

Известия вузов. Строительство. 2022. № 8. С. 38–52.

ISSN 0536-1052

News of Higher Educational Institutions. Construction. 2022; (8): 38–52.

ISSN 0536-1052

Научная статья

УДК 624.046

DOI: 10.32683/0536-1052-2022-764-8-38-52

**РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ
ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИАГРАММЫ ЗАВИСИМОСТИ
НАПРЯЖЕНИЙ В ПРОДОЛЬНОЙ АРМАТУРЕ
ОТ ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА**

Часть 2. ТЕОРИЯ И ПРИМЕР РАСЧЕТА

Иван Николаевич Старишко

Вологодский государственный университет, Вологда, Россия

Аннотация. Предлагаемая теория расчета прочности изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям разработана в тесной взаимосвязи факторов, характеризующих состояние элементов от начала загружения вплоть до полного их разрушения, на основе диаграммы зависимости между напряжениями в продольной арматуре и изгибающим моментом. Для совершенствования представленной в нормативных документах методики расчета изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям была экспериментально установлена доля влияния каждого из многочисленных факторов на несущую способность исследуемых элементов при различных их конструктивных решениях и видах нагрузки.

Ключевые слова: изгибаемые элементы, наклонные сечения, факторы влияния, изгибающий момент, поперечная сила, прочность

Для цитирования: Старишко И.Н. Расчет прочности по наклонным сечениям изгибаемых железобетонных элементов с использованием диаграммы зависимости напряжений в продольной арматуре от изгибающего момента. Часть 2. Теория и пример расчета // Известия вузов. Строительство. 2022. № 8. С. 38–52. DOI: 10.32683/0536-1052-2022-764-8-38-52.

Original article

**CALCULATION OF STRENGTH BY INCLINED SECTIONS
OF BENT REINFORCED CONCRETE ELEMENTS USING
A DIAGRAM OF THE DEPENDENCE OF STRESSES
IN LONGITUDINAL REINFORCEMENT
ON THE VALUE OF THE BENDING MOMENT**

Part 2. THEORY AND EXAMPLE OF CALCULATION

Ivan N. Starishko

Vologda State University, Vologda, Russia

Abstract. The theory for calculating the strength of bent reinforced concrete elements along inclined sections has been developed in a close relationship of factors characterizing the state of the elements from the beginning of the loading up to complete destruction,

which are based on a diagram of the relationship between stresses in the longitudinal reinforcement and the bending moment. In order to improve the presenbed methodology in normative documents for calculating bent reinforced concrete elements along inclined sections, it was experimentally determine the proportion of the influence of each of the numerous factors on the bearing capacity of the studied elements with their various design solutions and types of load.

Keywords: bending elements, inclined sections, influence factors, bending moment, transverse force, strength

For citation: Starishko I.N. Calculation of strength by inclined sections of bent reinforcedconcrete elements using a diagram of the dependence of stresses in longitudinal reinforcement on the value of the bending moment. Part 2. Theory and example of calculation. *News of Higher Educational Institutions. Construction.* 2022; (8): 38–52. (In Russ.). DOI: 10.32683/0536-1052-2022-764-8-38-52.

Статья является продолжением статьи опубликованной в предыдущем номере журнала¹.

Введение. Некоторые авторы, изучая работу изгибаемых железобетонных элементов в зоне совместного действия изгибающих моментов и поперечных сил, вызванных нагрузкой, за основу своих теоретических исследований принимают эмпирическую формулу для определения прочности бетона сжатой зоны в наклонном сечении Q_b [1], в том числе с некоторым ее усовершенствованием [2–4], включая действующие нормативные документы (например, СП 63.13330. 2012).

Теория расчета прочности по наклонным сечениям с использованием указанной формулы была разработана М.С. Боришанским еще в 50-е гг. XX столетия. С некоторыми изменениями, внесенными А.С. Залесовым, она используется в нормативных документах и в настоящее время. Однако теория расчета прочности изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям в целом, и особенно при определении значений Q_b , во многих случаях дает результаты с существенными отклонениями от опытных. В экспериментальных исследованиях работы балок двутаврового сечения Ю.К. Николаева [1], проводившихся в НИИЖБе под руководством А.А. Гвоздева, оказалось, что опытная разрушающая поперечная сила Q_b превышала расчетную, определяемую по эмпирической формуле М.С. Боришанского в балках с ненапрягаемой продольной арматурой в 1,42–1,79 раза, в предварительно напряженных балках в 2,02–2,85 раза.

Многие исследователи [1, 3, 4 и др.], имея большой теоретический багаж знаний в данной области, а также материалы собственных экспериментов, проводившихся в разное время, на протяжении последних 70 лет не смогли разработанную М.С. Боришанским методику расчета довести до приемлемости для всех случаев влияния многочисленных факторов. При этом неоднократно указывалось на необходимость замены в действующих нормативных документах методики расчета и, особенно, эмпирической формулы для определения Q_b . Так, А.С. Залесов, О.Ф. Ильин в [4] и других источниках, наряду

¹ Старишко И.Н. Расчет прочности по наклонным сечениям изгибаемых железобетонных элементов с использованием диаграммы зависимости напряжений в продольной арматуре от изгибающего момента. Часть 1. Состояние вопроса, результаты опытов и основные положения предлагаемого метода расчета // Известия вузов. Строительство. 2022. № 7. С. 26–38.

с совершенствованием существующей методики расчета прочности изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям, много работали в поисках совершенно новой модели расчета.

