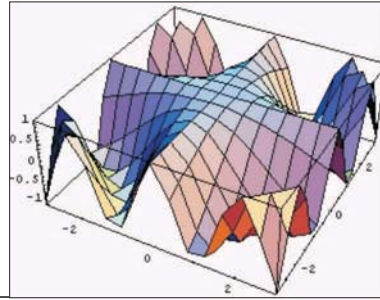


ТЕОРИЯ СООРУЖЕНИЙ



УДК 624.042

М.С. ВЕШКИН, Г.И. ГРЕБЕНЮК

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КОМПЛЕКСНОЙ МОДЕЛИ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ В РАСЧЕТАХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ НА ИМПУЛЬСНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

Проведен анализ основных подходов к построению моделей учета внутреннего трения в материалах при расчетах на динамические воздействия. Отмечаются достоинства и недостатки подходов, базирующихся на гипотезе вязкого трения Фойгта и комплексной модели внутреннего трения. В качестве основного объекта исследования принята комплексная модель внутреннего трения. Детально рассмотрена процедура реализации алгоритма динамического расчета линейно-упругих стержневых систем с конечным числом степеней свободы с использованием комплексной модели Е.С. Сорокина для учета внутреннего трения в материале. Обсуждаются особенности реализации алгоритма расчета при действии мгновенного, протяженного и периодического импульсов. Проводится тестирование эффективности и достоверности используемой комплексной модели с использованием результатов выполненного эксперимента при нагружении однопролетной стальной балки с консолью мгновенным (ударным) импульсом. С использованием комплексной модели внутреннего трения выявлены особенности свободных колебаний деформируемой стержневой системы при действии импульсов различной протяженности.

К л ю ч е в ы е с л о в а: стержневая система, внутреннее трение, комплексная модель, импульсные нагрузки, эксперимент, тестирование.

DOI 10.32683/0536-1052-2019-725-5-5-17

Введение. Как отмечается во множестве работ [1–3 и др.], импульсные нагрузки являются одним из наиболее опасных видов динамического нагружения конструктивных систем, в том числе и стержневых. При этом от точности выполняемых расчетов зависят не только заключения о прочности, жесткости и устойчивости систем, но и трудоемкость выполняемых вычислительных процедур. Это в первую очередь относится к задачам оптимизации динамически нагруженных систем, где скорость и точность определения усилий, перемещений и динамических характеристик систем (параметров НДС) и прежде всего – частот колебаний во многом определяет скорость сходимости процессов оптимизации [4, 5]. Здесь необходимо отметить, что именно точность определения значений параметров НДС и динамических характери-

© Вешкин М.С., Гребенюк Г.И., 2019

стик важна при решении задач оптимизации динамически нагруженных систем. Например, погрешности в определении собственных частот колебаний могут привести к возможному резонансу, в частности, при действии периодических импульсных нагрузок. Эти погрешности могут быть обусловлены неучетом демпфирования, в частности, вызванного внутренним трением в материале. Поэтому выбор рациональной модели внутреннего трения в материалах особенно при решении задач оптимизации динамически нагруженных систем по-прежнему является актуальной задачей.

К настоящему времени многочисленны работы, посвященные построению рациональных моделей учета внутреннего трения, можно разделить на два направления [6]:

– направление, базирующееся на гипотезе «вязкого» трения Фойгта и ее модификациях [7–10 и др.];

– направление, основанное на использовании комплексной модели Е.С. Сорокина для учета внутреннего трения в материалах [11].

Модели, основанные на гипотезе Фойгта, предполагают пропорциональную зависимость сил демпфирования от скоростей движения (деформирования) в материале. К достоинствам этих моделей относится ясная физическая трактовка, разработанная методика формирования матрицы (или коэффициентов) демпфирования и последующего совместного или раздельного решения уравнений состояния. При этом учет пропорционального демпфирования проводится либо в целом для матрицы демпфирования путем определения коэффициентов Рэлея, либо путем определения коэффициентов демпфирования по каждой из собственных форм, из которых складывается общее решение [12]. К недостаткам моделей вязкого трения относятся их частотная зависимость (что не подтверждается экспериментом), а также трудности, связанные с определением коэффициентов пропорционального демпфирования.

Модели, основанные на идее Е.С. Сорокина, предполагают линейную комплексную зависимость сил внутреннего трения от перемещений (деформаций) в материале элементов системы. Достоинством алгоритмов численных расчетов, использующих комплексную модель внутреннего трения, является их малая трудоемкость. Недостатком является необходимость обоснованного определения обобщенных (эквивалентных) коэффициентов внутреннего трения в случае разнородных материалов элементов.

Основные задачи, поставленные в данной статье:

– детализация алгоритма расчета диссипативной стержневой системы с использованием комплексной модели внутреннего трения;

– проведение тестовых расчетов стержневой системы с помощью исследовательского программного модуля DINAM, при разработке которого использована комплексная модель внутреннего трения;

– сравнение результатов численных расчетов с результатами ранее проведенного эксперимента, позволяющее оценить достоверность и эффективность комплексной модели внутреннего трения.

