

**ИНЖЕНЕРНЫЕ СИСТЕМЫ
ЖИЗНЕОБЕСПЕЧЕНИЯ
НАСЕЛЕННЫХ МЕСТ,
ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ.
ЭКОЛОГИЧЕСКАЯ
БЕЗОПАСНОСТЬ
СТРОИТЕЛЬСТВА**



УДК 697.1:699.86

О.Д. САМАРИН

**РАСЧЕТ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА ПОМЕЩЕНИЯ
ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ
ДЛЯ КЛИМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Рассмотрена математическая постановка и решение задачи об изменении температуры внутреннего воздуха в помещении, оборудованном автоматизированными системами обеспечения микроклимата, в условиях переменных тепловых воздействий. Проанализированы основные уравнения, связывающие наиболее важные составляющие теплового потока в помещении. Представлены инженерные формулы для максимального отклонения температуры воздуха помещения от уставки при скачкообразном изменении теплового потока от источников теплоступлений в случае регулирования оборудования климатических систем по интегральному закону. Проведены расчеты, позволяющие подтвердить полученное аналитическое решение с использованием конечно-разностной аппроксимации дифференциальных уравнений теплового баланса и теплопередачи, на примере одного из существующих жилых зданий в климатических условиях Москвы с учетом конструктивных характеристик здания и теплотехнических свойств его ограждений.

К л ю ч е в ы е с л о в а: микроклимат, температура, тепловой баланс, температурная волна, теплоступления, регулирование, коэффициент передачи.

DOI 10.32683/0536-1052-2020-734-2-28-35

Необходимость поддержания совокупности внутренних метеорологических параметров в помещениях в пределах, определяемых условиями комфортности или потребностями технологического процесса, определяется в первую очередь требованиями безопасности жизнедеятельности. В соответствии с федеральным законом № 384-ФЗ «Технический регламент «О безопасности зданий и сооружений»» такие требования являются обязательными. Основную роль в стабилизации тепловлажностного режима играют системы автоматического регулирования и управления климатическим оборудованием в сочетании с использованием собственной теплоустойчивости зданий. При этом, поскольку теплоступления в помещения и их теплотери практически всегда переменные, рассматриваемая задача является существенно нестационарной.

© Самарин О.Д., 2020

В изданиях [1, 2] имеются упрощенные аналитические решения, однако в них рассматриваются преимущественно изолированные ограждающие конструкции, без учета общего теплового баланса помещения, в условиях остывания здания при отключении теплоснабжения, либо при периодических тепловых возмущениях. В последние годы публикуются и более комплексные работы, в частности [3], но их результаты в ряде случаев оказываются слишком сложными для использования в инженерных расчетах. Одновременно распространяется применение численных методов для исследования нестационарных, в том числе аварийных режимов и их моделирования. Здесь можно обратить внимание, например, на публикации [4, 5], и в первую очередь подобный подход оказывается характерным для зарубежных исследований, среди которых можно перечислить [6–8].

Автором в статье [9] было предложено аналитическое решение задачи об остывании помещения в аварийном режиме теплоснабжения на основе дифференциального уравнения теплового баланса для помещения в целом. В то же время целесообразно исследовать и другие случаи, когда подобное уравнение можно проинтегрировать, особенно при нормальной работе систем обеспечения микроклимата, оборудованных необходимой системой автоматизации для поддержания внутренних метеопараметров в заданном диапазоне. В монографии [10] были представлены некоторые варианты такой задачи, особенно для периодического изменения теплопоступлений и теплопотерь, но с применением несколько иных методов на базе сочетания теории теплоустойчивости и передаточных функций. Поэтому чтобы получить более наглядный результат, необходимо использовать постановку задачи в форме, соответствующей [9].

