
НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

SECTION OF SCIENTIFIC METHODOLOGY

Известия вузов. Строительство. 2023. № 3. С. 95–109.

ISSN 0536-1052

News of Higher Educational Institutions. Construction. 2023; (3): 95–109.

ISSN 0536-1052

Научная статья

УДК 697.442.8.001.24

DOI: 10.32683/0536-1052-2023-771-3-95-109

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ТЕЧЕНИИ ВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ В ЗМЕЕВИКОВЫХ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТАХ ТИПА «ТРУБА В ТРУБЕ»

Яков Давидович Золотонос¹, Екатерина Константиновна Вачагина²

¹Казанский государственный архитектурно-строительный университет,
Казань, Россия

²Казанский научный центр Российской академии наук, Казань, Россия

Аннотация. Рассматривается теплообмен при турбулентных течениях вязких каплевидных жидкостей в инновационных теплообменных аппаратах змеевикового типа «труба в трубе». Процессы теплопереноса описываются на основе дифференциального уравнения, моделирующего изменение температур теплоносителей по длине змеевиковых труб с учетом влияния на теплоперенос центробежных сил. Получена аналитическая формула зависимости температур теплоносителей на выходе из теплообменника от режимных параметров и геометрии аппарата. Приведены расчеты для цилиндрических и конических теплообменных аппаратов.

Ключевые слова: теплообмен, теплоперенос, теплообменный аппарат, змеевик, температура теплоносителей, коэффициент теплопередачи

Для цитирования: Золотонос Я.Д., Вачагина Е.К. Аналитическое решение задачи теплообмена при течении вязких жидкостей в змеевиковых теплообменных аппаратах типа «труба в трубе» // Известия вузов. Строительство. 2023. № 3. С. 95–109. DOI: 10.32683/0536-1052-2023-771-3-95-109.

Original article

ANALYTICAL SOLUTION OF THE HEAT EXCHANGE PROBLEM DURING THE FLOW OF VISCOUS LIQUIDS IN COIL HEAT EXCHANGERS OF THE "PIPE IN A PIPE" TYPE

Yakov D. Zolotonosov¹, Ekaterina K. Vachagina²

¹Kazan State University of Architecture and Engineering, Kazan, Russia

²Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, Kazan, Russia

Abstract. Heat exchange under turbulent flows of viscous droplet liquids in innovative coil-type heat exchangers "pipe in pipe" is considered. The heat transfer

processes are described on the basis of a differential equation modeling the temperature change of heat carriers along the length of the coil pipes, taking into account the influence of centrifugal forces on heat transfer. An analytical formula for the dependence of the temperatures of the heat carriers at the outlet of the heat exchanger on the operating parameters and geometry of the apparatus is obtained. Calculations for cylindrical and conical heat exchangers are given.

Keywords: heat exchange, heat transfer, heat exchanger, coil, temperature of heat carriers, heat transfer coefficient

For citation: Zolotonosov Ya.D., Vachagina E.K. Analytical solution of the problem of heat exchange during the flow of viscous liquids in coil heat exchangers of the "pipe in a pipe" type. *News of Higher Educational Institutions. Construction.* 2023; (3): 95–109. (In Russ.). DOI: 10.32683/0536-1052-2023-771-3-95-109.

Введение. Змеевиковые теплообменные аппараты широко применяются на практике в качестве прямоточных погружных аппаратов [1]. Однако общеизвестно, что противоточные теплообменные аппараты более эффективны по сравнению с прямоточными.

Кроме того, в работах [1–12] змеевиковые теплообменные аппараты типа «труба в трубе» хорошо зарекомендовали себя на практике по сравнению с кожухотрубчатыми и пластинчатыми теплообменными аппаратами. Природа интенсификации теплообменных процессов в них определяется наличием вторичных течений в поперечном сечении труб, возникающих под действием центробежных сил, обусловленных геометрией закрученных по винтовой спирали теплообменных элементов.

В [4] предложен теплообменный аппарат конического типа с плавно изменяющимся радиусом изгиба винтовой спирали. Конструктивная особенность таких аппаратов позволяет интенсифицировать процесс теплообмена, сопровождаемый ростом коэффициента теплопередачи и температур теплоносителей на выходе из теплообменника.

Следует особо подчеркнуть, что змеевиковые теплообменные аппараты отлично проявили себя в качестве секционных водоподогревателей в системе индивидуального теплого пункта [3], что предполагает их перспективное применение для нужд жилищно-коммунальных хозяйств и в строительстве.

