

Заключение. На основании расчетов проведен анализ влияния различных факторов на НДС плиты, а именно: размеров следа нагрузки, расстояния от края плиты, размеров конечных элементов. Дана оценка факторов, определяющих расчетные схемы плит конечных размеров или как неограниченных.

Рассмотренные выше методы можно использовать при расчетах плит с установленным на них виброактивным оборудованием. Воспользовавшись результатами статических расчетов плит методом конечных элементов, можно представить уравнение движения как для системы с конечным числом степеней свободы и далее записать решение динамической задачи, используя метод «нормальных форм» [3, 12–14] (в виде разложения по формам собственных колебаний). Также используя аналитические решения, полученные там, где это возможно для неограниченных плит, можно записать расчетные формулы и оценить погрешности численных решений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Корнев Б.Г., Черниговская Е.И.* Расчет плит на упругом основании // Пособие для проектировщиков. М.: Госстройиздат, 1962. 355 с.
2. *Власов В.З., Леонтьев Н.Н.* Балки, плиты и оболочки на упругом основании. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1960. 491 с.
3. *Чернов Ю.Т.* Вибрации строительных конструкций. Аналитические методы расчета. Основы проектирования и нормирования вибраций строительных конструкций, подвергающихся эксплуатационным динамическим воздействиям. 2-е изд., испр. и доп. М.: АСВ, 2011. 383 с.
4. *Палатников В.А.* Прямоугольные плиты на упругом основании. М.: Стройиздат, 1964. 236 с.
5. *Чернов Ю.Т., Власов А.А., Ткачев А.Н.* Экспериментальные исследования колебаний тонкой фундаментной плиты с присоединенными массами // Тез. докл. VI Всесоюз. конф. «Динамика оснований, фундаментов и подземных сооружений». Нарва; Л.; 1985. С. 475–477.
6. *Палатников Е.А., Тепляков А.А.* Экспериментальные исследования плит на грунтовом основании // Тр. Гипростройавиапрома. 1971. Вып. 7. С. 76–102.
7. *Корнев Б.Г.* Введение в теорию бесселевых функций. М.: Наука, 1971. 288 с.
8. *Горбунов-Посадов М.И., Маликова Т.А., Соломин В.И.* Расчет конструкций на упругом основании. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Стройиздат, 1984. 679 с.
9. *Городецкий А.С., Барабаш М.С., Сидоров В.Н.* Компьютерное моделирование в задачах строительной механики. М.: АСВ, 2016. 338 с.
10. *Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А., Фиалко С.Ю.* SCAD Office. Версия 21. Вычислительный комплекс SCAD++. М.: СКАД СОФТ, 2015. 848 с.
11. *Чернов Ю.Т., Парамонов Е.Е.* Тонкие плиты на грунте как фундаментные плиты при статических и вибрационных воздействиях от оборудования // БСТ. 2020. № 3 (1027). С. 38–40.
12. *Чернов Ю.Т.* Прикладные методы динамики сооружений (Метод «нормальных форм» и его приложения). М.: АСВ, 2001. 80 с.
13. *Пятецкий В.М., Александров Б.К., Савинов О.А.* Современные фундаменты машин и их автоматизированное проектирование. М.: Стройиздат, 1993. 415 с.
14. *Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.* Пластины и оболочки / пер. с англ. М.: Наука, 1966. 635 с.

Корнилова Анастасия Сергеевна, препод.; E-mail: zkstasy@gmail.com
Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет

Парамонов Евгений Евгеньевич, асп.; E-mail: evg.paramonov@yandex.ru
Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет

Получено после доработки 10.02.2021

Kornilova Anastasiya Sergeevna, Lecturer; E-mail: zkstasy@gmail.com
National Research Moscow State University of Civil Engineering, Russia

Paramonov Evgeniy Evgen'evich, Post-graduate Student;
E-mail: evg.paramonov@yandex.ru

National Research Moscow State University of Civil Engineering, Russia

THIN PLATES ON GROUND AS FOUNDATIONS FOR EQUIPMENT

Flat foundation mats are widely used in the construction of buildings and structures intended for various equipment, including vibroactive, as well as for the storage of materials. Such slabs, as a rule, are quite long in plan, but for the installation of some types of equipment, slabs of limited dimensions are used. In calculations the dimensions of the slabs, their thickness, reinforcement and the distance to the edges from the given load should be considered. In cases, where the distance from the load to the edges can be ignored when determining the stress-strain state, slabs can be calculated as unlimited, using the well-known analytical solutions. There is a problem of clearly separating the boundaries of extended plates, so at what geometric parameters of the plate it can be considered infinite. To solve this problem, we will calculate the plates on the ground of various sizes under the action of static loads in the form of equipment installed in the center and at the edge of the slab. As a result of the performed numerical and analytical calculations, the criterion was obtained, which allows to determine which slabs can be calculated as unlimited, and for which slabs should be considered the influence of boundary conditions. Also, the article contains some recommendations for the calculations of such structures.