Однако авторы статьи [2] Ю.В. Краснощеков и Л.В. Красотина и другие ученые предлагают для совершенствования методики расчета свои теоретические исследования, также принимая за основу формулу М.С. Боришанского при определении значений Q_b с некоторым ее изменением. При этом в табл. 1 [2] авторы сравнивают теоретические результаты, полученные по предлагаемой ими методике расчета, с опытными данными других исследователей, опубликованными в [4], где влияние поперечной арматуры на прочность изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям в эксперименте оказалось существенным (см. табл. 13 [4] или табл. 1 [2]). Так, в балке № 10 при наличии поперечной арматуры общая несущая способность по наклонным сечениям оказалась равной 102 кН, а в аналогичной балке № 9 без поперечной арматуры – 58 кН. Следовательно, опытом установлено, что поперечная арматура восприняла часть общей поперечной силы от нагрузки, равную 44 кН.

По методике расчета, предлагаемой авторами статьи [2], часть общей поперечной силы от нагрузки, воспринимаемая поперечной арматурой, равна 14,2 кН (для балки № 10 в табл. 1 [2]). То есть по расчету поперечная арматура повышает прочность балок по наклонным сечениям всего лишь на 13,9 %, (в 3,1 раза меньше в сравнении с опытными результатами). Это свидетельствует о том, что методика расчета, которая, по мнению ее авторов, «разработана с четким физическим смыслом расчетных параметров», таковой не является.

А.Н. Морозовым для обоснования предлагаемой им методики расчета прочности железобетонных элементов по наклонным сечениям [5] были использованы результаты собственных экспериментальных исследований балок, изготовленных из сланцевольного газобетона без поперечной арматуры, а также экспериментальные данные А.С. Силантьева для балок из тяжелого бетона без поперечной арматуры. Таким образом, многие из упомянутых выше исследователей разрабатывали методики расчета прочности по наклонным сечениям изгибаемых железобетонных элементов без учета поперечной арматуры.

Совершенствование метода расчета прочности изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям заключается в необходимости комплексного учета влияния многочисленных факторов: количества поперечной арматуры, величины предварительного напряжения в продольной арматуре, различных физико-механических и геометрических характеристик исследуемых элементов, видов нагрузки и т.д.

Материалы и методы исследований. Фактическая эпюра нормативных напряжений в бетоне сжатой зоны по высоте сечения над поперечной трещиной криволинейная (рис. 1). В расчетах прочности изгибаемых элементов на действие поперечных сил (как отмечено в части 1 статьи) необходимо учитывать влияние и касательных напряжений. Так как на верхней грани элемента касательные напряжения в бетоне равны нулю, то предельные нормальные напряжения принимаются равными R_b .

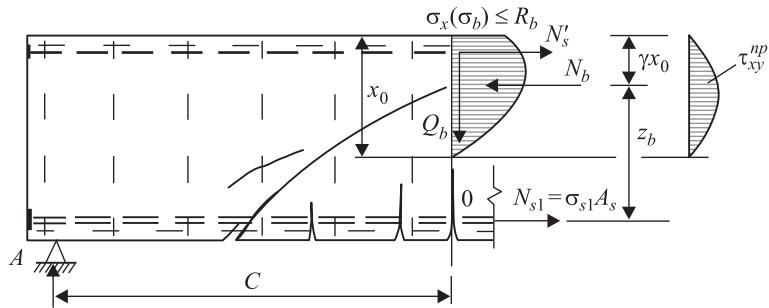


Рис. 1. Напряженное состояние поперечного сечения, проходящего через вершину критической наклонной трещины при ее образовании и развитии

Fig. 1. The stress state of the cross-section passing through the top of the critical inclined crack during its formation and development

1. Напряжения в продольной напрягаемой арматуре в сечении с трещиной. При разработке методики расчета изгибаемых железобетонных предварительно напряженных элементов в стадии развития наклонных трещин (см. рис. 1) и в расчетах прочности наклонных сечений (рис. 2), с определением напряжений в напрягаемой продольной арматуре в нормальном сечении, проходящем через вершину наклонной трещины, возникли затруднения. Решение было осуществлено с помощью диаграммы зависимости между напряжениями в продольной арматуре σ_s и изгибающим моментом M , предлож-