1. Детализация алгоритма расчета диссипативной стержневой системы при импульсном воздействии с использованием комплексной модели внутреннего трения. Алгоритмы расчета конструктивных систем на импульсные воздействия (с позиции оценки демпфирующего влияния внут-

ренного трения в материалах) в значительной степени зависят от вида импульсного воздействия [5]. В случае очень короткого, практически мгновенного одиночного ударного импульса система не успевает продеформироваться за время передачи импульса, и расчет сводится к анализу свободных колебаний системы после передачи импульса при нулевых начальных условиях. При протяженности импульса, превышающей периоды собственных колебаний в низкочастотной области спектра, алгоритм расчета включает два этапа: этап расчета на заданное во времени импульсное воздействие и этап расчета на свободные колебания при начальных условиях, определенных в конце первого этапа. Наконец, алгоритмы расчета при действии периодических импульсов в циклах включают оба упомянутых этапа. Как следует из вышеизложенного, во всех случаях импульсного воздействия алгоритм включает этап свободных колебаний системы, особо важный при действии периодических импульсных нагрузок. Поэтому далее рассматривается реализация комплексной модели внутреннего трения в расчете на свободные колебания с известными начальными условиями движения.

Согласно модели внутреннего трения, предложенной Е.С. Сорокиным, деформируемая система на микроуровне представляется неоднородным упругопластическим телом, для которого получена [11] следующая взаимосвязь напряжений–деформаций в комплексной форме:

$$\sigma^*(t) = E_0(u + iv)\varepsilon^*(t), \quad (1)$$

где $\sigma^*(t) = \sigma_{\text{Re}}(t) + i\sigma_{\text{Im}}(t)$ и $\varepsilon^*(t) = \varepsilon_{\text{Re}}(t) + i\varepsilon_{\text{Im}}(t)$ – напряжения и деформации, соответственно представленные в комплексном виде;

E_0 – модуль упругости;

u и v – параметры, зависящие от коэффициента внутреннего трения γ :

$$u = \frac{1 - \frac{\gamma^2}{4}}{1 + \frac{\gamma^2}{4}}, \quad v = \frac{\gamma}{1 + \frac{\gamma^2}{4}}. \quad (2)$$

Мнимая единица в (1) математически означает отставание σ^* от ε^* по времени на четверть периода. С учетом (1) система уравнений свободных колебаний в компактной матричной форме принимает следующий вид:

$$[m] \times [\ddot{Z}^*] + (u + iv)[k][Z^*] = 0, \quad (3)$$

где $[m]$ – матрица масс;

$[k]$ – матрица внешней жесткости;

$[Z^*]$ – комплексный вектор перемещений узлов;

i – мнимая единица.

Для поиска решения матричного уравнения (3) применяем подстановку в виде:

$$[Z^*] = \sum_{i=1}^n C_i e^{\Omega_i^* t} [Z^{f*(i)}], \quad (4)$$

где

$$[Z^{f*(i)}] = [Z_{\text{Re}}^{f(i)}] + i[Z_{\text{Im}}^{f(i)}] - \quad (5)$$

вектор i -й комплексной собственной формы колебаний;

C_i – константа;

$\Omega_i^* = \Omega_{\text{Re}}^{(i)} + i\Omega_{\text{Im}}^{(i)}$ – комплексная собственная частота, соответствующая рассматриваемой форме собственных колебаний.

Так как
$$[\ddot{Z}^*] = \sum_{i=1}^n C_i (\Omega_i^*)^2 e^{\Omega_i^* t} [Z^{f* (i)}], \quad (6)$$

то после подстановки (4)–(6) в (3), обозначив $[Z^{f* (i)}] = [Z^{f*}]$, $C_i = C$, $\Omega_i^* = \Omega^*$ и сократив на $Ce^{\Omega^* t}$, получим

$$(\Omega^*)^2 [m] \times [Z^{f*}] + (u + iv)[k] \times [Z^{f*}] = 0. \quad (7)$$

Выполним для удобства замену:

$$(\Omega^*)^2 = -(p^*)^2, \quad \text{т.е. } \Omega^* = \pm ip^*, \quad (8)$$

тогда уравнение (7) принимает вид

$$-(p^*)^2 [m] \times [Z^{f*}] + (u + iv)[k] \times [Z^{f*}] = 0. \quad (9)$$

Так как $p^* = p_{\text{Re}} + ip_{\text{Im}}$, то

$$(p^*)^2 = p_{\text{Re}}^2 - p_{\text{Im}}^2 + 2ip_{\text{Re}}p_{\text{Im}}. \quad (10)$$

Подставляя (5) и (10) в (9), получим

$$\begin{aligned} & -(p_{\text{Re}}^2 - p_{\text{Im}}^2 + 2ip_{\text{Re}}p_{\text{Im}})[m] \times [[Z_{\text{Re}}^f] + i[Z_{\text{Im}}^f]] + \\ & + (u + iv)[k] \times [[Z_{\text{Re}}^f] + i[Z_{\text{Im}}^f]] = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Раскрыв скобки и разделив слагаемые на действительные и мнимые, приходим к системе уравнений, включающей две подсистемы:

$$\begin{cases} [A] \times [Z_{\text{Re}}^f] - [B] \times [Z_{\text{Im}}^f] = 0; \\ [B] \times [Z_{\text{Re}}^f] + [A] \times [Z_{\text{Im}}^f] = 0, \end{cases} \quad (12)$$