Если с некоторым упрощением рассматривать все теплопоступления как конвективные, т.е. поступающие непосредственно в воздух помещения, уравнение баланса будет выглядеть так

$$Q_{\text{пост}} + G_{\text{п}} c_{\text{в}} t_{\text{п}} / 3,6 - G_{\text{в}} c_{\text{в}} t_{\text{в}} / 3,6 - B \sqrt{\tau} \frac{dt_{\text{в}}}{d\tau} = 0, \quad (1)$$

где τ – интервал времени, s , с момента начала процесса;

$G_{\text{п}}$ и $G_{\text{в}}$ – массовый расход приточного и вытяжного воздуха, кг/ч, причем практически всегда можно считать $G_{\text{п}} = G_{\text{в}}$, так как воздушный баланс помещения, по сравнению с тепловым, с очень большой точностью оказывается мгновенно-стационарным;

$c_{\text{в}}$ – удельная теплоемкость воздуха, равная 1,005 кДж/(кг · К);

$t_{\text{п}}$ и $t_{\text{в}}$ – соответственно температура притока и вытяжки, °С. В рамках однозонной модели разность $t_{\text{в}}$ и температуры внутреннего воздуха $t_{\text{в}}$ обычно не учитывают, потому в дальнейшем считаем $t_{\text{в}} = t_{\text{в}}$ и получаем уравнение только с одной неизвестной функцией $t_{\text{в}}(\tau)$.

Коэффициент B в уравнении (1) определяется по формуле

$$B = \sum [A_{\text{м}} \sqrt{\lambda c \rho}]_i. \quad (2)$$

Здесь λ , c и ρ – соответственно теплопроводность, Вт/(м · К), удельная теплоемкость, Дж/(кг · К), и плотность материала слоя i -го массивного огражде-

ния, обращенного внутрь помещения, в частности, наружной стены, внутренних стен и перегородок, а также междуэтажных перекрытий;

A_m – площадь каждого из перечисленных ограждений, m^2 .

Так называемые «легкие» (безынерционные) конструкции, например, заполнения светопроемов, здесь не учитываются. Это можно сделать, потому что в ходе автоматического регулирования отклонение t_b от исходного значения обычно не слишком велико, и следовательно, мгновенные тепловые потоки через такие конструкции также малы, в первую очередь при ограниченной остекленности фасада.

Выражение для B можно найти, если учесть, что для малых моментов времени температурная волна, возникающая при тепловом воздействии на помещение, успевает проникнуть лишь в рассматриваемый слой. При этом имеется в виду, что глубина ее проникновения равна примерно $3,6\sqrt{a\tau}$, где

$a = \frac{\lambda}{\rho c}$, m^2/c – коэффициент температуропроводности материала, откуда,

если считать температурное поле в пределах волны приближенно параболическим, и определяется числовой коэффициент в формуле для B , равный здесь единице [9].

Наиболее простые по конструкции – пропорциональные регуляторы, кроме того, при их применении и анализ нестационарного теплового режима помещения также относительно менее сложный. Однако одним из недостатков регулирования по пропорциональному закону является, как известно, наличие ненулевой статической ошибки поддержания контролируемого параметра. Этой особенности лишены алгоритмы управления с использованием интегральной составляющей, когда регулирующее воздействие пропорционально суммарному накопленному отклонению с момента возмущающего воздействия и, таким образом, продолжается вплоть до полного исчезновения этого отклонения. Тогда, если величина t_b автоматически поддерживается регулятором, реализующим непрерывный интегральный закон с помощью необходимого изменения значения t_n , дополнительное уравнение связи удобнее всего сформулировать следующим образом

$$\frac{d(t_n - t_b)}{d\tau} = K_{\text{рег}}(t_b - t_{b,0}). \quad (3)$$

Слева от знака равенства в (3) располагается разность именно $(t_n - t_b)$, так как из (1) с рассмотренными затем оговорками она и определяет суммарный дополнительный тепловой поток, поступающий в помещение или удаляемый из него за счет работы климатической системы при обеспечении заданного уровня t_b . Здесь $K_{\text{рег}}$ – эквивалентный коэффициент передачи автоматизированной системы, c^{-1} , по каналу « $t_b \rightarrow$ производная от t_n ».

В связи с тем, что для нас представляет интерес в первую очередь поведение отклонения текущей величины t_b от ее контролируемого значения (уставки) $t_{b,0}$, последующие выкладки целесообразно вести для избыточной температуры $\theta_b = t_b - t_{b,0}$. В этом случае после необходимых преобразований, включающих в том числе почленное дифференцирование по τ для подстановки формы (3), уравнение (1) можно записать в каноническом виде

$$\frac{d^2\theta_{\text{в}}}{d\tau^2} + \frac{d\theta_{\text{в}}}{2\tau d\tau} - \frac{A}{B\sqrt{\tau}}\theta_{\text{в}} = 0. \quad (4)$$