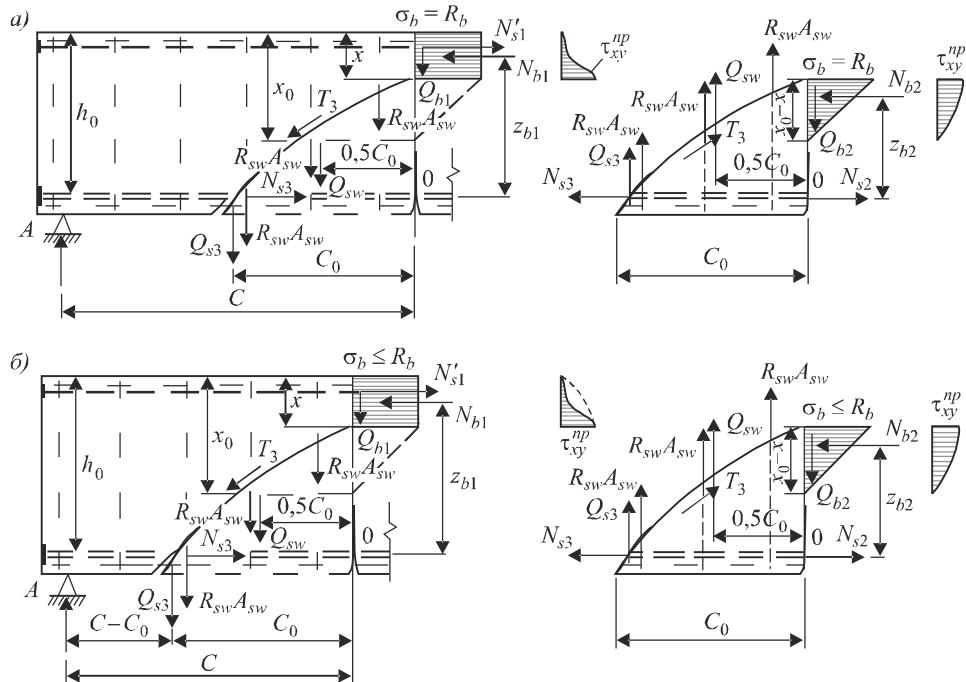


Рис. 2. Расчетная схема наклонного сечения в расчетах прочности при больших длинах зоны среза (а) и при малых пролетах среза (б)

Fig. 2. Calculation scheme of the inclined section in strength calculations for large cross-section spans (a) and for small cross-section spans (b)

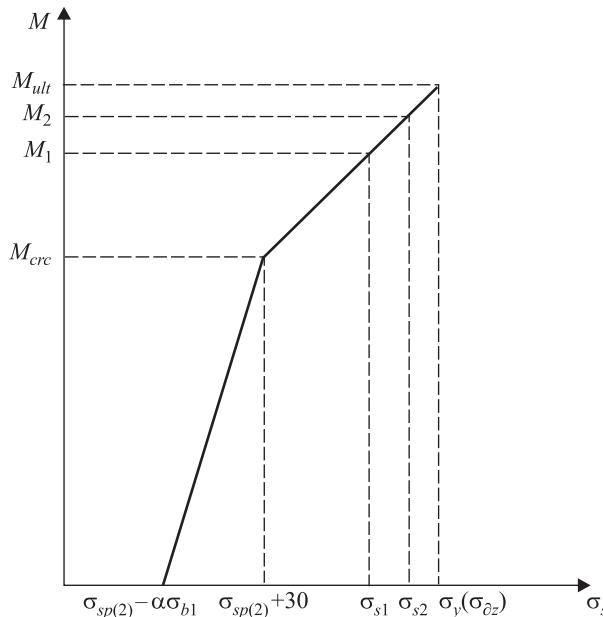


Рис. 3. Диаграмма зависимости напряжений в продольной арматуре от величины изгибающего момента в нормальном сечении

M_{crc} – момент в стадии образования нормальных к продольной оси трещин; M_1 – момент в стадии развития критической наклонной трещины; M_2 – момент в стадии разрушения элемента по наклонному сечению; M_{ult} – момент в стадии разрушения элемента по нормальному сечению

Fig. 3. Diagram of the dependence of stresses in the longitudinal reinforcement on the value of the bending moment in the small section

M_{crc} – a moment in the stage of burrow formation small to the longitudinal axis of cracks; M_1 – is a moment in the development stage of a critical inclined crack; M_2 – is the moment in the stage of destruction of the element along the inclined section; M_{ult} – is the moment in the stage of destruction of the element along the normal cross-section

женной автором, которая принимается в виде двух отрезков прямых, имеющих перелом в точке, соответствующей образованию трещин M_{crc} (рис. 3). В стадии развития критической наклонной трещины в изгибаемых железобетонных элементах, в соответствии с принятой диаграммой, напряжения в продольной арматуре в нормальном сечении с трещиной определяются из соотношения

$$\frac{\sigma_{0,2} - \sigma_{s1}}{\sigma_{0,2} - (\sigma_{sp(2)} + 30)} = \frac{M_{ult} - M_1}{M_{ult} - M_{crc}}, \quad (1)$$

где $\sigma_{sp(2)}$ – предварительное напряжение в арматуре с учетом полных потерь; M_{ult} – момент в стадии разрушения элемента поциальному сечению; M_{crc} – момент в стадии образования трещин в нормальному сечении; $M_1 = Qc$ – изгибающий момент от силы $P = Q$ при развитии критической наклонной трещины;

c – расстояние от опоры до вершины критической наклонной трещины в проекции на ось элемента.

Для равномерно распределенной нагрузки в нормальном к продольной оси элементов сечении $M_{\max} = ql^2/8$; $Q_{\max} = ql/2$. При этом значение M_1 определяется по формуле $M_1 = Rc - qc^2/2$, где опорная реакция балки $R = Q$, значение c вычисляется по эмпирической формуле $c = M_{\max}/Q_{\max}$. Указанное значение c в балках с равномерно распределенной нагрузкой также хорошо соответствует опытным результатам Ю.Л. Изотова [6].

При наличии нагрузки в виде одной сосредоточенной силы значение c принимается равным меньшему расстоянию от опоры до этой силы (со стороны большей поперечной силы) [6].

При наличии трех сосредоточенных сил значение c принимается равным расстоянию от опоры до первого сосредоточенного груза в проекции на ось элемента, но не менее рабочей высоты сечения элемента h_0 . При наличии четырех и более сосредоточенных нагрузок значение c принимается аналогично случаю равномерно распределенной нагрузки.

Условный предел текучести арматурной стали $\sigma_{0,2}$ (см. рис. 3) используется для расчетов предварительно напряженных элементов. Для расчета элементов без предварительного напряжения продольной арматуры применяется физический предел текучести арматурной стали σ_y . При этом на горизонтальной оси (см. рис. 4) значения $\sigma_{sp(2)} - \alpha\sigma_{b1}$, а также $\sigma_{sp(2)}$ отсутствуют (равны нулю), и график начинается с точки пересечения осей σ_s и M .

