
ГИДРОТЕХНИЧЕСКОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО, ГИДРАВЛИКА И ИНЖЕНЕРНАЯ ГИДРОЛОГИЯ

HYDRO-ENGINEERING CONSTRUCTION, HYDRAULICS AND ENGINEERING HYDROLOGY

Известия вузов. Строительство. 2022. № 3. С. 68–79.

ISSN 0536-1052

News of Higher Educational Institutions. Construction. 2022; (3): 68–79.

ISSN 0536-1052

Научная статья

УДК 627.26:532.591

DOI: 10.32683/0536-1052-2022-759-3-68-79

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВОЗДЕЙСТВИЯ МОРСКИХ ВОЛН НА РАЗРУШЕНИЕ ПОРТОВЫХ СООРУЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ МЕЛКОЙ ВОДЫ С НАКЛОННЫМ ДНОМ

**Юрий Александрович Чиркунов¹, Елена Олеговна Пикмуллина¹,
Владимир Викторович Молодин²**

¹Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), Научно-исследовательская лаборатория «Математические модели механики сплошной среды» Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (Сибстрин), Новосибирск, Россия

²Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), Новосибирск, Россия

Аннотация. Острая потребность восстановления разрушенных портовых железобетонных сооружений, особенно в северных акваториях Тихого океана, нуждается в понимании происходящих при этом физических процессов. Разрушительное воздействие карбонизации, хлоридной и сульфатной агрессий, являющихся основными факторами потери бетоном, эксплуатирующимся в контакте с морской водой, потребительских свойств, усугубляется динамическим воздействием воды на поверхность бетонных конструкций. Такое воздействие возможно описать и проанализировать, используя модель мелкой воды с наклонным дном, которая применяется при исследовании наката волн на берег, а также при исследовании распространения жидкости в каналах. Эту модель все чаще привлекают для проведения технических экспертиз на этапе проектирования гидросооружений, для оценки экологических последствий различных негативных процессов, возможных чрезвычайных событий и аварий, для кадастровых работ. Она описывает течение несжимаемой жидкости в областях, горизонтальные размеры которых преобладают над глубиной.

Исследуется система нелинейных уравнений, описывающих распространение поверхностных волн с прямолинейным дном в рамках одномерной модели мелкой воды, параметром которой является угловой коэффициент наклона дна. Методом *A*-операторов получены все законы сохранения нулевого порядка для этой системы.

© Чиркунов Ю.А., Пикмуллина Е.О., Молодин В.В., 2022

Найденные законы сохранения могут быть использованы при проведении численных расчетов с помощью консервативных разностных схем. Законы сохранения также могут быть использованы при численных расчетах в качестве тестов на каждом шаге вычислений. Получены точные решения системы, три из которых описывают резкое обрушение волн на берег, а одно – плавный накат волны на берег. В первом случае динамическое воздействие воды на поверхность бетонных конструкций оказывает сильное разрушительное воздействие. Во втором – не оказывает разрушительного воздействия. Найденные решения зависят в общей сложности от 10 произвольных постоянных. Это позволяет при моделировании реальных процессов подобрать постоянные так, чтобы полученные формулы наиболее адекватно их описывали.

Ключевые слова: модель мелкой воды с наклонным дном, точные решения, законы сохранения, резкое обрушение волн на берег, разрушительное воздействие воды на поверхность бетонных конструкций

Для цитирования: Чиркунов Ю.А., Пикмуллина Е.О., Молодин В.В. Исследование влияния воздействия морских волн на разрушение портовых сооружений с использованием модели мелкой воды с наклонным дном // Известия вузов. Строительство. 2022. № 3. С. 68–79. DOI: 10.32683/0536-1052-2022-759-3-68-79.

Original article

INVESTIGATION OF INFLUENCE OF SEA WAVES ON THE DESTRUCTION OF PORT FACILITIES USING A SHALLOW WATER MODEL WITH AN INCLINED BOTTOM

Yury A. Chirkunov¹, Elena O. Pikmullina¹, Vladimir V. Molodin²

¹Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin),
Research Laboratory "Mathematical Models of Continuum Mechanics" of Novosibirsk
State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin), Novosibirsk, Russia

²Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin),
Novosibirsk, Russia

Abstract. The urgent need to restore the destroyed port reinforced concrete structures, especially in the northern waters of the Pacific Ocean, requires an understanding of the physical processes occurring in this case. The destructive effect of carbonization, chloride and sulfate aggression, which are the main factors in the loss of consumer properties by concrete operating in contact with sea water, is aggravated by the dynamic effect of water on the surface of concrete structures. Such an impact can be described and analyzed using a shallow water model with a sloping bottom, which is used in the study of wave run-up on the coast, as well as in the study of fluid propagation in channels. This model is increasingly used to conduct technical expertise at the design stage of hydraulic structures, to assess the environmental consequences of various negative processes, possible emergency events and accidents, and for cadastral work. It describes the flow of an incompressible fluid in regions whose horizontal dimensions predominate over depth.