Параметр A в данном случае вычисляется по соотношению

$$A = G_{\text{п}} c_{\text{в}} K_{\text{рег}} / 3,6. \quad (5)$$

Нетрудно заметить, что (4) – это линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка, правда, с переменными коэффициентами, поэтому применить для его решения, например, операционный метод непосредственно было бы затруднительно. Однако подстановкой $z = \sqrt{\tau}$ его можно свести к несколько более простому виду, в котором уничтожается слагаемое, содержащее первую производную

$$\frac{d^2\theta_{\text{в}}}{dz^2} + Cz\theta_{\text{в}} = 0, \quad (6)$$

где $C = 4A/B$, $c^{-3/2}$. Аналитическое решение данного уравнения проще всего искать в виде разложения в ряд по степеням z методом неопределенных коэффициентов. При этом в качестве начальных условий при $\tau = 0$ имеем $\theta_0 = 0$ и, очевидно, $d\theta_{\text{в}}/dz = 2Q_{\text{пост}}/B$, так как в исходный момент времени при выбранном законе регулирования в (1) ненулевыми оказываются только первое и последнее слагаемое. Тогда искомая функция запишется в следующем виде

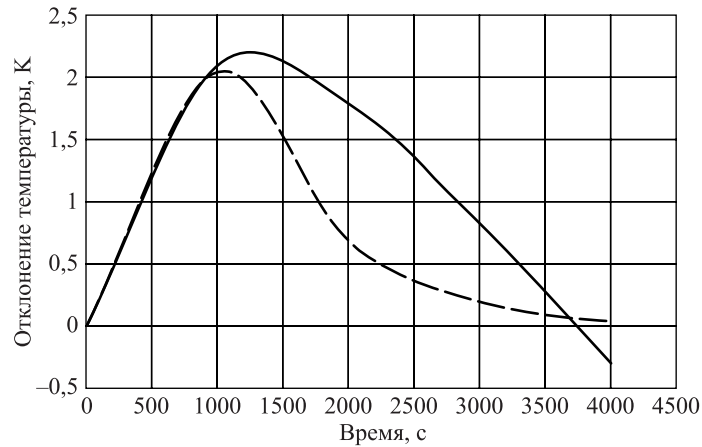
$$\theta(z) = \frac{2Q_{\text{пост}}}{B} \left[Z - \frac{C^2}{3 \cdot 4} Z^4 + \frac{C^2}{3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} Z^7 - \frac{C^2}{3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10} Z^{10} + \dots \right]. \quad (7)$$

Способ построения следующих членов ряда очевиден. Можно показать, что при не слишком больших τ и соответственно z , ряд сходится достаточно быстро. При этом в случае $C = 0$, т.е. в отсутствие регулирования, выражение (7) переходит в следующее

$$\theta_{\text{в}} = \frac{2Q_{\text{пост}}}{B} Z = \frac{2Q_{\text{пост}}}{B} \sqrt{\tau}. \quad (8)$$

По форме это совпадает с зависимостью температуры от времени, полученной автором для режима остывания здания при отключении теплоснабжения в публикации [9], если в ней перейти к пределу при $\tau > 0$. Это нетрудно объяснить, поскольку в начальный период времени, когда регулирующее воздействие еще не успело оказать необходимого влияния на тепловой режим помещения, его нагревание должно происходить так же, как и без регулирования.

Для наглядности рассмотрим пример расчета изменения $t_{\text{в}}$ по формуле (7) в помещении с параметрами $B = 12000 \text{ Вт} \cdot \text{с}^{1/2}/\text{К}$; $A = 0,25 \text{ Вт}/(\text{К} \cdot \text{с})$. При этом начальное значение $t_{\text{в},0}$ было принято равным $+20 \text{ }^\circ\text{C}$, уровень теплопоступлений $Q_{\text{пост}} = 500 \text{ Вт}$, а величина B вычислена в соответствии с конструктивными характеристиками здания и геометрическими размерами помещения. Соответствующая кривая показана на рисунке сплошной линией. Для сравнения пунктиром изображены результаты численного моделирования для тех же условий с применением составленной автором программы для



Зависимость t_b от времени для расчетного помещения (пунктир – численный расчет, сплошная линия – по формуле (7))

ЭВМ, непосредственно решающей систему дифференциальных уравнений нестационарной теплопередачи в ограждениях и теплообмена на их поверхностях [9].