Вариант инженерного расчета цилиндрического змеевикового аппарата типа «труба в трубе» с целью определения геометрических размеров широко описан в отечественной и зарубежной литературе [2]. Однако для фиксированных значений площади теплообменной поверхности и изменяющегося радиуса изгиба винтовой спирали в литературе известны только итерационные расчетные процедуры [13], оформленные в виде программных модулей.

Постановка задачи. Одним из самых распространенных видов инженерного расчета теплообменных аппаратов является поверочный расчет [13]. Цель такого подхода – определение теплового потока, передаваемого через теплообменную поверхность аппарата, а также температуры теплоносителей на выходе из него. В качестве исходных данных считаются заданными геометрия теплообменного аппарата, схема движения теплоносителей, их физические свойства, расходы и температура.

Применяются поверочные расчеты для подтверждения соответствия расчетных данных нормативным значениям и возможности применения конкретных теплообменных аппаратов для получения необходимых характеристик теплообменных процессов в них на практике. Основой для теплового расчета являются уравнения теплового баланса и закон теплопередачи. Однако при использовании закона теплопередачи средний температурный напор для аппаратов «жидкость-жидкость» вычисляется в зависимости от величин максимальной и минимальной разности температур, которые неизвестны (температура одного из теплоносителей на выходе определяется из уравнения теплового баланса через значение температуры другого теплоносителя на выходе, которая неизвестна заранее). Все это приводит при заданных значениях площадей теплообменных поверхностей к необходимости итераций по значению температуры одного из теплоносителей на выходе, что значительно усложняет инженерный расчет. Кроме того, при использовании змеевиковых теплообменных аппаратов с изменяющимся радиусом изгиба винтовой спирали сами значения коэффициентов теплоотдачи в трубах змеевиковых каналов меняются по длине в зависимости от значений этого радиуса. Следовательно, характер изменения температуры теплоносителей по длине труб в этом случае отличается от случая приблизительно постоянного среднего значения коэффициента теплопередачи, который приводит к чисто экспоненциальному распределению температур теплоносителей по поверхности теплообмена. Этот характер распределения температур может быть получен в качестве частного случая аналитического решения задачи о теплообмене при турбулентных течениях в змеевиковых теплообменных аппаратах типа «труба в трубе». Полученное в настоящей работе распределение температуры одного из теплоносителей по длине теплообменной поверхности содержит интегралы и подынтегральные выражения, содержащие изменяющиеся по длине коэффициент теплопередачи и геометрические характеристики змеевиковых труб.

Отметим, что в настоящей работе интенсификация теплообмена за счет наличия вторичных потоков в поперечном сечении теплообменных труб оценивается с помощью коэффициента Иешке [14].

Коэффициент теплопередачи в рассматриваемом аппарате «жидкость-жидкость» определяется по формуле

$$K(t_c, t_h, \tau) = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_c(\tau)\alpha_c(t_c)d_{in}} + \frac{\ln(d_{ou}/d_{in})}{2\lambda_w} + \frac{1}{\alpha_h(t_h)D_h}},$$

где d_{in} и d_{ou} – внутренний и внешний диаметр теплообменных труб;

D_h – эквивалентный диаметр межтрубного пространства;

λ_w – коэффициент теплопроводности материала стенок труб;

$\alpha_c(t_c)$, $\alpha_h(t_h)$ – коэффициенты теплоотдачи со стороны холодного и горячего теплоносителей;

t_c , t_h – температуры холодного и горячего теплоносителей соответственно;

$\varepsilon_c(\tau) = \left(1 + \frac{3,54d_{in}}{2\rho(\tau)}\right)$ – коэффициент Иешке, учитывающий увеличение коэф-

коэффициента теплоотдачи за счет наличия вторичных потоков в поперечном сечении теплообменных труб;

$\rho(\tau)$ – радиус кривизны центральной винтовой линии змеевикового теплообменного аппарата;

τ – параметр кривой центральной винтовой линии змеевикового теплообменного аппарата.

Как уже отмечалось, в большинстве распространенных на практике случаев для теплообменных аппаратов «жидкость-жидкость» с постоянным радиусом кривизны винтовой спирали значения коэффициентов теплоотдачи слабо меняются в процессе нагрева или охлаждения жидкости. Поэтому коэффициент теплопередачи для теплообменных аппаратов с изменяющимся радиусом кривизны винтовой спирали зависит от параметра кривой, который с учетом поправочного коэффициента Иешке будет иметь вид

$$K(\tau) = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_c(\tau)\alpha_c d_{in}} + \frac{\ln(d_{ou}/d_{in})}{2\lambda_w} + \frac{1}{\alpha_h d_h}},$$

где $\overline{\alpha_c}$, $\overline{\alpha_h}$ – средние коэффициенты теплоотдачи со стороны холодного и горячего теплоносителей.