In this paper, we study a system of nonlinear equations that describe the propagation of surface waves with a straight bottom in the framework of a one-dimensional shallow water model, the parameter of which is the slope of the bottom slope. Using the operator method, all zero-order conservation laws for this system are obtained. The found conservation laws can be used in numerical calculations using conservative difference schemes. These conservation laws can also be used in numerical calculations as tests at each calculation step. Exact solutions of this system are obtained, three of which describe a sharp breaking of waves on the shore, and one describes a smooth wave run-up on

the shore. In the first case, the dynamic effect of water on the surface of concrete structures has a strong destructive effect. In the second – does not have a destructive effect. The solutions found depend on a total of 10 arbitrary constants. This allows, when modeling real processes, to select these constants so that the resulting formulas most adequately describe these processes.

Keywords: model of shallow water with a sloping bottom, exact solutions, conservation laws, abrupt breaking of waves on the shore, destructive effect of water on the surface of concrete structures

For citation: Chirkunov Yu.A., Pikhullina E.O., Molodin V.V. Investigation of influence of sea waves on the destruction of port facilities using a shallow water model with an inclined bottom. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2022; (3): 68–79. (In Russ.). DOI: 10.32683/0536-1052-2022-759-3-68-79.

1. Введение. Многие прикладные и инженерные задачи требуют инструментов для расчета динамики поверхностных вод. Это прежде всего относится к проблемам волн цунами, воздействию моря на берег, наводнениям, сезонным затоплениям, стоковым и дождевым потокам, грунтовыми водами, охлаждению тепловыделяющих элементов на атомных электростанциях. Модель мелкой воды позволяет эффективно описывать данные явления [1–10]. Эту модель часто используют при проведении технических экспертиз на этапе проектирования портов и гидросооружений.

В настоящей работе для исследования влияния воздействия морских волн на разрушение портовых сооружений используется модель мелкой воды с прямолинейным дном. Она задается нелинейной системой гиперболических дифференциальных уравнений [11]

$$u_t + \left(\frac{u^2}{2} + h \right)_x = 0, \quad h_t + ((h + kx)u)_x = 0, \quad (1)$$

где $u = u(t, x)$ – скорость распространения поверхностных волн вдоль оси Ox со свободной поверхностью $z = h(t, x) + kx$ над прямолинейным дном $z = kx$; $k = \text{const}$ – угловой коэффициент наклона дна; $h = h(t, x)$ – возвышение свободной поверхности над дном; Oxy – прямоугольная декартова система координат; t – время. При $k = 0$ система (1) описывает распространение поверхностных волн над горизонтальным дном, а при $k \neq 0$ – над наклонным дном.

Замечание. В системе (1) при $k \neq 0$ с помощью преобразования $t' = kt$, $x' = kx$ можно перейти к системе (1) с $k = 1$. Однако это не приведет к существенным упрощениям при изучении системы, поэтому будем изучать ее, оставаясь в рамках физических переменных t , x .

2. Законы сохранения. Законом сохранения нулевого порядка для системы (1) называется [12–16] вектор $A = (A^1, A^2)$, компоненты которого $A^i = A^i(t, x, u, h)$ ($i = 1, 2$) для любого решения этой системы удовлетворяют соотношению

$$D_t A^1 + D_x A^2 = 0,$$

где D_t, D_x – операторы полного дифференцирования по переменным t, x соответственно. Иными словами, речь идет о дивергентной форме записи уравнений в силу системы (1).

При $k \neq 0$ для любого вектора $\mathbf{B} = (B^1(\tau, z, w, \eta), B^2(\tau, z, w, \eta))$ справедливо следующее тождество:

$$k(D_\tau B^1 + D_z B^2) = D_t B^1 + D_x (B^2 + kB^1), \quad (2)$$

где

$$\tau = kt, \quad z = k\left(x - \frac{t^2}{2k}\right), \quad u = w(\tau, z) + \tau, \quad h = \eta(\tau, z) - z - \frac{\tau^2}{2}. \quad (3)$$

В результате преобразований (3) система (1) при $k \neq 0$ принимает вид системы (1) при $k = 0$, записанной для переменных τ, z, w, η .