Нас в первую очередь интересует динамическая ошибка регулирования, т.е. максимальное отклонение t_b от уставки, которое главным образом и определяет качество регулирования в условиях применения интегрального закона, поэтому необходимо почленно продифференцировать ряд (7) и найти значение z и соответственно τ , при которых будет выполняться условие $d\theta_b/d\tau = 0$. Рисунок демонстрирует, что аналитический расчет дает достаточно точную оценку именно наибольшего отклонения, несмотря на заметное расхождение графиков при больших моментах времени.

Тогда получаем:

$$\frac{d\theta_b}{dz} = \frac{2Q_{\text{пост}}}{B} \left[1 - \frac{C^2}{3} Z^3 + \frac{C^2}{3 \cdot 4 \cdot 6} Z^6 - \frac{C^3}{3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9} Z^9 + \dots \right] = 0. \quad (9)$$

Поскольку заведомо предполагается $2Q_{\text{пост}}/B \neq 0$, необходимо равенство нулю выражения, представленного в скобках. Несложно определить, что это имеет место при $Cz^3 = 3,5$, откуда окончательно получаем

$$z = 0,956^3 \sqrt{\frac{B}{A}}; \quad \theta_{\text{max}} = \frac{1,4Q_{\text{пост}}}{3 \sqrt{AB^2}}. \quad (10)$$

В рассматриваемом примере соответствующие значения составят $z = 34,7 \text{ с}^{1/2}$, т.е. $\tau = 1208 \text{ с}$ и $\theta_{\text{max}} = 2,12 \text{ }^\circ\text{C}$. Если максимально допустимая величина θ_{max} задана, из (10) можно найти требуемое значение A и затем, с учетом (5), необходимую величину коэффициента передачи регулятора.

Заключение. На основе сопоставления теоретических результатов с данными численного моделирования и асимптотическими решениями показано, что обнаруженная аналитическая зависимость величины t_b в помещении, обслуживаемом автоматизированными системами обеспечения микроклимата, для скачкообразного изменения теплоступлений довольно удовлетво-

рительно описывает действительный процесс разогрева или охлаждения, во всяком случае, для начального диапазона значений τ , даже при использовании интегрального закона регулирования.

Отмечено, что, как и в других режимах регулирования, зависимость для t_b обладает асимптотически-экспоненциальным характером, но в отличие от решений, показывающих поведение температуры в помещении для больших моментов времени, аргумент экспоненциальной функции теперь содержит в явном виде величину $\sqrt{\tau}$, а не τ .

Доказано, что максимальное отклонение t_b от уставки (динамическая ошибка регулирования) пропорционально величине скачка теплопоступлений и обратно пропорционально коэффициенту передачи регулятора в степени $1/3$, а также уменьшается с ростом собственной теплоустойчивости помещения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кувшинов Ю.Я. Энергосбережение в системе обеспечения микроклимата зданий. М.: МГСУ; Изд-во АСВ, 2010. 320 с.
2. Фокин К.Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей здания / Под ред. Ю.А. Табунщикова, В.Г. Гагарина. 5-е изд., пересм. М.: АВОК-ПРЕСС, 2006. 256 с.
3. Рафальская Т.А., Березка А.К., Савенков А.А. Теоретическое исследование теплозащиты ограждающих конструкций зданий при аварийном теплоснабжении // Актуальные вопросы архитектуры и строительства: Материалы X Всерос. науч.-техн. конф. Новосибирск, 2017. С. 213–218.
4. Малавина Е.Г. Расчет темпа остывания помещения после отключения теплоснабжения // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 2. С. 55–58.
5. Дорошенко А.В. Имитационная термодинамическая модель здания // Бюллетень строительной техники. 2017. № 12. С. 42–43.
6. De Rosa M., Bianco V., Scarpa F., Tagliafico L.A. Modelling of energy consumption in buildings: an assessment of static and dynamic models // Russian Journal of Construction Science and Technology. 2016. Vol. 2, No. 1. P. 12–24.
7. Liu C.-S. An integral equation method to recover non-additive and non-separable heat source without initial temperature // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. Vol. 97. P. 943–953.
8. Horikiri K., Yao Y., Yao J. Modelling conjugate flow and heat transfer in a ventilated room for indoor thermal comfort assessment // Building and Environment. 2014. No. 77. P. 135–147.
9. Самарин О.Д. Расчет остывания помещений здания в аварийных режимах для обеспечения надежности их теплоснабжения // Вестн. МГСУ. 2019. Т. 14, вып. 4. С. 496–501.
10. Самарин О.Д. Теплофизика. Энергосбережение. Энергоэффективность. М.: Изд-во АСВ, 2014. 296 с.

