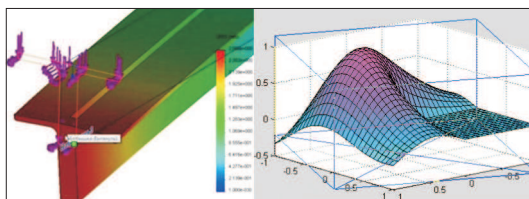


НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ



УДК 628.16.067.001

Ю.Л. СКОЛУБОВИЧ, М.С. СОППА, Ю.А. ЧИРКУНОВ, С.М. ЗЕРКАЛЬ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФИЛЬТРОВАНИЯ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ В РАСШИРЕННОМ СЛОЕ ЗАГРУЗКИ

Рассмотрена физико-математическая модель взаимодействия частиц контактной массы и частиц примеси в процессе фильтрования с использованием псевдооживленного слоя. Учитывается влияние нестационарных пульсаций зерен загрузки. Проведено статистико-вероятностное моделирование случайной траектории частицы примеси в восходящем потоке очищаемой суспензии. Получена система дифференциальных уравнений, описывающих возникновение автоколебательного движения зернистой компоненты реактора-осветлителя. Этапы статистического и дифференциального моделирования существенным образом связаны между собой через основные параметры: длина свободного пробега частицы примеси и изменение геометрических размеров зерен загрузки при налипании примеси.

К л ю ч е в ы е с л о в а: моделирование, псевдооживленный слой, зерно загрузки, автоколебания, реактор-осветлитель.

DOI 10.32683/0536-1052-2020-736-4-96-102

Введение. Проблема фильтрации в условиях расширенной загрузки возникает не только при осуществлении очистки (осветления) природных вод [1], но и в других научно-технических областях деятельности [2–4]. В качестве примера можно также привести математическую модель [5] переноса твердых частиц двухфазным фильтрационным потоком в условиях заводнения нефтяного пласта при разработке нефтяных месторождений. Аналогичную постановку имеет задача [6] по исследованию течения в газодинамическом фильтре, где происходит очищение газа от твердых частиц встречным потоком крупных частиц воды с целью предотвращения их выброса в атмосферу.

Рассмотрим псевдооживленный слой загрузки цилиндрической формы высотой H и радиусом R . Слой заполнен зернистой средой в виде фильтрующего материала с различным средним радиусом зерен загрузки (горелые породы, дробленый кварц и пр.). После установившегося «взвешивания» начинается процесс фильтрования: через нижнюю границу слоя с постоянной скоростью подается предварительно подготовленная очищаемая жидкость, которая при прохождении через указанный слой подвергается очистке от частиц примеси.

© Сколубович Ю.Л., Соппа М.С., Чиркунов Ю.А., Зеркаль С.М., 2020

В работах [7, 8] приведены подходы к моделированию фильтрации на основе статистико-вероятностного метода Монте-Карло. Показаны способы идентификации основных параметров хаотических перемещений частиц примеси, построены функция распределения и ее плотность для случайного вектора, задающего траектории частиц. Однако указанные физико-математические модели не рассматривали существенно нестационарные колебательные процессы, возникающие при движении зерен контактной массы. Способы описания таких автоколебаний намечены в статьях [9–11].

В настоящей работе предложен подход, уточняющий и связывающий между собой эти две концепции по исследованию фильтрации примеси с использованием расширенного слоя.

Постановка задачи. Процесс фильтрации рассматривается в пространственной области. Моделирование учета ограничения слоя по горизонтали проводится с помощью граничного условия при дополнительном формулировании рандомизированного разветвления дальнейшего сценария. Это может быть прилипание частицы примеси к граничному слою, либо ее последующее новое движение с учетом зеркального или диффузного отражения. Добавляется предположение, что, в силу гипотезы о ламинарности движения [1], частица движется только по направлению движения потока жидкости, т.е. вверх относительно высоты взвешенного слоя.

В общей постановке задача является трехмерной. Детальное рассмотрение геометрии установки реактора-осветлителя показывает, что задача симметрична относительно азимутального угла в цилиндрической системе координат, а значит, задачу можно рассматривать на прямоугольнике со сторонами – высота взвешенного слоя H и радиус взвешенного слоя r . Направление движения частицы следует изучать в локальных сферических координатах, центр которых помещен в частицу.