Key words: «infinite» plate, «semi-infinite» plate, edge conditions, plate on elastic base, finite-element method, industrial equipment.

REFERENCES

1. *Korenev B.G., Chernigovskaya E.I.* Raschet plit na uprugom osnovanii. Posobiye dlya proyektirovshchikov [Calculation of a slab on elastic foundation]. Moscow, 1962. 355 p. (in Russian)
2. *Vlasov V.Z., Leont'ev N.N.* Balki, plity i obolochki na uprugom osnovanii [Beams, plates and shells on an elastic foundation]. Moscow, 1960. 491 p. (in Russian)
3. *Chernov Yu.T.* Vibratsii stroitel'nykh konstruktsiy. Analiticheskiye metody rascheta. Osnovy proyektirovaniya i normirovaniya vibratsiy stroitel'nykh konstruktsiy, podvergayushchikhsya ekspluatatsionnym dinamicheskim vozdeystviyam [Vibration of building structures. Analytical calculation methods. Fundamentals of design and regulation of vibrations of building structures exposed to operational dynamic influences]. Moscow, 2011. 383 p. (in Russian)
4. *Palatnikov V.A.* Pryanougol'nyye plity na uprugom osnovanii. [Rectangular plates on an elastic foundation]. Moscow, 1964. 236 p. (in Russian)
5. *Chernov Yu.T., Vlasov A.A., Tkachev A.N.* Eksperimental'nyye issledovaniya kolebaniy tonkoy fundamentnoy plity s prisoedinennymi massami [Experimental studies of vibrations of a thin foundation plate with attached masses]. Tez. dokl. VI Vsesoyuz. konf. «Dinamika osnovaniy, fundamentov i podzemnykh sooruzheniy» [Abstracts of the VI All-Union conference «Dynamics of foundations, foundations and underground structures»]. Narva; Leningrad, 1985. Pp. 475–477. (in Russian)
6. *Palatnikov E.A., Teplyakov A.A.* Eksperimental'nyye issledovaniya plit na gruntovom osnovanii [Experimental studies of plates on a soil base]. Trudy Giproniaviaproma [Proceedings of Giproniaviaprom]. Kazan, 1971. No. 7. Pp. 76–102. (in Russian)

7. *Korenev B.G.* Vvedeniye v teoriyu besselevykh funktsiy. [Introduction to the theory of Bessel functions]. Moscow, 1971. 288 p. (in Russian)
8. *Gorbunov-Posadov M.I., Malikova T.A., Solomin V.I.* Raschet konstruktsey na uprugom osnovanii [Calculation of structures on an elastic foundation]. Moscow, 1984. 679 p. (in Russian)
9. *Gorodetskiy A.S., Barabash M.S., Sidorov V.N.* Komp'yuternoye modelirovaniye v zadachakh stroitel'noy mekhaniki [Computer simulation in problems of structural theory]. Moscow, 2016. 338 p. (in Russian)
10. *Karpilovskiy V.S., Kriksunov E.Z., Malyarenko A.A., Perel'muter A.V., Perel'muter M.A., Fialko S.Yu.* SCAD Office. Versiya 21. Vychislitel'nyy kompleks SCAD++ [SCAD Office. Version 21. Computing complex SCAD ++]. Moscow, 2015. 848 p. (in Russian)
11. *Chernov Yu.T., Paramonov E.E.* Tonkiye plity na grunte kak fundamentnyye plity pri staticheskikh i vibratsionnykh vozdeystviyakh ot oborudovaniya [Thin foundation plates for static and vibration equipment]. Byulleten' stroitel'noy tekhniki [Construction machinery bulletin]. 2020. No. 3 (1027). Pp. 38–40. (in Russian)
12. *Chernov Yu.T.* Prikladnyye metody dinamiki sooruzheniy (Metod «normal'nykh form» i yego prilozheniya) [Applied methods of structural dynamics]. Moscow, 2001. 80 p. (in Russian)
13. *Pyatetskiy V.M., Aleksandrov B.K., Savinov O.A.* Sovremennyye fundamenty mashin i ikh avtomatizirovannoye proyektirovaniye [Modern machine foundations and their computer-aided design]. Moscow, 1993. 415 p. (in Russian)
14. *Timoshenko S.P., Voynovskiy-Kriger S.* Plastinki i obolochki [Theory of Plates and Shells]. Moscow, 1966. 635 p. (in Russian)