Отметим, что в межтрубном пространстве вторичные потоки, образующиеся под действием центробежных сил, слабо проявляют себя вследствие эффектов торможения их на поверхности внутренних труб. В результате этого увеличением коэффициента теплоотдачи со стороны горячего теплоносителя можно пренебречь.

Коэффициенты теплоотдачи для жидкости, движущейся в змеевиковых трубах при турбулентном режиме движения, рассчитываются по формулам:

$$\overline{\alpha_c} = \frac{\overline{Nu}_c \lambda_f}{d_{in}}, \quad \overline{\alpha_h} = \frac{\overline{Nu}_h \lambda_f}{d_{ou}}.$$

Изменение температуры нагреваемой среды по длине теплообменных труб может быть выражено с помощью соотношения, которое является обобщением уравнения теплопередачи

$$\frac{dt_c}{dl} = \frac{\pi K(\tau)(t_h - t_c)}{G_c c_{pf}}, \quad (1)$$

где G_c – расход холодного теплоносителя;

c_{pf} – теплоемкость холодного и горячего теплоносителей;

l – текущая длина трубы холодного теплоносителя.

В этом выражении присутствует неизвестное значение текущей температуры горячего теплоносителя t_h , выраженное через температуру холодного теплоносителя t_c и определяемое из уравнения теплового баланса

$$t_h = \frac{n G_c c_{pf}}{G_h c_{pf}} t_c - \frac{n G_c c_{pf}}{G_h c_{pf}} t_{cou} + t_{hin},$$

где G_h – расход горячего теплоносителя;

t_{hin} – температура горячего теплоносителя на входе в аппарат;

t_{cou} – неизвестная температура холодного теплоносителя на выходе из аппарата. Тогда (1) представим в виде

$$\frac{dt_c}{dl} = \frac{\pi K(\tau) \left(\frac{nG_c c_{pf}}{G_h c_{pf}} t_c - \frac{nG_c c_{pf}}{G_h c_{pf}} t_{cou} + t_{hin} - t_c \right)}{G_c c_{pf}}. \quad (2)$$

Для практического использования уравнения (2) необходимо задать уравнение центральной винтовой линии в параметрическом виде

$$\mathbf{r}(t) = \begin{cases} x(\tau) = M(\tau) \cos \tau, \\ y(\tau) = M(\tau) \sin \tau, \\ z(\tau) = b\tau, \end{cases} \quad (3)$$

где $M(\tau)$ – текущий радиус винтовой линии – расстояние от оси винтовой линии до произвольной точки с параметром τ ;

$b = \frac{H}{\tau_{max}}$ – шаг винтовой линии;

H – высота аппарата;

$\tau_{max} = 2\pi m$ – радианная мера числа витков змеевикового аппарата;

m – число витков змеевикового аппарата.

В результате ряда преобразований определим радиус кривизны центральной винтовой линии аппарата [15]

$$\rho(\tau) = \frac{(\sqrt{(dM(\tau)/d\tau)^2 + (M(\tau))^2 + b^2})^3}{\sqrt{\left(\left(\frac{d^2 M}{d\tau^2} - M \right)^2 + 4 \left(\frac{dM}{d\tau} \right)^2 \right) b^2 + \left(2 \left(\frac{dM}{d\tau} \right)^2 + M^2 - \frac{d^2 M}{d\tau^2} M \right)^2}}. \quad (4)$$

Найдем элемент длины дуги кривой, заданной в параметрической форме, для кривой (3) [15]

$$dl = \sqrt{(dM(\tau)/d\tau)^2 + (M(\tau))^2 + b^2} d\tau, \quad (5)$$

а длину труб аппарата рассчитаем по формуле

$$L = \int_0^1 dl = \int_0^{\tau_{max}} \sqrt{(dM(\tau)/d\tau)^2 + (M(\tau))^2 + b^2} d\tau. \quad (6)$$