Рассмотрим траекторию движения частицы примеси в восходящем потоке. Плотность частицы сопоставима с плотностью воды, поэтому влияние силы тяжести и возмущений броуновского движения на изменение скорости движения достаточно мало. Следовательно, средний вектор скорости частицы примеси практически совпадает с вектором скорости движения очищаемой жидкости, пропускаемой через взвешенный фильтрующий слой.

Стохастическое моделирование движения примесной частицы. Случайный вектор направления движения частицы примеси соответствует случайной точке, равномерно распределенной по поверхности единичной полусферы. В силу гипотезы о ламинарности течения данное направление вектора соответствует зенитному углу $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ (рис. 1, А).

Двумерная плотность распределения случайной точки на единичной

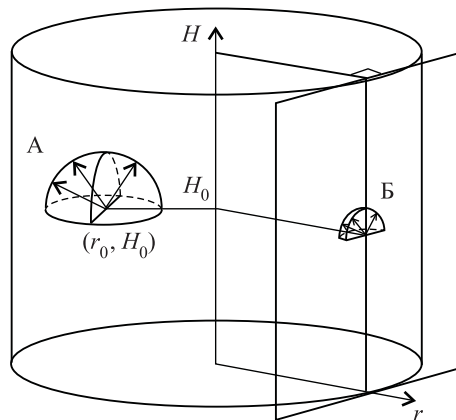


Рис. 1. Общие (цилиндрические) координаты и локальные (сферические) координаты

А – частица внутри области; Б – частица на границе области

полусфере в сферических координатах (φ, θ) : $0 \leq \varphi \leq \pi/2, 0 \leq \theta \leq 2\pi$ имеет вид $P(\varphi, \theta)d\varphi d\theta = \frac{\sin\varphi d\varphi d\theta}{2\pi}$. Интегрируя по азимутальному углу θ , получаем

$$P_\varphi(\varphi) = \sin\varphi. \text{ В свою очередь } P_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi}. \text{ Так как } P(\varphi, \theta) = P_\varphi(\varphi)P_\theta(\theta), \text{ то } \varphi$$

и θ – независимые случайные величины. С помощью интегрирования $P_\varphi(\varphi)$ запишем уравнение для нахождения функции распределения случайной величины φ с целью дальнейшего «разыгрывания» зенитного угла φ

$$\cos\varphi = R_{[0,1]}, \quad (1)$$

где $R_{[0,1]}$ – равномерно распределенное на отрезке $[0,1]$ случайное число.

С помощью интегрирования $P_\theta(\theta)$ получим уравнение для нахождения функции распределения азимутального угла θ

$$\theta = 2\pi R_{[0,1]}. \quad (2)$$

Если при расчете новых координат частица примеси выходит за пределы моделируемой области, то с заданной вероятностью P_G принимается реализация прилипания к стенке. В случае реализации противоположного события вычисляются новые координаты частицы с учетом движения внутрь области. При этом случайный вектор направления движения будет соответствовать случайной точке, равномерно распределенной по поверхности единичной сферы, с учетом наличия границы и его преимущественного движения вверх (рис. 1, Б). Совместная плотность распределения случайной точки на единичной сфере в сферических координатах (φ, θ) с учетом ограничений по углам: $0 \leq \varphi \leq \pi/2, \pi/2 \leq \theta \leq 3\pi/2$ примет вид $P(\varphi, \theta)d\varphi d\theta = \frac{\sin\varphi d\varphi d\theta}{\pi}$. Определяющими уравнениями для нахождения соответствующих функций распределения случайных величин φ и θ здесь будут:

$$\cos\varphi = R_{[0,1]}, \quad \theta = \pi R_{[0,1]}. \quad (3)$$

Полученные соотношения (1)–(3) для азимутального и зенитного угла позволяют вычислить новые координаты частицы в общей цилиндрической системе координат:

$$H_1 = H_0 + \lambda_s \cos\varphi, \quad (4)$$

$$r_1 = \sqrt{r_0^2 + (\lambda_s \sin\varphi)^2 + 2r_0 \lambda_s \sin\varphi \cos\theta}, \quad (5)$$

где H_1 и r_1 – высота и радиус очередного взаимодействия пробной частицы, λ_s – среднестатистическая длина свободного пробега с учетом соответствующих параметров взвешенного слоя.