Следовательно, если вектор $\mathbf{B} = (B^1(\tau, z, w, \eta), B^2(\tau, z, w, \eta))$ является любым законом сохранения нулевого порядка для системы (1) при $k = 0$, записанной для переменных τ, z, w, η , то вектор $\mathbf{A} = (A^1, A^2)$ с компонентами

$$A^1 = B^1\left(kt, k\left(x - \frac{kt^2}{2}\right), u - kt, h + kx\right), \quad (4)$$

$$A^2 = B^2\left(kt, k\left(x - \frac{kt^2}{2}\right), u - kt, h + kx\right) + ktB^1\left(kt, k\left(x - \frac{kt^2}{2}\right), u - kt, h + kx\right)$$

является законом сохранения нулевого порядка для системы (1) при $k \neq 0$. Обратно, если вектор $\mathbf{A} = (A^1(t, x, u, h), A^2(t, x, u, h))$ является любым законом сохранения нулевого порядка для системы (1) при $k \neq 0$, то в силу (2), (3) вектор $\mathbf{B} = (B^1, B^2)$ с компонентами

$$B^1 = A^1\left(k\tau, k\left(y - \frac{k\tau^2}{2}\right), v - k\tau, \eta + ky\right), \quad (5)$$

$$B^2 = A^2\left(\frac{\tau}{k}, \frac{1}{k}\left(z + \frac{\tau^2}{2}\right), w + \tau, \eta - z - \frac{\tau^2}{2}\right) - \tau A^1\left(\frac{\tau}{k}, \frac{1}{k}\left(z + \frac{\tau^2}{2}\right), w + \tau, \eta - z - \frac{\tau^2}{2}\right)$$

является законом сохранения нулевого порядка для системы (1) при $k = 0$, записанной для переменных τ, z, w, η .

В [2] приведено следующее бесконечное семейство нетривиальных законов сохранения нулевого порядка для системы (1) при $k = 0$:

$$B^1 = \int h\Phi(u, h) du - \Psi(u, h) dh, \quad (6)$$

$$B^2 = \int h(u\Phi(u, h) - \Psi(u, h)) du + (h\Phi(u, h) - u\Psi(u, h)) dh,$$

где $\Phi = \Phi(u, h)$, $\Psi = \Psi(u, h)$ – решение системы линейных уравнений

$$\Phi_u + \Psi_h = 0, \quad \Psi_u + (h\Phi)_h = 0. \quad (7)$$

С помощью метода \mathcal{A} -операторов [14, 15] устанавливается, что других нетривиальных законов сохранения нулевого порядка система (1) при $k = 0$ не имеет. Следовательно, множество всех нетривиальных законов сохранения нулевого порядка для системы (1) при $k \neq 0$ определяется по формулам (4), (6), (7). Эти законы сохранения ранее в литературе не отмечались. Полученные законы сохранения могут быть использованы при проведении

численных расчетов с помощью консервативных разностных схем. Также найденные законы сохранения могут быть использованы при численных расчетах в качестве тестов на каждом шаге вычислений.

3. Точные решения. Свойства системы (1) существенно зависят от величины якобиана $J = \frac{\partial(u, h)}{\partial(t, x)}$.

Если якобиан $J \neq 0$, то с помощью следующего преобразования годографа

$$t = \Phi(u, h), \quad x = \Psi(u, h) + u\Phi(u, h) \quad (8)$$

система (1) приводится к виду

$$\Phi_u + \Psi_h = 0, \quad \Psi_u + \Phi + (h + k(\Psi + u\Phi))\Phi_h = -\frac{ku}{J}. \quad (9)$$

Система (9) линейна только при $k=0$. В этом случае она совпадает с системой (7). В силу (8) условие $J \neq 0$ эквивалентно условию

$$(\Phi_u^2 - h\Phi_h^2) \neq 0. \quad (10)$$

Поэтому каждое решение системы (7), удовлетворяющее условию (10) в некоторой области переменных, неявно определяет по формулам (8) в соответствующей области переменных решение системы (1) при $J \neq 0, k=0$.

3.1. Точные решения при $J \neq 0, k = 0$. Основная группа Ли преобразований системы (7) (фактор-группа по нормальному делителю, связанному с линейностью системы) порождается операторами:

$$X_1 = \left(\frac{u^2}{4} + h \right) \partial_u + uh\partial_h + \left(\frac{1}{2}\Psi - u\Phi \right) \partial_\Phi + \frac{1}{2}(h\Phi - u\Psi)\partial_\Psi, \\ X_2 = u\partial_u + 2h\partial_h - \Phi\partial_\Phi, \quad X_3 = \partial_u, \quad X_4 = \Phi\partial_\Phi + \Psi\partial_\Psi.$$

Приведем некоторые точные решения системы (7) и с их помощью получим точные решения системы (1).