Подставляя (4) в (2), получим обыкновенное дифференциальное уравнение для нахождения температуры нагреваемой воды t_c как функции параметра центральной линии и значения этой температуры на выходе из аппарата

$$\frac{dt_c}{d\tau} = \frac{\sqrt{(dM(\tau)/d\tau)^2 + (M(\tau))^2 + b^2} \pi K(\tau) \left(\frac{nG_c c_{pf}}{G_h c_{pf}} t_c - \frac{nG_c c_{pf}}{G_h c_{pf}} t_{cou} + t_{hin} - t_c \right)}{G_c c_{pf}}. \quad (7)$$

Выражение (7) – линейное обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. Решаем его

$$\frac{dt_c}{d\tau} - \frac{l(\tau)\pi K(\tau)\left(\frac{nG_c}{G_h} - 1\right)t_c}{G_c c_{pf}} = \frac{l(\tau)\pi K(\tau)\left(t_{hin} - \frac{nG_c}{G_h}t_{cou}\right)}{G_c c_{pf}},$$

где $l(\tau) = \sqrt{(dM(\tau)/d\tau)^2 + (M(\tau))^2 + b^2}$,

приводим уравнение (7) к окончательному варианту

$$\frac{dt_c}{d\tau} + p(\tau)t_c = f(\tau), \quad (8)$$

$$\text{где } p(\tau) = -\frac{l(\tau)\pi K(\tau)\left(\frac{nG_c}{G_h} - 1\right)}{G_c c_{pf}}, \quad f(\tau) = \frac{l(\tau)\pi K(\tau)\left(t_{hin} - \frac{nG_c}{G_h}t_{cou}\right)}{G_c c_{pf}}. \quad (9)$$

Решение (8) запишем в виде

$$t_c(\tau) = e^{-\int_0^\tau p(\xi)d\xi} \left(\int_0^\tau f(\eta)e^{\int_0^\eta p(\xi)d\xi} d\eta + t_{cin} \right). \quad (10)$$

После подстановки (9) в (10) имеем

$$t_c(\tau) = e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c}{G_h} - 1\right)}{G_c c_{pf}} \int_0^\tau l(\xi)K(\xi)d\xi} \left(\frac{\pi t_{hin}}{G_c c_{pf}} \int_0^\tau l(\eta)K(\eta)e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c}{G_h} - 1\right)}{G_c c_{pf}} \int_0^\eta l(\xi)K(\xi)d\xi} d\eta + t_{cin} \right) -$$

$$-t_{cou} \left(\frac{\pi n}{G_h c_{pf}} e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c}{G_h} - 1\right)}{G_c c_{pf}} \int_0^\tau l(\xi)K(\xi)d\xi} \int_0^\tau l(\eta)K(\eta)e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c}{G_h} - 1\right)}{G_c c_{pf}} \int_0^\eta l(\xi)K(\xi)d\xi} d\eta \right). \quad (11)$$

Так как в (11) значение t_{cou} заранее неизвестно, выразим его из (11), записывая для значения параметра кривой на выходе холодного теплоносителя из аппарата $\tau = \tau_{max}$:

$$t_{cou} = \frac{\frac{\pi t_{hin}}{G_c c_{pf}} \int_0^{\tau_{max}} l(\eta)K(\eta)e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c}{G_h} - 1\right)}{G_c c_{pf}} \int_0^\eta l(\xi)K(\xi)d\xi} d\eta + t_{cin}}{e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c}{G_h} - 1\right)}{G_c c_{pf}} \int_0^{\tau_{max}} l(\xi)K(\xi)d\xi} + \frac{\pi n}{G_h c_{pf}} \int_0^{\tau_{max}} l(\eta)K(\eta)e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c}{G_h} - 1\right)}{G_c c_{pf}} \int_0^\eta l(\xi)K(\xi)d\xi} d\eta}. \quad (12)$$

Введем новую функцию $Y(\tau) = e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)\int_0^\tau l(\xi)K(\xi)d\xi}{G_c c_{pf}}}$ и после ряда преобразований получим

$$\begin{aligned} \frac{dY(\tau)}{d\tau} &= e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)\int_0^\tau l(\xi)K(\xi)d\xi}{G_c c_{pf}}} \left(-\frac{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)l(\tau)K(\tau)}{G_c c_{pf}} \right) = \\ &= Y(\tau) \left(-\frac{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)l(\tau)K(\tau)}{G_c c_{pf}} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Тогда из (13)

$$l(\tau)K(\tau) = -\frac{G_c c_{pf}}{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)} \frac{dY(\tau)}{d\tau} Y(\tau). \quad (14)$$