где $[A] = [(p_{\text{Re}}^2 - p_{\text{Im}}^2)[m] - u[k]]$, $[B] = [(2p_{\text{Re}}p_{\text{Im}})[m] - v[k]]$. (13)

Преобразуя систему (12), покажем, что $[Z_{\text{Re}}^f] = \alpha [Z_{\text{Im}}^f]$, где α – произвольный коэффициент. Для этого выразим $[Z_{\text{Re}}^f]$ в обеих подсистемах (12) через $[Z_{\text{Im}}^f]$:

$$\begin{cases} [Z_{\text{Re}}^f] = [A]^{-1} \times [B] \times [Z_{\text{Im}}^f]; \\ [Z_{\text{Re}}^f] = [B]^{-1} \times [A] \times [Z_{\text{Im}}^f]. \end{cases} \quad (14)$$

Вычтем из верхней подсистемы (14) нижнюю:

$$[[A]^{-1} \times [B] + [B]^{-1} \times [A]] \times [Z_{\text{Im}}^f] = 0. \quad (15)$$

Прделаем то же самое, выражая в (12) $[Z_{\text{Im}}^f]$ через $[Z_{\text{Re}}^f]$ и вычитая полученные подсистемы:

$$[[A]^{-1} \times [B] + [B]^{-1} \times [A]] \times [Z_{\text{Re}}^f] = 0. \quad (16)$$

В (15) и (16) матрицы при неизвестных идентичны, и, следовательно, векторы действительных $[Z_{\text{Re}}^f]$ и мнимых $[Z_{\text{Im}}^f]$ компонентов формы свободных колебаний пропорциональны

$$[Z_{\text{Re}}^f] = \alpha [Z_{\text{Im}}^f], \quad (17)$$

С учетом (17) подсистемы в (12) принимают вид:

$$\begin{cases} [A] \times [Z_{\text{Re}}^f] - \alpha [B] \times [Z_{\text{Re}}^f] = 0 \text{ (а);} \\ [B] \times [Z_{\text{Re}}^f] + \alpha [A] \times [Z_{\text{Re}}^f] = 0 \text{ (б).} \end{cases} \quad (18)$$

Преобразуем (18) следующим образом. Умножим подсистему (б) на α и сложим полученный результат с (а), затем наоборот умножим (а) на α и вычтем полученный результат из (б):

$$\begin{cases} (1 + \alpha^2) [A] \times [Z_{\text{Re}}^f] = 0; \\ (1 + \alpha^2) [B] \times [Z_{\text{Re}}^f] = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Сократив в выражениях (19) на $(1 + \alpha^2)$, получим:

$$\begin{cases} [A] \times [Z_{\text{Re}}^f] = 0; \\ [B] \times [Z_{\text{Re}}^f] = 0. \end{cases} \quad (20)$$

С учетом (13) система (20) запишется в виде:

$$\begin{cases} [(p_{\text{Re}}^2 - p_{\text{Im}}^2) [m] - u [k]] \times [Z_{\text{Re}}^f] = 0; \\ [(2p_{\text{Re}} p_{\text{Im}}) [m] - v [k]] \times [Z_{\text{Re}}^f] = 0. \end{cases} \quad (21)$$

Обозначив $(p_{\text{Re}}^2 - p_{\text{Im}}^2) = \lambda_u$, $(2p_{\text{Re}} p_{\text{Im}}) = \lambda_v$ (22)

и поделив в (21) подсистемы соответственно на u и v , получим:

$$\begin{cases} \left[\frac{\lambda_u}{u} [m] - [k] \right] \times [Z_{\text{Re}}^{f*}] = 0; \\ \left[\frac{\lambda_v}{v} [m] - [k] \right] \times [Z_{\text{Re}}^{f*}] = 0. \end{cases} \quad (23)$$

Уравнения (23) идентичны уравнениям собственных колебаний без учета внутреннего трения $[\lambda [m] - [k]] \times [Z^f] = 0$, а

$$\frac{\lambda_u}{u} = \frac{\lambda_v}{v} = \lambda, \quad (24)$$

где λ – собственные числа частотного уравнения без учета трения

$$\text{Det}(\lambda [m] - [k]) = 0, \quad (25)$$

а Z^f – соответствующие им векторы форм собственных колебаний.

Таким образом, по модели Е.С. Сорокина при получении решения для свободных колебаний с учетом внутреннего трения имеется возможность использовать результаты расчета на собственные колебания без учета трения.