3.1.1. Инвариантное $\langle X_2 + \alpha X_4 \rangle$ -решение (α – произвольная постоянная). Это решение является автомодельным. Оно имеет вид

$$\Phi = u^{\alpha-1}Y(\xi), \quad \Psi = u^\alpha Z(\xi), \quad \xi = \frac{u^2}{4h}. \quad (11)$$

Подстановка (11) в (7) дает фактор-систему

$$(\alpha - 1)Y(\xi) + 2\xi Y'(\xi) - 4\xi^2 Z(\xi) = 0, \quad Y(\xi) + \alpha Z(\xi) + \xi(2Z'(\xi) - Y'(\xi)) = 0,$$

откуда получим фактор-уравнение для $Y(\xi)$:

$$Y(4 - \xi)\xi^2 Y''(\xi) + (4\alpha - 2)\xi Y'(\xi) + (\alpha^2 - 3\alpha + 2)Y(\xi) = 0, \quad (12)$$

которое сводится к уравнению Хейна. После замены $Y(\xi) = \xi^{\frac{1-\alpha}{2}} Q(\xi)$ уравнение (12) приводится к гипергеометрическому уравнению Гаусса, решение которого выражается через гипергеометрическую функцию $F(a, b; c; \xi)$. В результате инвариантное $\langle X_2 + \alpha X_4 \rangle$ -решение при $\alpha \neq 0$ определяется по формулам:

$$\Phi = h^{\frac{\alpha-1}{2}} \left(2c_1 F\left(\lambda, \lambda-1; \frac{1}{2}; \frac{u^2}{4h}\right) + c_2 \frac{u}{\sqrt{h}} F\left(\mu, \mu-1; \frac{3}{2}; \frac{u^2}{4h}\right) \right),$$

$$\Psi = h^{\frac{\alpha}{2}} \left(c_1 \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \frac{u}{\sqrt{h}} \left((\alpha-1) \left(\frac{u^2}{4h} - 4\right) F\left(\lambda, \lambda+1; \frac{3}{2}; \frac{u^2}{4h}\right) - F\left(\lambda, \lambda-1; \frac{1}{2}; \frac{u^2}{4h}\right) \right) + \right. \quad (13)$$

$$\left. + 2c_2 \left(\frac{(\alpha-2)u^2}{12h} \left(\frac{u^2}{4h} - 4\right) F\left(\mu, \mu+1; \frac{5}{2}; \frac{u^2}{4h}\right) - \left(\frac{u^2}{4h} + \frac{4}{\alpha}\right) F\left(\mu, \mu-1; \frac{3}{2}; \frac{u^2}{4h}\right) \right) \right),$$

где c_1, c_2 – произвольные вещественные постоянные, $\lambda = \frac{1}{2}(1-\alpha)$, $\mu = \frac{1}{2}(2-\alpha)$. При $c_2 = 0, \alpha = 2m+1$ ($m=0,1,2,\dots$) и при $c_1 = 0, \alpha = 2m$ ($m=1,2,\dots$)

задаваемое формулами (13) решение выражается через элементарные функции, и по формулам (9) определяется решение системы (1) при $k = 0$, описывающей распространение поверхностных волн над горизонтальным дном. Например, при $c_2 = 0, \alpha = 3$ это решение неявно задается системой уравнений

$$t = 2(h + u^2), \quad t^2(t - 2u^2) = 2\left(\frac{2}{3}u(17u^2 - 8t) - x\right)^2. \quad (14)$$

Из условия $J \neq 0$ следует, что на плоскости $R^2(t, x)$ область течения не должна содержать точки кривой $\left(x + \frac{15}{4}t\right)^2 = \frac{3}{2}t^2\left(t - \frac{1}{2}\right)$, что заведомо выполняется при $t \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$.

Результат численного решения системы (14) относительно u и h с помощью метода, предложенного в [17], приведен на рис. 1, 2.