Напряжение в продольной арматуре σ_{s1} в нормальном сечении с трещиной в стадии развития критической наклонной трещины (см. рис. 4) находится заменой в (1) условного предела текучести $\sigma_{0,2}$ (или физического предела текучести σ_y) на соответствующее расчетное сопротивление R_s . Тогда

$$\sigma_{s1} = R_s \left[1 - \frac{R_s - (\sigma_{sp(2)} + 30)}{R_s} \frac{M_{ult} - Qc}{M_{ult} - M_{crc}} \right]. \quad (2)$$

Поперечная сила при развитии критической наклонной трещины Q определяется из эпюры касательных напряжений τ_{xy} в бетоне над нормальной трещиной, принимаемой в виде квадратной параболы (см. рис. 1). Согласно критерию прочности бетона при плоском напряженном состоянии (см. рис. 4, б в части 1 статьи) в вершине критической наклонной трещины, в зависимости от нормальных напряжений σ_x , касательные напряжения $\tau_{xy} = kR_{bt}$. Тогда

$$Q = \int_0^{x_0} \tau_{xy} b dx = \frac{2}{3} \tau_{xy} b x_0 = \frac{2}{3} kR_{bt} b \xi_0 h_0, \quad (3)$$

где x_0 – высота сжатой зоны бетона в нормальном сечении, проходящем через вершину наклонной трещины;

$$\xi_0 = \frac{x_0}{h_0} – \text{относительная высота сжатой зоны бетона.}$$

Подставляя полученное значение Q в выражение (2) и обозначая

$$\alpha = \frac{2}{3} R_{bt} b h_0 c; \beta = 1 - \frac{\sigma_{sp(2)} + 30}{R_s}; \delta = M_{ult} - M_{crc},$$

получим

$$\sigma_{s1} = R_s \left(1 - \beta \frac{M - \alpha k \xi_0}{\delta} \right). \quad (4)$$

Напряжение в продольной арматуре в этом же нормальном сечении в предельном состоянии по прочности наклонного сечения также определяем из диаграммы $\sigma_s - M$

$$\sigma_{s2} = R_s \left(1 - \beta \frac{M_{ult} - M_2}{\delta} \right), \quad (5)$$

где $M_2 = Qc$ – изгибающий момент в нормальном сечении в предельном состоянии по прочности наклонного сечения.

2. Расчет изгибаемых железобетонных элементов прямоугольного профиля в стадии развития наклонных трещин. В стадии развития критической наклонной трещины необходимо определить высоту сжатой зоны бетона над нормальной трещиной $x_0 = \xi_0 h_0$ (в сечении под грузом), напряжение в арматуре σ_{s1} и бетоне σ_b в нормальном сечении, а также поперечную силу Q . Указанные величины получим из совместного решения четырех уравнений: (3), (4), а также уравнений равновесия изгибающих моментов и продольных сил в нормальном сечении:

$$\Sigma M = 0; \quad Qc = \omega \sigma_b b x_0 (h_0 - \gamma x_0) \pm \sigma'_{s1} A'_{sp} (h_0 - d'); \quad (6)$$

$$\Sigma N = 0; \quad \omega \sigma_b b x_0 \pm \sigma'_{s1} A'_{sp} = \sigma_{s1} A_{sp}, \quad (7)$$

где ω и γ – коэффициент полноты и коэффициент, определяющий положение центра тяжести эпюры напряжений сжатой зоны бетона над нормальной трещиной, расположенной под вершиной критической наклонной трещины – по линии действия нагрузки или вблизи нее (см. рис. 1).

Из совместного решения уравнений (6), (7) и (4) после их преобразований получим квадратное уравнение

$$\xi_0^2 + q_1 \xi_0 + P_1 = 0, \quad (8)$$

из которого

$$\xi_0 = -\frac{q_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{q_1}{2}\right)^2 - P_1}; \quad (9)$$

$$\text{здесь } q_1 = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\delta}{\beta R_s A_{sp} h_0} - 1 \right) + \frac{1}{\alpha K} \left[\frac{\delta}{\beta} (1 \mp \chi) - M_{ult} \right]; \quad (10)$$

$$P_1 = \frac{M_{ult} \beta - \delta \pm \frac{\alpha' \delta}{h_0}}{\gamma K \alpha \beta}; \quad (11)$$

$$\chi = \frac{\sigma'_{s1} A'_{sp}}{R_s A_{sp}}. \quad (12)$$

В формулах (6), (7), (10) и (11) верхние знаки принимаются, когда верхняя продольная арматура площадью A'_{sp} в стадии развития критической наклонной трещины окажется сжатой, нижние знаки – когда она растянута.