Подставляя (24) в (22), получим

$$(p_{\text{Re}}^2 - p_{\text{Im}}^2) = \lambda u; \quad (2p_{\text{Re}}p_{\text{Im}}) = \lambda v. \quad (26)$$

Из выражений (26) следует:

$$p_{\text{Re}}^4 - \lambda u p_{\text{Re}}^2 - \frac{\lambda^2 v^2}{4} = 0; \quad p_{\text{Im}} = \frac{\lambda v}{2p_{\text{Re}}}; \quad (27)$$

$$p_{\text{Re}} = \pm \sqrt{\frac{\lambda(u \pm \sqrt{u^2 + v^2})}{2}}. \quad (28)$$

Так как $u - \sqrt{u^2 + v^2} < 0$, а отрицательное значение p_{Re} соответствует росту амплитуд во времени и не имеет физического смысла, выбираем положительный корень (28) и после преобразований [11] приходим к соотношениям:

$$p_{\text{Re}} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{4}}} = \frac{\omega}{\sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{4}}} = \frac{2\omega}{\sqrt{4 + \gamma^2}}; \quad (29)$$

$$p_{\text{Im}} = \frac{\sqrt{\lambda}\gamma}{2\sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{4}}} = \frac{\omega\gamma}{2\sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{4}}} = \frac{\omega\gamma}{\sqrt{4 + \gamma^2}},$$

где ω – частота собственных колебаний системы (без учета трения).

Действительная часть общего решения (3), учитывая тождество Эйлера, после всех упрощений записывается в виде:

$$[Z_{\text{Re}}] = \sum_{i=1}^n \left[[Z_{\text{Re}}^{f(i)}] e^{-p_{\text{Im}}^{(i)} t} (C^{(i)} \cos(p_{\text{Re}}^{(i)} t) - C^{(i)} \alpha^{(i)} \sin(p_{\text{Re}}^{(i)} t)) \right]. \quad (30)$$

Учитывая (29) и обозначив $C_1^{(i)} = C^{(i)}$, $C_2^{(i)} = -C^{(i)} \alpha^{(i)}$, $Z = Z_{\text{Re}}$, $[Z^f] = [Z_{\text{Re}}^f]$ получим окончательно

$$[Z] = \sum_{i=1}^n \left[[Z^{f(i)}] e^{-\left(\frac{\omega_i \gamma t}{\sqrt{4 + \gamma^2}}\right)} \left(C_1^{(i)} \cos\left(\frac{2\omega_i t}{\sqrt{4 + \gamma^2}}\right) + C_2^{(i)} \sin\left(\frac{2\omega_i t}{\sqrt{4 + \gamma^2}}\right) \right) \right]. \quad (31)$$

Константы $C_1^{(i)}$, $C_2^{(i)}$, входящие в выражение (31), определяются из начальных условий движения.

2. Сравнительный анализ результатов эксперимента и теоретических расчетов. Для оценки эффективности и достоверности рассмотренной моде-

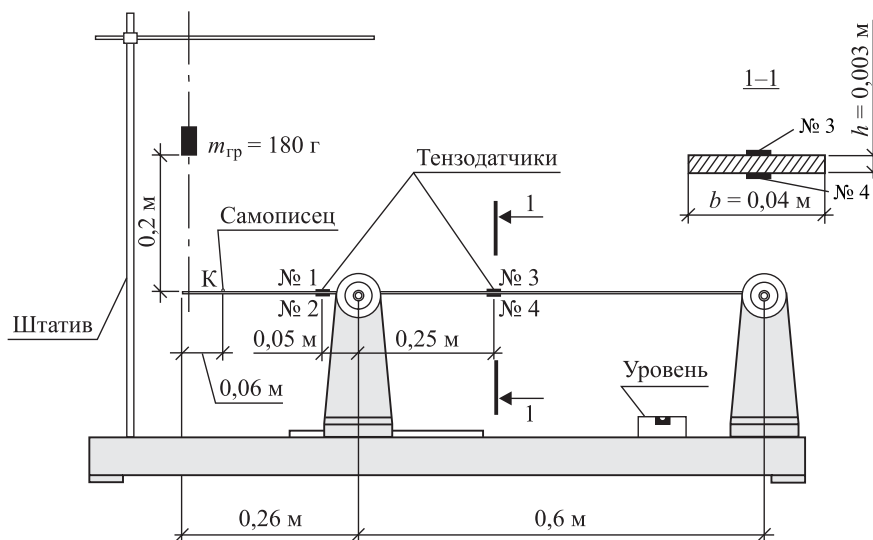


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

ли внутреннего трения проведено сравнение результатов тестовых расчетов с результатами ранее выполненного эксперимента для стальной однопролетной балки с консолью [13]. Схема экспериментальной установки показана на рис. 1.

Ударный импульс (в расчетах рассматривался как мгновенный) передавался на балку от груза $p = 0,0018$ кН, который сбрасывался с высоты 0,2 м. После соударения обеспечивалось совместное движение груза и балки в процессе свободных колебаний. Напряжения в крайних волокнах двух сечений (на схеме сечения показаны места установки тензодатчиков № 1, 2, 3, 4) измерялись с помощью тензосистемы «Динамика-1», разработанной в СибНИИА, г. Новосибирск.