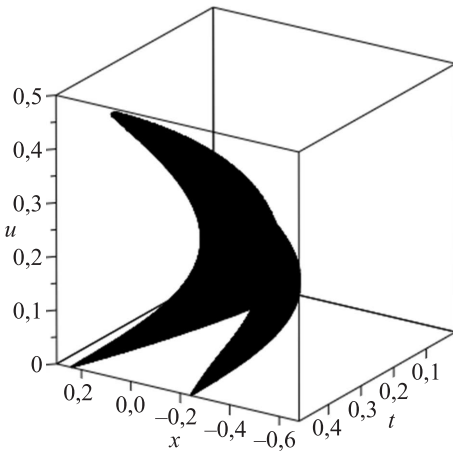


Рис. 1. Распределение скорости $u = u(t, x)$

Fig. 1. Speed distribution $u = u(t, x)$

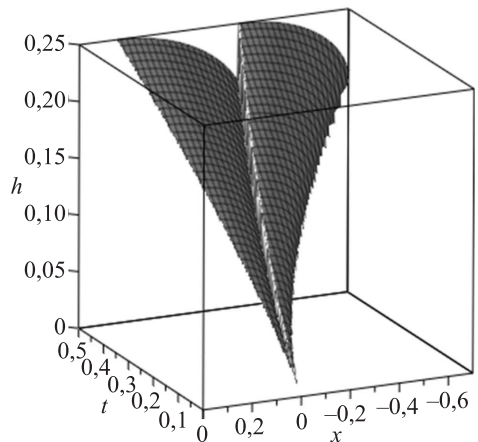


Рис. 2. Возвышение $h = h(t, x)$ свободной поверхности над дном

Fig. 2. Elevation $h = h(t, x)$ of the free surface above the bottom

Данное решение описывает накат волны на берег в направлении оси Ox . По мере уменьшения глубины возрастает скорость, которая достигает своего наибольшего значения при наименьшей глубине. Это происходит при $x=0$. Затем начинается обрушение волны и выброс ее на берег в виде буруна. Скорость падает, а возвышение свободной поверхности над дном возрастает (бурун). При этом динамическое воздействие воды на поверхность бетонных конструкций оказывает разрушительный эффект.

3.1.2. Частично инвариантное $\langle X_1, X_4 - X_2, X_3 \rangle$ -решение. Наименьшее инвариантное многообразие, содержащее это решение, задается уравнением

$$\Phi = \frac{\sqrt{c_3 + h\Psi^2}}{h}, \quad (15)$$

где c_3 – произвольная положительная постоянная.

Подстановка (15) в (7) дает вполне интегрируемую систему

$$\Psi_u = \frac{\Psi^2 \sqrt{c_3 + h\Psi^2}}{2c_3}, \quad \Psi_h = \frac{\Psi^3}{2c_3}. \quad (16)$$

В силу теоремы о редукции [12, 13] решение (13) редуцируется к инвариантному решению. Интегрируя систему (16), получаем

$$\Psi = \frac{2\sqrt{c_3}}{\sqrt{(u+c_3)^2 - 4h}}, \quad \Phi = \frac{(u+c_4)\sqrt{c_3}}{h\sqrt{(u+c_4)^2 - 4h}},$$

где c_4 – произвольная постоянная.

Соответствующее решение системы (1) при $k=0$ определяется следующим образом:

– скорость $u = u(t, x)$ распространения поверхностной волны является корнем алгебраического уравнения

$$3t^3 u^4 + t^2(4c_4 t - 7x)u^3 + t(7x^2 - 10c_4 t x + c_4^2 t^2)u^2 + 2(4c_4 t x^2 - c_4^2 t^2 x - x^3)u + c_4 t x^2 - 2c_4 x^3 - 4c_3 t = 0; \quad (17)$$

– возвышение $h = h(t, x)$ свободной поверхности над дном определяется по формуле

$$h = \frac{(u+c_4)(x-tu)}{2t}. \quad (18)$$

Пусть $c_3=1, c_4=1$. На рис. 3 показано распределение скорости $u = u(t, x)$, полученное в результате численного решения уравнения (17) с помощью метода, предложенного в [17]. На рис. 4 – распределение возвышения $h = h(t, x)$ свободной поверхности над дном. Рис. 3, 4 описывают плавный накат на берег волны, распространяющейся в направлении, противоположном оси Ox . При этом динамическое воздействие воды на поверхность бетонных конструкций не оказывает разрушительной реакции.

3.2. Точные решения при $J = 0$. При $J=0$ система (1) имеет тривиальное решение $u = 0, h = \text{const}$. Из условия равенства нулю якобиана J следует,

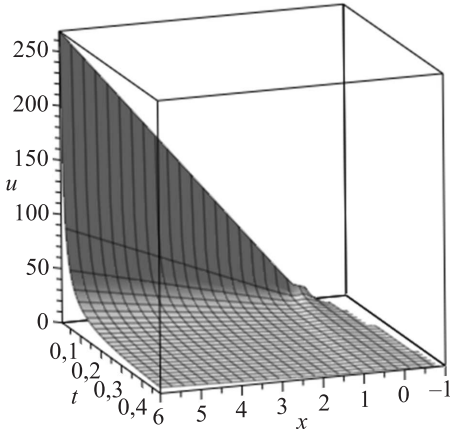


Рис. 3. Распределение скорости $u = u(t, x)$

Fig. 3. Speed distribution $u = u(t, x)$

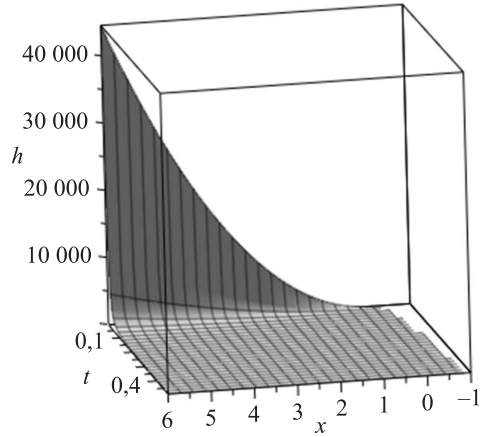


Рис. 4. Возвышение $h = h(t, x)$ свободной поверхности над дном

Fig. 4. Elevation $h = h(t, x)$ of the free surface above the bottom

что для нетривиального решения системы (1) u и h функционально зависимости, т.е.

$$h = H(u). \quad (19)$$

Подстановка (19) в (1) дает переопределенную систему, которая в результате добавления всех условий совместности приводится в инволюцию.