Напряжение в продольной напрягаемой арматуре, расположенной в сжатой зоне, принимается в зависимости от предельной сжимаемости бетона ε_{ub} и предварительного напряжения в ней

$$\sigma'_{s1} = k_1 \varepsilon_{ub} E'_s - \sigma'_{sp(2)}. \quad (13)$$

Из анализа опытных данных можно принять $k_1 = 0,6$ при относительных расстояниях от опоры до груза $\frac{c}{h_0} \leq 1,5$ и $k_1 = 1$ при $\frac{c}{h_0} \geq 3,5$. При промежуточных значениях $\frac{c}{h_0}$ коэффициент k_1 определяется интерполяцией. Напряжение в сжатом бетоне из уравнения (4.9) [7] определяется как

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{s1} A_{sp} \mp \sigma'_{s1} A'_{sp}}{\omega b x_0}. \quad (14)$$

3. Расчет прочности наклонных сечений по двухблочной расчетной схеме. При расчете прочности наклонных сечений, как отмечено выше, принимается двухблочная расчетная схема (см. рис. 2) с действующими усилиями: в бетоне верхнего блока (над вершиной критической наклонной трещины) – продольное N_{b1} , поперечное Q_{b1} ; в продольной арматуре в месте пересечения ее наклонным сечением – осевое N_s , поперечное Q_s ; в поперечной арматуре – осевое Q_{sw} ; продольная и поперечная составляющие сил зацепления T_3 , действующих в наклонном сечении – N_3 и Q_3 ; усилия в бетоне нижнего блока (под вершиной критической наклонной трещины) – продольное N_{b2} и поперечное Q_{b2} ; в поперечной арматуре Q_{sw} ; в продольной арматуре в нормальном сечении растянутой зоны – N_{s2} . При этом в расчетной схеме верхнего и нижнего блоков принято совместное действие усилий $N_{s3} = N_s - N_3$ и $Q_{s3} = Q_s + Q_3$, приложенных в месте пересечения продольной растянутой арматуры наклонной трещиной.

В стадии разрушения по наклонным сечениям необходимо определить:

- высоту сжатой зоны бетона над наклонной трещиной x (в сечении под грузом);
- длину горизонтальной проекции наклонной трещины c_0 ;
- разрушающую поперечную силу Q_p . При этом x_0 берется из стадии развития наклонных трещин, что подтверждено экспериментально. Значения x и c_0 определяем из совместного решения уравнений равновесия изгибающих моментов двух блоков: верхнего (относительно точки приложения опорной реакции – относительно точки A) и нижнего, относительно центра тяжести продольной арматуры в нормальном сечении под грузом (относительно точки O).

Тогда для верхнего блока из уравнения $\Sigma M_A = 0$ получим:

$$Q_{b1}c + Q_{s3}(c - c_0) + Q_{sw}(c - 0,5c_0) = N_{b1}z_{b1} \pm N'_{s1}(h_0 - a), \quad (15)$$

для нижнего блока из уравнения $\Sigma M_O = 0$ –

$$Q_{s3}c_0 + Q_{sw} \cdot 0,5c_0 = N_{b2}z_{b2}. \quad (16)$$

В балках без хомутов значение нагельной силы в продольной арматуре определяется из уравнения равновесия поперечных сил в нижнем блоке

$$Q_{s3} = Q_{b2} = \frac{2}{3}kR_{bt}b(x_0 - x) - 1,5R_{bt}b(x_0 - x). \quad (17)$$

Для сохранения единой методики расчета в балках с поперечной арматурой величину нагельного эффекта принимаем такой же, как и в балках без поперечной арматуры, т.е. $Q_{s3} = Q_{b2}$.

Подставляя значения $\sigma_{ux} = R_b$ и $\tau_{xy} = 2,2 R_{bt}$ в формулу (15), получим уравнение равновесия изгибающих моментов для верхнего блока, которое после преобразований имеет вид

$$\begin{aligned} 0,5R_bbx^2 - \left[R_bh_0 + 1,5R_{bt}\left(\frac{c}{2} - c_0\right) \right]bx + (q_{sw}c - 1,5R_{bt}bx_0) \times \\ \times c_0 - 0,5q_{sw}c_0^2 + 1,5R_{bt}bcx_0 \mp \sigma'_{s1}A'_{sp}(h_0 - a') = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Уравнение равновесия изгибающих моментов для нижнего блока относительно точки О окончательно записывается как

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}R_bx^2 - \left[0,5R_b\left(h_0 + \frac{1}{3}x_0\right) - 1,5R_{bt}c_0 \right]x + \\ + 0,5R_{bt}x_0\left(h_0 - \frac{1}{3}x_0\right) - \frac{q_{sw}c_0^2}{2b} - 1,5R_{bt}x_0c_0 = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Для определения значений x и c_0 необходимо выполнить совместное решение уравнений (18) и (19).

Для предварительно напряженных изгибаемых элементов без хомутов $q_{sw} = 0$ и из (18) и (19) получается квадратное уравнение для определения высоты сжатой зоны бетона над наклонной трещиной, из которого

$$x = \frac{q_4}{2} - \sqrt{\frac{q_4^2}{4} - P_4}, \quad (20)$$

где $q_4 = 3h_0 - x_0 + 4,5 \frac{R_{bt}}{R_b}c$; (21)

$$P_4 = \left(9 \frac{R_{bt}}{R_b}c - 3h_0 + x_0 \right)x_0 \mp \frac{6\sigma'_{s1}A'_{sp}(h_0 - a')}{R_b b}. \quad (22)$$

Длина горизонтальной проекции наклонной трещины c_0 , определенная из уравнения равновесия изгибающих моментов в нижнем блоке

$$c_0 = \frac{R_b\left(h_0 - \frac{1}{3}x_0 - \frac{2}{3}x\right)}{3R_{bt}}. \quad (23)$$

Поперечная сила в стадии разрушения по наклонному сечению определяется из уравнения равновесия моментов внешних и внутренних сил отно-

сительно центра тяжести продольной арматуры в нормальном сечении под грузом

$$Q_p = \frac{R_b b x (h_0 - 0,5x) + 0,5 R_b b (x_0 - x) \left(h_0 - \frac{1}{3} x_0 - \frac{2}{3} x \right) \pm \sigma_{c1} E_h (h_0 - a)}{c}. \quad (24)$$

Напрягаемая арматура в сжатой зоне бетона в стадии разрушения элемента по наклонному сечению вводится в уравнения (11) и (14) с напряжением, равным

$$\sigma'_{c1} = \varepsilon_{ub} E_s - \sigma_0. \quad (25)$$

Результаты и обсуждения. Результаты опытных и теоретических исследований прочности и трещиностойкости по наклонным сечениям по разработанному автором статьи методу приводятся на примере расчета предварительно напряженной изгибаемой железобетонной балки, испытанной Е. Звойером (США).