Самарин Олег Дмитриевич, канд. техн. наук, доц.
Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет

Получено 13.01.2020

Samarin Oleg Dmitrievich, PhD, Ass. Professor
National Research Moscow State University of Civil Engineering, Russia

CALCULATION OF THE INDOOR THERMAL MODE WITH THE USE OF INTEGRAL CONTROLLERS FOR CLIMATE CONTROL SYSTEMS

The mathematical problem's formulation and solution of the indoor air temperature changing in a room, equipped with automated microclimate systems in the conditions of variable thermal effects are considered in the article. The basic equations, connecting the most important components of the heat flow in the room, are analyzed here. Engineering formulas for the maximum deviation of the room air temperature from the set point at the abrupt change of the heat flow from the sources of heat gain in the regulation case of the climatic systems equipment according to the integral law are also presented. Calculations are carried out in order to confirm the analytical solution, obtained using finite-difference approximation of differential equations of heat balance and heat transfer on an example of the currently existing residential buildings in Moscow climatic conditions, taking into account the building's structural characteristics and the thermal properties of its enclosing structures.

Key words: microclimate, temperature, heat balance, temperature wave, heat gain, regulation, transmission coefficient.

REFERENCES

1. Kuvshinov Yu.Ya. Energoberezhniye v sisteme obespecheniya mikroklimata zdaniy [Energy saving in the buildings' microclimate system]. Moscow, MSUCE; ASV Publ., 2010. 320 p. (in Russian)
2. Fokin K.F. Stroitel'naya teplotekhnika ograždayushchikh chastey zdaniya [Construction heat engineering of building 's enclosing parts]. Moscow, AVOK-PRESS Publ., 2006. 256 p. (in Russian)
3. Rafal'skaya T.A., Beryozka A.K., Savenkov A.A. Teoreticheskoye issledovaniye teplozashchity ograždayushchikh konstruktsiy zdaniy pri avariynom teplosnabzhenii [Theoretical thermal protection study of building envelopes during emergency heat supply]. Aktual'nye voprosy arkhitektury i stroitel'stva: Materialy X nauchno-tekhnicheskoy konferentsii [Actual issues of architecture and construction: Materials X All-Russian. Scientific and technical conf.]. Novosibirsk, 2017. Pp. 213–218. (in Russian)
4. Malyavina E.G. Raschet tempa ostyvaniya pomescheniya posle otklyucheniya teplosnabzheniya [Calculation of a room cooling rate after a heat supply shutdown]. Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo [Industrial and Civil Engineering]. 2015. No. 2. Pp. 55–58. (in Russian)
5. Doroshenko A.V. Imitatsionnaya termodinamicheskaya model' zdaniya [Simulation thermodynamic model of a building]. Byulleten' stroitel'noy tekhniki [Bulletin of construction equipment]. 2017. No. 12. Pp. 42–43. (in Russian)
6. De Rosa M., Bianco V., Scarpa F., Tagliafico L.A. Modelling of energy consumption in buildings: an assessment of static and dynamic models. Russian Journal of Construction Science and Technology. 2016. Vol. 2, No. 1. Pp. 12–24.
7. Liu C.-S. An integral equation method to recover non-additive and non-separable heat source without initial temperature. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. Vol. 97. Pp. 943–953.
8. Horikiri K., Yao Y., Yao J. Modelling conjugate flow and heat transfer in a ventilated room for indoor thermal comfort assessment. Building and Environment. 2014. No. 77. Pp. 135–147.

9. S a m a r i n O.D. Raschet ostyvaniya pomeshcheniy zdaniya v avariynykh rezhimakh dlya obespecheniya nadezhnosti ikh teplosnabzheniya [Cooling calculation of a building's premises in emergency conditions to ensure the reliability of their heat supply]. Vestnik MGSU [Papers of MSUCE]. 2019. Vol. 14, No. 4. Pp. 496–501. (in Russian)
10. S a m a r i n O.D. Teplofizika. Energoberezhenie. Energoeffektivnost' [Thermophysics. Energy saving. Energy Efficiency]. Moscow: ASV Publ. 2014. 296 p. (in Russian)