Возьмем нетривиальные точные решения для двух значений углового коэффициента $k \neq 0$.

3.2.1. Точное решение при $k = 2$. При $k=2$ интегрирование полученной переопределенной системы показывает, что скорость $u = u(t, x)$ распространения поверхностной волны является корнем трансцендентного уравнения

$$c_5 \left(\frac{t}{u} - \frac{1}{2} \ln u + \frac{c_5}{6u^3} \right) + c_6 \frac{u}{2} + xu - c_7 = 0, \quad (20)$$

а возвышение $h = h(t, x)$ свободной поверхности над дном определяется по формуле

$$h = -\frac{u^2}{2} + \frac{c_5}{u} + c_6. \quad (21)$$

Здесь c_5, c_6, c_7 – произвольные вещественные постоянные.

Пусть $c_5 = 1, c_6 = 1, c_7 = -1$. На рис. 5, 6 показаны распределение скорости $u = u(t, x)$, полученное в результате численного решения уравнения (20) с помощью метода, предложенного в [17], и распределение возвышения $h = h(t, x)$ свободной поверхности над дном.

Из рис. 5, 6 следует, что происходит резкое обрушение на берег волны, распространяющейся в направлении оси Ox . Скорость распространения волны монотонно возрастает и становится очень большой в момент обрушения на берег. При этом динамическое воздействие воды на поверхность бетонных конструкций оказывает сильное разрушительное действие.

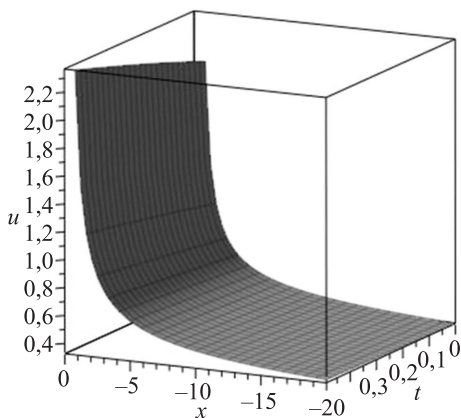


Рис. 5. Распределение скорости $u = u(t, x)$

Fig. 5. Speed distribution $u = u(t, x)$

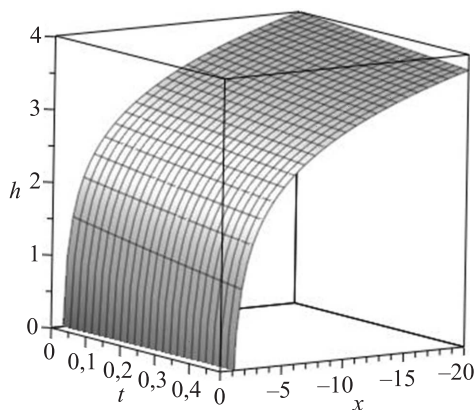


Рис. 6. Возвышение $h = h(t, x)$ свободной поверхности над дном

Fig. 6. Elevation $h = h(t, x)$ of the free surface above the bottom

3.2.2. Точное решение при $k = 1$. При $k=1$ интегрирование полученной переопределенной системы показывает, что скорость $u = u(t, x)$ распространения поверхностной волны является корнем трансцендентного уравнения

$$c_8 \left(u \ln u + \frac{c_8}{u} - t \right) + c_9 u - \frac{u^3}{2} + xu - c_{10} = 0, \quad (22)$$

а возвышение $h = h(t, x)$ свободной поверхности над дном определяется по формуле

$$h = -\frac{u^2}{2} + c_8 \ln u + c_9. \quad (23)$$

Здесь c_8, c_9, c_{10} – произвольные вещественные постоянные.