Опытная балка прямоугольного профиля марки S-5 без поперечной арматуры имеет сечение $15,2 \times 30,4$ см, $h_0 = 21$ см. Характеристики прочности бетона: $R_b = 43,8$ МПа; $R_{bt} = 3,00$ МПа. Начальный модуль упругости бетона $E_b = 4 \cdot 10^4$ МПа. Напрягаемая арматура $A_{sp} = 2,84$ см 2 ($15 \otimes 4,9$); характеристики прочности арматуры: $\sigma_{0,2} = 1462,2$ МПа; $\sigma_{sp(2)} = 726,9$ МПа; $E_s = 2,109 \cdot 10^5$ МПа. Расстояние от оси опоры до оси приложенной нагрузки $c = 92$ см. Опытная разрушающая поперечная сила $Q_p^{\text{оп}} = 70,2$ кН.

Решение. Расчет прочности изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям по предлагаемому методу выполняется в комплексе со следующими расчетами, предписываемыми действующими нормативными документами:

а) расчет прочности изгибаемой железобетонной балки по нормальным сечениям. Высота сжатой зоны бетона в нормальном сечении для определения M_p

$$x = \frac{R_s A_{sp}}{R_b b} = 6,24 \text{ см.}$$

$$\text{Относительная высота сжатой зоны бетона } \xi = \frac{x}{h_0} = 0,297.$$

Относительная граничная высота сжатой зоны бетона ξ_R определяется по формуле

$$\xi_R = 0,8 / 1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}},$$

где $\varepsilon_{s,el}$ – относительная деформация в арматуре растянутой зоны, вызванная внешней нагрузкой, при достижении в этой арматуре напряжения, равного расчетному сопротивлению; для арматуры с условным пределом текучести

$$\varepsilon_{s,el} = \frac{R_s + 400 - \sigma_{sp(2)}}{E_s};$$

ε_{b2} – предельная относительная деформация сжатого бетона, принимаемая равной 0,0035.

При вышеописанных исходных данных получается $\varepsilon_{s,el} = 0,0054$; $\xi_R = 0,31$.

Если соблюдается условие $\xi < \xi_R$, $0,297 < 0,31$, то расчетное сопротивление напрягаемой арматуры R_s допускается умножать на коэффициент условия работы γ_{s3} , определяемый по формуле

$$\gamma_{s3} = 1,25 - 0,25 \frac{\xi}{\xi_R} = 1,25 - 0,25 \frac{0,297}{0,31} = 1,01 < 1,1.$$

Тогда высота сжатой зоны бетона в предельном состоянии по нормальному сечению с учетом коэффициента γ_{s3} равна

$$x = \frac{\gamma_{s3} R_s A_{sp}}{R_b b} = 6,3 \text{ см},$$

предельный момент

$$M_p = R_b b x (h_0 - 0,5x) = 74,868 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Поперечная сила в предельном состоянии по нормальным сечениям равна

$$Q_p = \frac{M_p}{c} = 81,378 \text{ кН}.$$

б) расчет по образованию нормальных к продольной оси балки трещин.

Характеристика приведенного сечения

$$A_{red} = bh + \alpha A_{sp} = 15,2 \cdot 30,4 + 5,27 \cdot 2,84 = 477 \text{ см}^2,$$

$$\text{где } \alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{2,109 \cdot 10^5}{4 \cdot 10^4} = 5,27; S_{red} = \frac{bh^2}{2} + \alpha A_{sp} a = 7164 \text{ см}^3;$$

$$y_0 = \frac{S_{red}}{A_{red}} = 15,02 \text{ см}; I_{red} = \frac{bh^3}{12} + bh \left(\frac{h}{2} - y_0 \right)^2 + \alpha A_{sp} (y_0 - a)^2 = 36\,074 \text{ см}^4;$$

$$W_{red} = \frac{I_{red}}{y_0} = 2402 \text{ см}^3; W_{pl} = \gamma W_{red} = 4203,5 \text{ см}^3;$$

$$N_{sp} = \sigma_{sp(2)} A_{sp} = 726,9 \text{ МПа} \cdot 2,84 \text{ см}^2 = 0,2064 \text{ МН};$$

$$e_{op} = y_0 - a = 5,62 \text{ см}; r = \varphi \frac{W_{red}}{A_{red}} = 4,03 \text{ см}.$$

Момент, соответствующий образованию трещин, нормальных к оси балки

$$M_{crc} = R_{bt} W_{pl} + N_{sp} (e_{op} + r) = 32,528 \text{ кН}\cdot\text{м} (\text{здесь } R_{bt} = 3,0 \text{ МПа}).$$

Поперечная сила при образовании нормальных к оси балки трещин

$$Q_{csc} = \frac{M_{csc}}{c} = \frac{32,528}{0,92} = 35,356 \text{ кН}.$$

в) расчет в стадии развития критической наклонной трещины. В этой стадии (когда трещина достигает сечения под грузом), необходимо определить:

- напряжение в продольной арматуре в сечении с нормальной трещиной σ_{s1} ;
- высоту сжатой зоны бетона над нормальной трещиной $x_0 = \xi_0 h_0$;
- напряжение в бетоне σ_b в нормальном сечении с трещиной;
- поперечную силу Q .