Тестовые расчеты балки на заданную импульсную нагрузку проводились с использованием авторского программного модуля DINAM без учета и с учетом внутреннего трения в материале балки согласно рассмотренной комплексной модели. Результаты эксперимента и численных расчетов представлены на рис. 2, 3. Графики зависимости напряжений в крайних волокнах сечений в местах постановки тензодатчиков по результатам эксперимента совмещены с аналогичными графиками, полученными расчетом. На рис. 2 представлены результаты расчетов без учета внутреннего трения, а на рис. 3 – с учетом внутреннего трения. На всех рисунках более крупно выделен фрагмент, соответствующий одному периоду колебаний самого низкого тона после начала движения.

Анализируя графики на рис. 2, можно отметить, что уже на первом полупериоде, соответствующем первой частоте собственных колебаний (ω_1), наблюдается существенное расхождение экспериментальных данных с расчетом. Расхождение обусловлено тем, что высокочастотные составляющие (как все и остальные) при расчете без учета трения являются незатухающими. При этом их вклад в амплитудные значения напряжений составляет порядка 30%. В реальности (эксперимент) высокочастотные составляющие колебаний быстро затухают за счет сил трения уже в первом полупериоде, соответст-

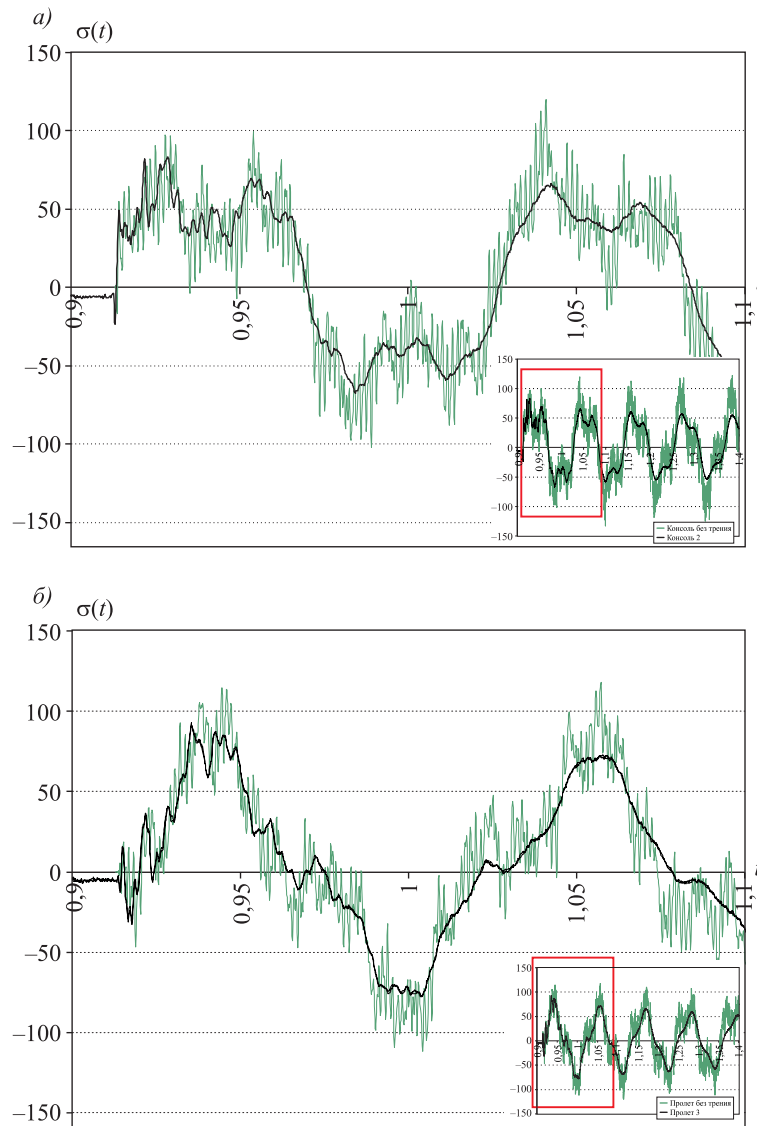


Рис. 2. Графики напряжений в крайнем волокне, полученные из эксперимента (черный цвет) и по результатам расчета без учета трения (зеленый цвет)

a – см. рис. 1, датчик № 1; b – см. рис. 1, датчик № 3

вующем ω_1 , и не оказывают существенного влияния в дальнейшем на развитие процесса колебаний.

Отсутствие затухания колебаний в расчете влечет за собой еще один неприятный эффект: существенное влияние на результаты расчета оказывают длительность импульса (при его неизменной мощности) и количество учитываемых в расчете собственных частот (n_ω) и форм при разложении решения по собственным формам колебаний. Это обусловлено тем, что чем меньше длительность импульса, тем выше амплитуды высокочастотных составляющих свободных колебаний. Вклад высокочастотных составляющих колебаний в амплитуды напряжений с увеличением количества учитываемых в расчете собственных частот и форм колебаний становится больше.