Пусть $c_8 = 1, c_9 = -1, c_{10} = -4$. На рис. 7 представлено распределение скорости $u = u(t, x)$, полученное в результате численного решения уравнения (22) с помощью метода, предложенного в [17]. На рис. 8 – распределение

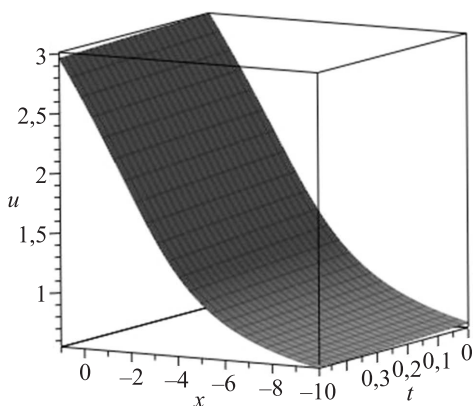


Рис. 7. Распределение скорости $u = u(t, x)$

Fig. 7. Speed distribution $u = u(t, x)$

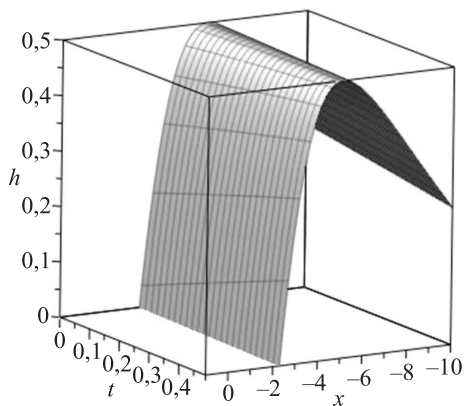


Рис. 8. Возвышение $h = h(t, x)$ свободной поверхности над дном

Fig. 8. Elevation $h = h(t, x)$ of the free surface above the bottom

возвышения $h = h(t, x)$ свободной поверхности над дном. Как видим, для набегающей на берег волны, движущейся в направлении оси Ox , сначала увеличивается амплитуда, а затем происходит очень резкий обвал волны. Скорость распространения волны монотонно возрастает. При этом динамическое воздействие воды на поверхность бетонных конструкций вызывает сильное разрушение.

Заключение. Для однопараметрического семейства уравнений, описывающих в рамках нелинейной одномерной модели мелкой воды распространение поверхностных волн с наклонным прямолинейным дном, параметром которого является угловой коэффициент уклона дна, найдены все законы сохранения нулевого порядка. Законы сохранения могут быть использованы при проведении численных расчетов с помощью консервативных разностных схем, а также при численных расчетах в качестве тестов на каждом шаге вычислений. Получены четыре точных решения, моделирующих разный характер набегающих на берег поверхностных волн. Решение, задаваемое формулами (17), (18), описывает плавный накат волны на берег. В этом случае динамическое воздействие воды на поверхность бетонных конструкций не оказывает разрушительного действия. Решения, задаваемые следующими парами формул: (11) и (13), (20) и (21), (22) и (23), описывают резкое обрушение волн на берег. Динамическое воздействие воды на поверхность бетонных конструкций оказывает сильный разрушительный эффект. Найденные решения зависят в общей сложности от 10 произвольных постоянных. При моделировании реальных процессов можно подобрать постоянные так, чтобы полученные формулы наиболее адекватно описывали эти процессы.

Список источников

1. *Stoker J.J.* Water waves: the mathematical theory with applications. New York: John Wiley and Sons, 1958.
2. *Whitham G.B.* Linear and nonlinear waves. New York: John Wiley and Sons, 1974.
3. *Kowalik Z.* Introduction to numerical modeling of tsunami waves. Fairbank: University of Alaska, 2012. P. 167.
4. *Sepi'c J., Vilibi'c I., Fine I.* Northern adriatic meteorological tsunamis: Assessment of their potential through ocean modeling experiments // *J. Geophys. Research: Oceans*. 2015. Vol. 120, no. 4. P. 2993–3010.
5. *Carrier G.F., Yeh H.* Tsunami propagation from a finite source // *Comp. Modeling in Eng. & Sci.* 2005. Vol. 10, no. 2. P. 113–122.
6. *Bonacci O., Oskorus D.* The changes in the lower Drava river water level, discharge and suspended sediment regime // *Environ. Earth Sci.* 2010. Vol. 59. P. 1661–1670.
7. *Singh J., Altinakar M.S., Ding Y.* Numerical modeling of rainfall-generated overland flow using nonlinear shallow-water equations // *J. Hydrologic Eng.* 2015. Vol. 20, no. 8. P. 04014089.
8. *Hu K., Mingham C.G., Causon D.M.* Numerical simulation of wave overtopping of coastal structures using the non-linear shallow water equations // *Coast. Eng.* 2000. Vol. 41. P. 433–465.
9. *Jeong W.* A study on simulation of flood inundation in a coastal urban area using a two-dimensional well-balanced finite volume model // *Natural Hazards*. 2015. Vol. 77, no. 1. P. 337–354.
10. *Gioia G., Bombardelli F.A.* Scaling and similarity in rough channel flows // *Phys. Review Letters*. 2002. Vol. 88, no. 1. P. 014501.