Указанные неизвестные находятся из решения уравнений (3), (4), (9) и (14). При этом принимается значение $\gamma = 0,4$; $k = 2,2$; $\sigma'_{sp(2)} = 0$ (в данном примере верхняя арматура отсутствует).

Определяем напряжение в арматуре σ_{s1} по формуле (4) при $R_s = 1462,2$ МПа и $M_p = 74,868$ кН·м

$$\sigma_{s1} = R_s \left(1 - \beta \frac{M_p - \alpha k \xi_0}{\delta} \right) = 1248,37 \text{ МПа}$$

(здесь $\alpha = \frac{2}{3} R_{bt} b h_0 c = 58,733$ кН·м; $\beta = 1 - \frac{\sigma'_{sp(2)} + 30}{\sigma_{0,2}} = 0,482$; $\delta = M_p - M_{crc} = 42,340$ кН·м),

то есть, так как $\sigma_{s1} < R_s$, при достижении наклонной трещиной сечения под нагрузкой напряжение в нижней продольной арматуре не достигает предельного значения.

Относительная высота сжатой зоны бетона ξ_0 в расчете σ_{s1} предварительно найдена по формуле (9),

где

$$q_1 = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\delta}{\beta R_{sp} A_{sp} h_0} - 1 \right) + \frac{1}{\alpha k} \left[\frac{\delta}{\beta} (1 + \chi) - M_p \right] = 0,018 + 0,1 = 0,12,$$

$$P_1 = \frac{M_p \beta - \delta + \frac{\chi a' \delta}{h_0}}{\gamma k \alpha \beta} = -0,28,$$

причем $\frac{\chi a' \delta}{h_0} = 0$, так как верхняя арматура отсутствует,

$$\text{тогда } \xi_0 = -\frac{q_1}{2} + \sqrt{\frac{q_1^2}{4} - P_1} = \frac{-0,12}{2} + \sqrt{\frac{0,12^2}{4} + 0,28} = 0,48.$$

Высота сжатой зоны бетона в стадии развития наклонной трещины равна

$$x_0 = \xi_0 h_0 = 0,48 \cdot 21 = 10,08 \text{ см.}$$

По формуле (14) определяем значение напряжений в бетоне σ_b

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{s1} A_{sp}}{\omega b x_0} = \frac{1248,36 \cdot 2,84}{\frac{2}{3} \cdot 15,2 \cdot 10,08} = 43,8 \text{ МПа.}$$

Поперечная сила в стадии развития критической наклонной трещины вычисляется по формуле (3)

$$Q = \frac{2}{3} k R_{bt} b \xi_0 h_0 = 67,415 \text{ кН.}$$

2) расчет исследуемой балки без хомутов в стадии разрушения по наклонным сечениям. Длина горизонтальной проекции наклонной трещины в стадии разрушения, согласно формуле (23):

$$c_0 = \frac{R_b \left(h_0 - \frac{1}{3} x_0 - \frac{2}{3} x \right)}{3 R_{bt}} = 84,29 \text{ см} \approx c - \frac{1}{3} h_0 = 92 - \frac{1}{3} \cdot 21 = 85 \text{ см.}$$

Следовательно, исследуемая балка в зоне действия поперечных сил в стадии развития наклонных трещин находится на границе между расчетными случаями для малых и больших длин зоны среза, и ее несущую способность по наклонным сечениям можно определять по любому из указанных случаев.

Принято, что балка относится к случаю больших длин зоны среза, тогда при достижении наклонной трещиной сечения под грузом напряжение в бетоне сжатой зоны над ней достигает предельных значений R_b .

Определяем высоту сжатой зоны бетона x над наклонной трещиной по формуле (22),

$$\text{где } q_4 = 4,5 \frac{R_{bt}}{R_b} c + 3h_0 - x_0 = 81,3 \text{ см;}$$

$$P_4 = \left(9 \frac{R_{bt}}{R_b} c - 3h_0 + x_0 \right) x_0 - \frac{6\sigma'_{p1} A'_{sp} (h_0 - a')}{R_b b} = 38,23 \text{ см}^2;$$

$$\text{тогда } x = \frac{q_4}{2} - \sqrt{\frac{q_4^2}{4} - P_4} = 0,48 \text{ см.}$$

Разрушающую поперечную силу по наклонному сечению определяем по формуле (24) как для больших длин зоны среза

$$Q_P^T = \frac{R_b b x (h_0 - 0,5x) + 0,5 R_b b (x_0 - x) \left(h_0 - \frac{1}{3} x_0 - \frac{2}{3} x \right) - \sigma'_{p1} A'_{sp} (h_0 - a')}{c} = \\ = 67,5 \text{ кН} = 0,96 Q_p^{\text{оп}} (Q_p^{\text{оп}} = 70,2 \text{ кН}).$$

В таблице приведены статистики расчетных методик по балкам, испытанным автором статьи в лаборатории теории железобетона НИИЖБа, подробные данные по конструктивным решениям и результатам испытаний которых приведены в [7].