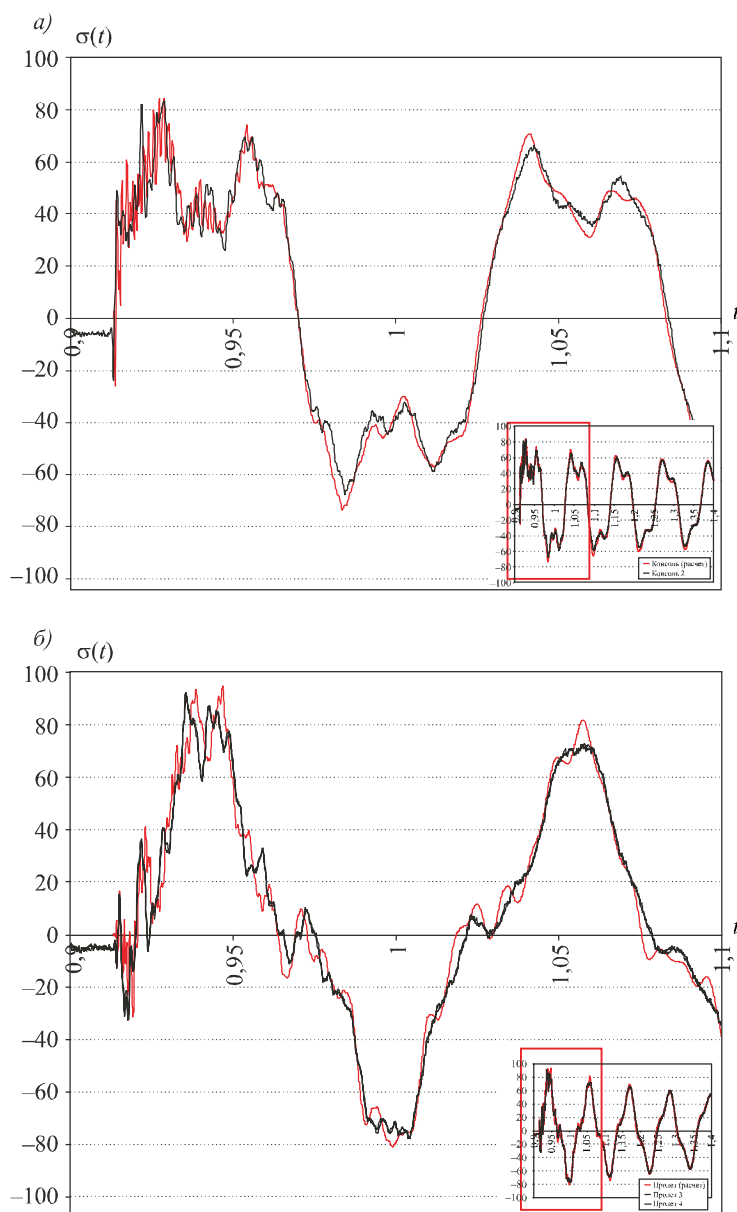


Рис. 3. Графики напряжений в крайнем волокне, полученные из эксперимента (черный цвет) и по результатам расчета с учетом трения (красный цвет)

a – см. рис. 1, датчик № 1; *б* – см. рис. 1, датчик № 3

Высокочастотные составляющие колебаний дают существенные всплески амплитуд напряжений в крайних волокнах в силу большей кривизны, присущей высокочастотным формам собственных колебаний. Поэтому с увеличением числа n_{ω} увеличивается амплитуда максимальных всплесков напряжений, полученных из расчета.

Как показали расчеты, вклад компонента свободных колебаний, соответствующего некоторой собственной частоте, может стать существенным в случае, если длительность импульса не превышает периода колебаний на

этой частоте. Поэтому увеличение n_{ω} вызывает нарастание вклада высоко-частотных составляющих до тех пор, пока периоды учитываемых собственных колебаний не становятся короче длительности импульса.

Анализ графиков, приведенных на рис. 2, свидетельствует о существенной разнице данных эксперимента и результатов расчета без учета внутреннего трения, что недопустимо не только при решении задач оптимизации, но и при проведении расчетов на прочность и жесткость.

Учет трения по модели Е.С. Сорокина дает существенно меньшие расхождения результатов расчета и эксперимента. Из рис. 3 видно, что хорошо согласуются не только амплитудные значения на графиках, но и свойства затухания на разных частотах.

В рамках эксперимента рассматривался образец из одного материала. Поэтому в расчете было принято осредненное значение коэффициента внутреннего трения для стали $\gamma = 0,02158$ из [14], которому соответствует логарифмический декремент затухания $\delta = 0,06869$. По данным эксперимента скорости затухания на второй и третьей частоте собственных колебаний отличаются от скоростей, полученных в расчете. Причем логарифмический декремент затухания на второй меньше, а на третьей – существенно больше, чем на первой частоте. Таким образом, результаты эксперимента свидетельствуют об отсутствии прямой пропорциональной зависимости между декрементом δ и частотой ω . Отличие декрементов затухания на разных частотах, предположительно, обусловлено неучтенным трением в шарнирных опорах, а также внутренним трением в проводах, соединяющих датчики, установленные на образце, с розетками тензосистемы.

В таблице приведены числовые данные по сравнению результатов расчета балки на импульсную нагрузку без учета и с учетом внутреннего трения по модели Е.С. Сорокина.