11. *Stoker J.J.* The formation of breakers and bores. The theory of nonlinear wave propagation in shallow water and open channels // *Comm. Pure Appl. Math.* 1948. Vol. 1, no. 1. P. 1–87.
12. *Ovsyannikov L.V.* Group analysis of differential equations. New York: Academic Press, 1982. 399 p.
13. *Olver P.J.* Applications of Lie groups to differential equations. New York: Springer-Verlag, 1986.
14. *Chirkunov Yu.A., Khabirov S.V.* The elements of symmetry analysis of differential equations of continuous medium mechanics. Novosibirsk: NSTU, 2012. 659 p.
15. *Chirkunov Yu.A.* Method of A-operators and conservation laws for the equations of gas dynamics // *J. Appl. Mech. Techn. Phys.* 2009. Vol. 50, no. 2. P. 213–219.
16. *Chirkunov Yu.A.* Group analysis of linear and quasi-linear differential equations. Novosibirsk: NSUEM, 2007. 362 p.
17. *Ugboh J.A., Esuabana I.M.* Marching method: a new numerical method for finding roots of algebraic and transcendental equations // *Americ J. Comput. Appl. Math.* 2019. Vol. 9, no. 1. P. 6–11.

References

1. *Stoker J.J.* Water waves: the mathematical theory with applications. New York: John Wiley and Sons, 1958.
2. *Whitham G.B.* Linear and nonlinear waves. New York: John Wiley and Sons, 1974.
3. *Kowalik Z.* Introduction to numerical modeling of tsunami waves. Fairbank: University of Alaska, 2012. P. 167.
4. *Sepi'c J., Vilibi'c I., Fine I.* Northern adriatic meteorological tsunamis: Assessment of their potential through ocean modeling experiments. *J. Geophys. Research: Oceans.* 2015; 120(4): 2993–3010.
5. *Carrier G.F., Yeh H.* Tsunami propagation from a finite source. *Comp. Modeling in Eng. & Sci.* 2005; 10(2): 113–122.
6. *Bonacci O., Oskorus D.* The changes in the lower Drava river water level, discharge and suspended sediment regime. *Environ. Earth Sci.* 2010; 59: 1661–1670.
7. *Singh J., Altinakar M.S., Ding Y.* Numerical modeling of rainfall-generated overland flow using nonlinear shallow-water equations. *J. Hydrologic Eng.* 2015; 20(8): 04014089.
8. *Hu K., Mingham C.G., Causon D.M.* Numerical simulation of wave overtopping of coastal structures using the non-linear shallow water equations. *Coast. Eng.* 2000; 41: 433–465.
9. *Jeong W.* A study on simulation of flood inundation in a coastal urban area using a two-dimensional well-balanced finite volume model. *Natural Hazards.* 2015; 77(1): 337–354.
10. *Gioia G., Bombardelli F.A.* Scaling and similarity in rough channel flows. *Phys. Review Letters.* 2002; 88(1): 014501.
11. *Stoker J.J.* The formation of breakers and bores. The theory of nonlinear wave propagation in shallow water and open channels. *Comm. Pure Appl. Math.* 1948; 1(1): 1–87.
12. *Ovsyannikov L.V.* Group analysis of differential equations. New York: Academic Press, 1982. 399 p.
13. *Olver P.J.* Applications of Lie groups to differential equations. New York: Springer-Verlag, 1986.
14. *Chirkunov Yu.A., Khabirov S.V.* The elements of symmetry analysis of differential equations of continuous medium mechanics. Novosibirsk: NSTU, 2012. 659 p.

15. Chirkunov Yu.A. Method of A-operators and conservation laws for the equations of gas dynamics. *J. Appl. Mech. Techn. Phys.* 2009; 50(2): 213–219.
16. Chirkunov Yu.A. Group analysis of linear and quasi-linear differential equations. Novosibirsk: NSUEM, 2007. 362 p.
17. Ugboh J.A., Esuabana I.M. Marching method: a new numerical method for finding roots of algebraic and transcendental equations. *Americ J. Comput. Appl. Math.* 2019; 9(1): 6–11.

Информация об авторах

Ю.А. Чиркунов – доктор физико-математических наук, доцент

Е.О. Пикмуллина – инженер

В.В. Молодин – доктор технических наук, доцент

Information about the authors

Yu.A. Chirkunov – DSc, Ass. Professor

E.O. Pikmullina – Engineer

V.V. Molodin – DSc, Ass. Professor

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 19.01.2022
Одобрена после рецензирования 18.02.2022
Принята к публикации 22.02.2022

The article was submitted 19.01.2022
Approved after reviewing 18.02.2022
Accepted for publication 22.02.2022