Модель нестационарных пульсаций зерен загрузочной массы. Автоколебательное движение частиц контактной массы в вертикальном канале описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений [9]:

$$m \frac{du}{dt} = -mg + \rho_0 V g - F_c, \quad (6)$$

$$\frac{dx}{dt} = u,$$

где введены обозначения: $F_c = 6\pi\mu Rv$ – сила сопротивления вязкой жидкости по закону Стокса;

$v = u - U$ – относительная скорость;

U – скорость несущего потока очищаемой воды;

m – масса частицы;

R – радиус частицы;

$V = (4/3)\pi R^3$ – ее объем;

ρ_0 – плотность воды;

μ – коэффициент вязкости.

Нестационарный колебательный процесс, в котором участвует частица, обусловлен столкновениями и обменом импульсами с соседними в вертикальном канале частицами фильтрующего слоя. При движении вверх ставятся начальные условия:

$$x(0) = 0, \quad u(0) = u_0. \quad (7)$$

Предполагается, что если в некоторый момент t_0 частица при скорости u_1 сталкивается с соседней, то происходит центральное отражение (абсолютно упругое, либо с частичной потерей скорости). Для последующего участка движения в противоположном направлении начальные условия принимают вид:

$$x(t_0) = L, \quad u(t_0) = -u_1. \quad (8)$$

Пульсационное движение частицы реализуется на участке $[0, L]$, величина которого выбирается с учетом того, что из эксперимента известно увеличение высоты столба контактной массы при взвешивании ее потоком очищаемой воды, поэтому L составляет примерно 10 % от размеров частицы.

При движении частицы фильтрующего слоя вниз в связи с резким изменением (увеличением) числа Рейнольдса происходит явление, известное под названием «кризис сопротивления» [12]. Точка отрыва пограничного слоя смещается вниз по потоку, в результате чего заметно снижается сопротивление тела при его движении в вязкой жидкости.

Интегрирование системы дифференциальных уравнений (6) с начальными условиями (7, 8) дает возможность получения графиков изменения фазовых переменных автоколебательного движения зерен контактной массы, представленных на рис. 2, 3.

Обсуждение результатов. Совместное применение вероятностной модели (1)–(5) блуждания частицы примеси в восходящем потоке, «взвешивающем» расширенный слой контактной массы, и дифференциальной модели (6)–(8) нестационарных пульсаций зерен контактной массы позволяет построить общую связанную (замкнутую) математическую модель процесса

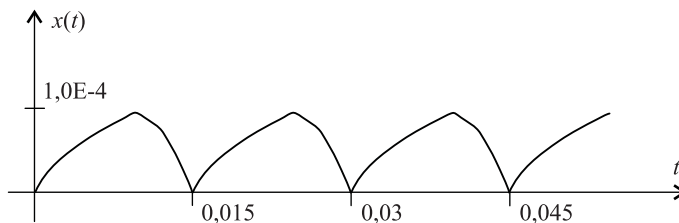


Рис. 2. Вертикальные пульсации зерна загрузки

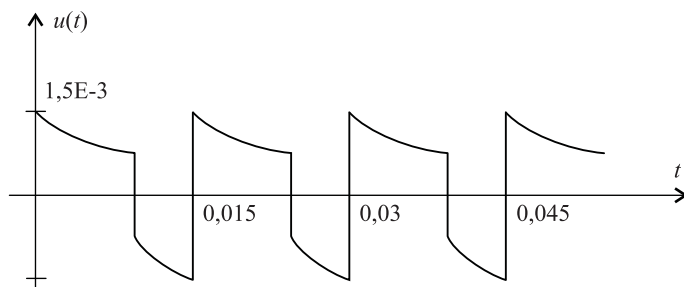


Рис. 3. Автоколебания вертикальной скорости

фильтрации водных растворов в реакторах-осветлителях. Важнейшими факторами, влияющими на решение совместной задачи, являются параметры пространственной локализации зерен загрузки, а также изменение их размеров при налипании примеси. Определение этих параметров обеспечивает адекватность оценки для величины λ_s – среднестатистической длины свободного пробега, используемой в соотношениях (4), (5). В свою очередь поведение частиц примеси с учетом их концентрации и налипания дает возможность скорректировать соответствующие свойства и характеристики псевдоожиженного слоя.