Как следует из приведенных в таблице данных, расчеты без учета внутреннего трения привели к расхождению с результатами экспериментов до 65 %. В то же время расчеты с учетом внутреннего трения позволили снизить это расхождение по максимальным напряжениям до 2,1 – 4,4 %. Использова-

Сравнение результатов эксперимента и расчетов

Параметр сравнения		Эксперимент	Расчет без учета трения	Расчет с учетом трения
Амплитуды напряжений в крайнем волокне сечения, расположенного в консольном свесе (датчики № 1, 2), МПа		83,4	137,7 (65,1 %)	81,7 (2,1 %)
Амплитуды напряжений в крайнем волокне сечения, расположенного в пролете (датчики № 3, 4), МПа		92,7	119,9 (29,4 %)	96,8 (4,4 %)
Логарифмические декременты затухания на частоте	1-й	0,065563	–	0,06869 (3,3 %)
	2-й	0,060493	–	0,06869 (10,8 %)
	3-й	0,083935	–	0,06869 (23,8 %)

Примечание. В скобках указано процентное расхождение с экспериментом.

ние рассматриваемой модели внутреннего трения в материале обеспечило независимость от частоты колебаний и хорошее соответствие результатов расчетов и эксперимента по отношению к логарифмическим декрементам затухания на разных частотах колебаний (расхождение от 3,3 % на первой до 23,8 % на третьей частоте).

Выводы. 1. Очевидно, что пренебрежение влиянием внутреннего трения в расчетах на импульсные нагрузки приводит к значительному расхождению (в рассмотренном случае до 65 %) результатов расчета с экспериментом. Поэтому учет трения в данном случае обязателен.

2. В отличие от расчетов без учета внутреннего трения, количество учитываемых частот колебаний при разложении решения по собственным формам и длительность импульса, близкая к периодам собственных колебаний на верхних частотах, не оказывают существенного влияния на амплитудные значения напряжений при использовании комплексной модели внутреннего трения.

3. Учет трения по модели Е.С. Сорокина дает достаточно эффективный и удобный в программной реализации алгоритм расчета на импульсную нагрузку и обеспечивает малую разницу между расчетными и экспериментальными данными. Это позволяет считать реализованную модель внутреннего трения вполне приемлемой в расчетах на импульсные воздействия.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Александров А.В., Потапов В.Д., Зылев В.Б. Строительная механика. Кн. 2. Динамика и устойчивость упругих систем. М.: Высш. шк., 2008. 384 с.
2. Клаф Ф., Пензиен Дж. Динамика сооружений. М.: Стройиздат, 1979. 319 с.
3. Справочник по динамике сооружений / под ред. Б.Г. Коренева, И.М. Рабиновича. М.: Стройиздат, 1972. 512 с.
4. Гребенюк Г.И., Роев В.И., Вешкин М.С. Оптимизация стержневых систем при действии импульсных нагрузок // Проблемы оптимального проектирования сооружений: докл. 4-го Всерос. семинара. Новосибирск: НГАСУ, 2002. С. 108–118.
5. Grebenyuk G., Veshkin M., Maksak V., Nosireva O. Stress-strain state analysis and optimization of rod system under periodic pulse load // MATEC Web of Conferences / Collection of the IV International conference of students and young scientists «Youth, science, technologies: new ideas and prospects (MNT-2018)». 2018. Issue 143.
6. Глейзер А.И. Вязкое трение и комплексное сопротивление // Изв. вузов. Авиационная техника. 2001. № 1. С. 59–60.
7. Цейтлин А.И., Кусяинов А.А. Методы учета внутреннего трения в динамических расчетах конструкций. Алма-Ата: Наука, 1987. 240 с.
8. Потапов А.Н. Динамический анализ дискретных диссипативных систем при нестационарных воздействиях. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. 167 с.
9. Nicholson D.W. A note on vibration of damped linear systems // Mech. Res. Commun. 1978. Vol. 5. No. 2. P. 79–89.
10. Великанов Н.Л., Наумов В.А., Корягин С.И. Внутреннее трение при продольных колебаниях троса // Вестн. БФУ им. И. Канта. Сер.: физ.-мат. науки. 2017. № 3. С. 84–92.
11. Сорокин Е.С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем. М.: Госстройиздат, 1960. 132 с.

12. Б а т е К., В и л с о н Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М.: Стройиздат, 1982. 447 с.
13. Г р е б е н ю к Г.И., Р о е в В.И., Я н ь к о в Е.В., В е ш к и н М.С., С а б у р о в В.С., В о л к о в А.С. Исследование изгибных колебаний стальной балки при действии импульсных нагрузок (сообщ. 1) // Изв. вузов. Строительство. 2009. № 10. С. 3–11.
14. С о р о к и н Е.С. Внутренние и внешние сопротивления при колебаниях твердых тел (науч. сообщ.). М.: Госстройиздат, 1957. 68 с.

Вешкин Максим Сергеевич, ст. препод.

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)

Гребенюк Григорий Иванович, д-р техн. наук, проф.