Балки, представленные в таблице, имеют разные предварительные напряжения продольной арматуры (серия 1 – сильное, 2 и 4 – среднее, серия 3 – балки без преднапряжения продольной арматуры). Балки серии 2 и 4 отличались различными значениями длины зоны среза (три значения). При этом балки серии 3 также имели различные значения длины зоны среза. Поперечное армирование балок всех серий одинаковое. Как видно из таблицы, все предварительно напряженные балки, а также балки без предварительного

Средние значения статистики приведенных методик расчета прочности по наклонным сечениям изгибаемых железобетонных балок

The average values of the statistics of the above methods for calculating the strength of inclined sections of bent reinforced concrete beams

№ серий испытаний	Предварительное напряжение в продольной арматуре	Количество опытов	Статистики		
			$\frac{Q_p^{\text{оп}}}{Q_p^{\text{т}}}$	Средние отклонения	Средние квадратичные отклонения
1	Сильное $\sigma_{\text{cr}} = 0,833\sigma_{0,2}$	6	0,96	0,976	$\frac{0,11}{0,7}$
			1,84		
2 и 4	Среднее $\sigma_{\text{cr}} = 0,545\sigma_{0,2}$	12	0,99	1,695	$\frac{0,7}{0,7}$
			2,015		
3	Без предварительного напряжения	6	0,979		
			1,23		

Причание. В числителе приводятся значения, полученные по предлагаемой методике расчета, в знаменателе – по нормам.

напряжения имеют сходимость опытных и расчетных данных прочности по наклонным сечениям по предлагаемому методу значительно выше в сравнении с результатами, полученными по нормативным документам.

Выводы. 1. Разработанная автором статьи диаграмма зависимости напряжений в продольной арматуре σ_s от изгибающего момента M по сечению с трещиной, используемая в приведенных выше расчетах, дает хорошие результаты для напряжений в арматуре по сечению с трещиной при любых значениях изгибающих моментов.

2. Предложенная теория расчета прочности изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям учитывает совместное действие изгибающих моментов и поперечных сил при действии нагрузки, а также последовательный переход от образования нормальных трещин к образованию и развитию наклонных трещин вплоть до разрушения элементов. Представленный метод расчета отражает действительное напряженно-деформированное состояние элементов с начала их загружения и до полного разрушения, что обеспечивает высокую сходимость опытных и расчетных результатов, повышает экономическую эффективность, долговечность и надежность конструкций в процессе строительства и эксплуатации.

Список источников

1. Николаев Ю.К. Исследование трещиностойкости предварительно напряженных железобетонных конструкций при действии поперечных сил: Автореф. дис. канд. техн. наук. М., 1965. С. 22.
2. Краснощеков Ю.В., Красотина Л.В. О расчете прочности железобетонных элементов по наклонным сечениям // Промышленное и гражданское строительство. 2020. № 6. С. 17–25.
3. Гвоздев А.А., Залесов А.С. К расчету прочности наклонных сечений железобетонных элементов // Бетон и железобетон. 1981. № 11. С. 38–39.
4. Залесов А.С., Ильин О.Ф., Титов И.А. Напряженное состояние перед разрушением // Новое о прочности железобетона / под ред. К.В. Михайлова. М.: Стройиздат, 1977. С. 76–93.

5. Морозов А.Н. К теории прочности железобетонных элементов по наклонным сечениям // Промышленное и гражданское строительство. 2018. № 2. С. 53–59.
6. Гончаров Т.Г., Лапшин Н.Г., Михайлец С.М., Новак В.В., Рогинский М.З., Изотов Ю.Л. Надежность железобетонных конструкций сельскохозяйственных зданий и сооружений. Киев: Будівельник, 1975. 97 с.
7. Старишко И.Н. Факторы, определяющие несущую способность предварительно напряженных изгибаемых железобетонных элементов на припорных участках: Дис. ... канд. техн. наук. М., 1985. 245 с.

References

1. Nikolaev Yu.K. Investigation of crack resistance of prestressed reinforced concrete structures under the action of transverse forces: Abstract ... PhD. Moscow, 1965. 22 p. (In Russ.).
2. Krasnoshchekov Yu.V., Krasotina L.V. On calculating the strength of reinforced concrete elements along inclined sections. *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo = Industrial and civil construction*. 2020; (6): 17–25. (In Russ.).
3. Gvozdev A.A., Zalesov A.S. To the calculation of the strength of inclined sections of reinforced concrete elements. *Beton i zhelezobeton = Concrete and reinforced concrete*. 1981; (11): 38–39. (In Russ.).
4. Zalesov A.S., Ilyin O.F., Titov I.A. Tense state before destruction. New about the strength of reinforced concrete / ed. by K.V. Mikhailov. Moscow: Stroyizdat, 1977. P. 76–93. (In Russ.).
5. Morozov A.N. To the theory of strength of reinforced concrete elements in inclined sections. *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo = Industrial and civil construction*. 2018; (2): 53–59. (In Russ.).
6. Goncharov T.G., Lapshin N.G., Mikhalets S.M., Novak V.V., Roginskiy M.Z., Izotov Yu.L. Reliability of reinforced concrete structures of agricultural buildings and structures. Kiyev, 1975. 97 p. (In Russ.).
7. Starishko I.N. Factors determining the bearing capacity of prestressed bent reinforced concrete elements on the supporting sections: Diss. ... PhD. Moscow, 1985. 245 p. (In Russ.).

Информация об авторе

И.Н. Старишко – кандидат технических наук, доцент, starishkoi@mail.ru

Information about the author

I.N. Starishko – PhD, Ass. Professor, starishkoi@mail.ru

Статья поступила в редакцию 20.08.2022

Одобрена после рецензирования 20.09.2022

Принята к публикации 27.09.2022

The article was submitted 20.08.2022

Approved after reviewing 20.09.2022

Accepted for publication 27.09.2022