Заключение. В работе предложена и обоснована математическая модель функционирования фильтрующих компонент установок для осветления водных суспензий. На основе стохастического моделирования (метод Монте-Карло) построены функции распределения и их плотности для азимутального и зенитного угла в сферической системе координат, необходимые для «разыгрывания» траекторий частиц примеси, ограниченных по горизонтали. С помощью системы обыкновенных дифференциальных уравнений получены графики зависимостей фазовых переменных от времени, что дает возможность оценить основные характеристики автоколебательных движений в расширенном слое контактной массы. Совместное применение стохастической и дифференциальной модели позволит получить уточненные оценки параметров и определить оптимальные режимы работы фильтров реакторов-осветлителей с использованием эффекта псевдоожижения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Войтов Е.Л., Сколубович Ю.Л. Подготовка питьевой воды из поверхностных источников с повышенным природным и антропогенным загрязнением: Моногр. Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2010. 217 с.
2. Айнштейн В.Г., Баскаков А.П., Берг Б.В. и др. Псевдоожижение. М.: Химия, 1991. 398 с.
3. Zhang W., Johnsson F., Lecner B. Time-dependent behavior of particle flow in CFD boilers // Proc. of Tenth Engng. Found. Conf. on Fluidization, Beijing, China, May 20–25, 2001. P. 253–260.
4. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: ООО ТИД «Альянс», 2005. 753 с.
5. Никифоров А.И., Никаньшин Д.П. Перенос частиц двухфазным фильтрационным потоком // Математическое моделирование. 1998. Т. 10, № 6. С. 42–52.
6. Пирумов У.Г., Гидаспов В.Ю., Даниелян А.А., Иванов И.Э., Крюков И.А., Муслеев А.В. Численный анализ двухфазного течения в газодинамическом фильтре // Математическое моделирование. 1998. Т. 10, № 11. С. 19–28.

7. Сколубович Ю.Л., Бойко О.А., Зеркаль С.М., Рогазинский С.В., Войтов Е.Л., Сколубович А.Ю. Численное моделирование процесса очистки водных растворов в псевдооживленном слое контактной массы // Изв. вузов. Строительство. 2012. № 7-8. С. 38–44.
8. Тодес О.М., Цитович О.Б. Аппараты с кипящим зернистым слоем. М.: Химия, 1981. 296 с.
9. Сколубович Ю.Л., Соппа М.С., Синеева Н.В., Сколубович А.Ю. Гидравлические характеристики реактора-осветлителя с учетом пульсаций частиц контактной массы // Журнал СФУ. Техника и технологии. 2017. Т. 10, № 1. С. 36–43.
10. Тупоногов В.Г., Рыжков А.Ф., Баскаков А.П., Обожин О.А. Релаксационные автоколебания в псевдооживленном слое // Теплотехника и аэромеханика. 2008. Т. 15, № 4. С. 643–657.
11. Skolubovich Yu.L., Soppa M.S., Volkov D.D., Gogina E.S. Numerical modeling of reactor clarifier characteristics, taking into account the nonstationary motion of the loading particles // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2018. No. 456.
12. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 848 с.

Сколубович Юрий Леонидович, д-р техн. наук, проф.

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)

Соппа Михаил Сергеевич, д-р физ.-мат. наук, проф.

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)

Чиркунов Юрий Александрович, д-р физ.-мат. наук, доц.

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)

Зеркаль Сергей Михайлович, д-р техн. наук, проф.

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)

Получено 16.03.2020

Skolubovich Yuriy Leonidovich, DSc, Professor

Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin), Russia

Soppa Mikhail Sergeevich, DSc, Professor

Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin), Russia

Chirkunov Yuriy Alexandrovich, DSc, Ass. Professor

Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin), Russia

Zerkal Sergey Mikhailovich, DSc, Professor

Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin), Russia

MATHEMATICAL MODEL OF THE FILTRATION PROCESS OF WATER SOLUTIONS IN AN EXPANDED LAYER OF LOADING

The article discusses a physical and mathematical model of the interaction of particles of the contact mass and particles of impurities in the process of filtration using a fluidized layer. The influence of non-stationary pulsations of loading grains is taken into account. Statistical-probabilistic modeling of a random trajectory of an impurity particle in the upward flow of the suspension being purified has been carried out. A system of differential equations describing the occurrence of self-oscillatory motion of the granular component of the clarifier reactor is obtained. The stages of statistical and differential modeling are essentially related to each other through the main parameters: the free path of the impurity particle and the change in the geometric size of the loading grains when the impurity adhesion.