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)

Получено 24.04.2019

Veshkin Maxim Sergeevich, Senior Lecturer

Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin), Russia

Grebenyuk Grigoriy Ivanovich, DSc, Professor

Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin), Russia

ON THE USE OF THE COMPLEX MODEL OF INTERNAL FRICTION IN CALCULATIONS OF ROD SYSTEMS ON PULSE IMPACTS

The analysis of the main approaches to the construction of models for accounting for internal friction in materials when calculating systems under the action of dynamic effects has been carried out. The advantages and disadvantages of approaches based on the Voigt viscous friction hypothesis and the complex model of internal friction are noted. The complex model of internal friction has been adopted as the main object of study. The procedure for implementing the algorithm for dynamic calculation of linearly elastic rod systems with a finite number of degrees of freedom using the complex model of E.S. Sorokin to account for internal friction in the material is considered in detail. The features of the implementation of the calculation algorithm for systems under the action of instantaneous, extended and periodic pulses are discussed. Testing is conducted of the effectiveness and reliability of the used complex model, using the results of the experiment performed when loading a single-span steel beam with a console with an instantaneous (shock) pulse. Using a complex model of internal friction, the features of free oscillations of a deformable rod system under the action of pulses of various lengths are revealed.

Key words: rod system, internal friction, complex model, impulse loads, experiment, testing.

REFERENCES

1. A l e k s a n d r o v A.V., P o t a p o v V.D., Z y l e v V.B. Stroitel'naya mekhanika. Kniga 2. Dinamika i ustoychivost' uprugikh sistem [Construction mechanics. Book 2. Dynamics and stability of elastic systems]. Moscow, High school, 2008. 384 p. (in Russian)
2. K l a f F., P e n z i e n D z h. Dinamika sooruzheniy [Dynamics of structures]. Moscow, Stroyizdat, 1979. 319 p. (in Russian)
3. Spravochnik po dinamike sooruzheniy [Handbook of the dynamics of structures]. Ed. by B.G. Korenev, I.M. Rabinovich. Moscow, Stroyizdat, 1972. 512 p. (in Russian)

4. Grebenyuk G.I., Roev V.I., Veshkin M.S. Problemy optimal'nogo proyektirovaniya sooruzheniy: doklady 4-go Vserossiyskogo seminar [Problems of optimal design of buildings: Reports of the 4th All-Russian seminar]. Novosibirsk, NGASU, 2002. Pp. 108–118. (in Russian)
5. Grebenyuk G., Veshkin M., Maksak V., Nosireva O. Stress-strain state analysis and optimization of rod system under periodic pulse load. MATEC Web of Conferences. Collection of the IV International conference of students and young scientists «Youth, science, technologies: new ideas and prospects (MNT-2018)». 2018. Issue 143.
6. Gleyzer A.I. Vyazkoye treniye i kompleksnoye soprotivleniye [Viscous friction and complex resistance]. Izvestiya vuzov. Aviatsionnaya tekhnika [News of Higher Educational Institutions. Aviation technology]. 2001. No. 1. Pp. 59–60. (in Russian)
7. Tseytlin A.I., Kusainov A.A. Metody ucheta vnutrennego treniya v dinamicheskikh raschetakh konstruksiy [Methods of accounting for internal friction in dynamic calculations of structures]. Alma-Ata, Nauka, 1987. 240 p. (in Russian)
8. Potapov A.N. Dinamicheskyy analiz diskretnykh dissipativnykh sistem pri nestatsionarnykh vozdeystviyakh [Dynamic analysis of discrete dissipative systems under non-stationary effects]. Chelyabinsk, Publishing house YuUrGU, 2003. 167 p. (in Russian)
9. Nicholson D.W. A note on vibration of damped linear systems. Mech. Res. Commun. 1978. Vol. 5. No. 2. Pp. 79–89.
10. Velikanov N.L., Naumov V.A., Koryagin S.I. Vnutrenneye treniye pri prodol'nykh kolebaniyakh trosa [Internal friction with longitudinal vibrations of a cable]. Vestnik BFU im. I. Kanta. Seriya Fiziko-matematicheskiye nauki [Bulletin of the Baltic Federal University named I. Kant. Ser. Physics and mathematics]. 2017. No. 3. Pp. 84–92. (in Russian)
11. Sorokin E.S. K teorii vnutrennego treniya pri kolebaniyakh uprugikh sistem [On the theory of internal friction when vibrations of elastic systems]. Moscow, Gosstroyizdat, 1960. 132 p. (in Russian)
12. Bate K., Wilson E. Chislennyye metody analiza i metod konechnykh elementov [Numerical methods of analysis and finite element method]. Moscow, Stroyizdat, 1982. 447 p. (in Russian)
13. Grebenyuk G.I., Roev V.I., Yan'kov E.V., Veshkin M.S., Saburov V.S., Volkov A.S. Issledovaniye izgibnykh kolebaniy stal'noy balki pri deystvii impul'snykh nagruzok (soobshcheniye 1) [Investigation of bending vibrations of a steel beam under the action of impulse loads (communication 1)]. 2009. No. 10. Pp. 3–11. (in Russian)
14. Sorokin E.S. Vnutrenniye i vneshniye soprotivleniya pri kolebaniyakh tverdykh tel (nauchnoye soobshcheniye) [Internal and external resistances with the oscillations of solids (scientific communication)]. Moscow, Gosstroyizdat, 1957. 68 p. (in Russian)