Key words: modeling, fluidized layer, the grain loading, self-oscillation, reactor-clarifier.

REFERENCES

1. Voytov E.L., Skolubovich Yu.L. Podgotovka pit'evoy vody iz poverkhnostnykh istochnikov s povyshennym prirodnyim i antropogennym zagryazneniem [Drinking water from surface sources with a high natural and anthropogenic pollution]. Novosibirsk: NGASU (Sibstrin), 2010. 217 p. (in Russian)
2. Aynshteyn V.G., Baskakov A.P., Berd B.V. et al. Psevdoozhizhenie [Fluidization]. Moscow, 1991. 398 p. (in Russian)
3. Zhang W., Johnson F., Lecner B. Time-dependent behavior of particle flow in CFD boilers. Proc. of Tenth Engng. Found. Conf. on Fluidization, Beijing, China, May 20–25, 2001. Pp. 253–260.
4. Kasatkin A.G. Osnovnye protsessy i apparaty khimicheskoy tekhnologii [Basic processes and devices of chemical technology]. Moscow, 2005. 753 p. (in Russian)
5. Nikiforov A.I., Nikan'shin D.P. Perenos chastits dvukhfaznym fil'tratsionnym potokom [Transportation of Particles in Two-phase Filtration Flow]. Matematicheskoe modelirovanie [Mathematical Modeling]. 1998. Vol. 10, No. 6. Pp. 42–52. (in Russian)
6. Pirumov U.G., Gidaspov V.Yu., Danilyan A.A., Ivanov I.E., Kryukov I.A., Muslaev A.V. Chislenny analiz dvukhfaznogo techeniya v gazodinamicheskom fil'tre [Numerical Analysis of Two-Phase Flow in Gasdynamic Filter]. Matematicheskoe modelirovanie [Mathematical Modeling]. 1998. Vol. 10, No. 11. Pp. 19–28. (in Russian)
7. Skolubovich Yu.L., Boyko O.A., Zerkal' S.M., Rogazinskiy S.V., Voytov E.L., Skolubovich A.Yu. Chislennoe modelirovanie protsessa oчитki vodnykh rastvorov v psevdoozhizhennom sloe kontaktnoy massy [Numerical modeling of the process peelings water solution in pseudo-liquefaction layer of the contact mass]. Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2012. No. 7-8. Pp. 38–44. (in Russian)
8. Todes O.M., Tsitovich O.B. Apparaty s kipyashchim zernistym sloem [Devices with a fluidized granular layer]. Moscow, 1981. 296 p. (in Russian)
9. Skolubovich Yu.L., Soppa M.S., Sineeva N.V., Skolubovich A.Yu. Gidravlicheskie kharakteristiki reaktora-osvetlitelya s uchetom pul'satsiy chastits kontaktnoy massy [The hydraulic characteristics of the reactor-clarifier including ripple contact mass particles]. Zhurnal SFU. Tekhnika i tekhnologiya [J. Sib. Fed. Univ. Eng. technol.]. 2017. Vol. 10, No. 1. Pp. 36–43. DOI: 10.17516/1999-494X-2017-10-1-36-43. (in Russian)
10. Tuponogov V.G., Ryzhkov A.F., Baskakov A.P., Obozhin O.A. Relaksatsionnye avtokolebaniya v psevdoozhizhennom sloe [Relaxation oscillations in a fluidized layer]. Teplotekhnika i aeromekhanika [Heat and Aeromechanics]. 2008. Vol. 15, No. 4. Pp. 643–657. (in Russian)
11. Skolubovich Yu.L., Soppa M.S., Volkov D.D., Gogina E.S. Numerical modeling of reactor clarifier characteristics, taking into account the nonstationary motion of the loading particles. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2018. No. 456.
12. Loytsyanskiy L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza [Fluid and Gas Mechanics]. Moscow, 1973. 848 p. (in Russian)