Подставим (14) в выражение $\int_0^{\tau_{\max}} l(\eta)K(\eta)e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)\int_0^\eta l(\xi)K(\xi)d\xi}{G_c c_{pf}}} d\eta$ из (12):

$$\begin{aligned} \int_0^{\tau_{\max}} l(\eta)K(\eta)e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)\int_0^\eta l(\xi)K(\xi)d\xi}{G_c c_{pf}}} d\eta &= \int_0^{\tau_{\max}} -\frac{G_c c_{pf}}{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)} \frac{dY(\eta)}{d\eta} Y(\eta) d\eta = \\ &= -\frac{G_c c_{pf}}{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)} \int_0^{\tau_{\max}} \frac{dY(\eta)}{d\eta} d\eta = -\frac{G_c c_{pf}}{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)} (Y(\tau_{\max}) - 1), \text{ так как } Y(0) = 1. \end{aligned}$$

И (12) примет вид

$$t_{cou} = t_{hin} \frac{\left(e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)\int_0^{\tau_{\max}} l(\xi)K(\xi)d\xi}{G_c c_{pf}}} - 1 - \left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right) \frac{t_{cin}}{t_{hin}} \right)}{e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)\int_0^{\tau_{\max}} l(\xi)K(\xi)d\xi}{G_c c_{pf}}} - \frac{nG_c}{G_h}}. \quad (15)$$

Подставляя (14) в выражение $\int_0^\tau l(\eta)K(\eta)e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)\eta}{G_c c_{pf}} \int_0^\eta l(\xi)K(\xi)d\xi} d\eta$ из (11),

будем иметь

$$\begin{aligned} \int_0^\tau l(\eta)K(\eta)e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)\eta}{G_c c_{pf}} \int_0^\eta l(\xi)K(\xi)d\xi} d\eta &= \int_0^\tau -\frac{G_c c_{pf}}{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)} \frac{dY(\eta)}{Y(\eta)} Y(\eta) d\eta = \\ &= -\frac{G_c c_{pf}}{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)} \int_0^\tau \frac{dY(\eta)}{d\eta} d\eta = -\frac{G_c c_{pf}}{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)} (Y(\tau)-1) = \\ &= -\frac{G_c c_{pf}}{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)} \left(e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)\tau}{G_c c_{pf}} \int_0^\tau l(\xi)K(\xi)d\xi} - 1 \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Тогда (11) после подстановки в него (16) примет вид

$$\begin{aligned} t_c(\tau) &= \frac{t_{hin} G_h}{(nG_c - G_h)} \left(e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)\tau}{G_c c_{pf}} \int_0^\tau l(\xi)K(\xi)d\xi} - 1 \right) + t_{cin} e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)\tau}{G_c c_{pf}} \int_0^\tau l(\xi)K(\xi)d\xi} - \\ &- t_{cou} \frac{nG_c}{(nG_c - G_h)} \left(e^{-\frac{\pi\left(\frac{nG_c-1}{G_h}\right)\tau}{G_c c_{pf}} \int_0^\tau l(\xi)K(\xi)d\xi} - 1 \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, распределение температуры холодного теплоносителя по длине теплообменных труб вычисляется по формуле (17), где t_{cou} определяется с помощью (15).

Для частного случая с постоянным значением диаметра змеевика выполняются условия:

$$\begin{aligned} l(\eta) &= \sqrt{(M_0)^2 + b^2} = l_0 = \text{const}, \\ \rho(\tau) &= \rho_0 = \frac{(\sqrt{(M_0)^2 + b^2})^3}{\sqrt{(M_0)^2 b^2 + (M_0)^4}} = \frac{(M_0)^2 + b^2}{M_0} = \text{const}, \\ \varepsilon_c(\tau) &= \varepsilon_{c0} = \left(1 + \frac{3,54 d_{in}}{2\rho_0} \right) = \text{const}, \end{aligned}$$

$$K(\eta) = K_0 = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{c0}\alpha_c d_{in}} + \frac{\ln(d_{ou}/d_{in})}{2\lambda_w} + \frac{1}{\alpha_h d_h}} = \text{const.}$$

Тогда в следующем выражении можно найти распределение температуры холодного теплоносителя по длине теплообменных труб:

$$t_c(\tau) = \left(\frac{t_{hin} G_h}{(nG_c - G_h)} + t_{cin} - t_{cou} \frac{nG_c}{(nG_c - G_h)} \right) e^{\frac{\pi \left(\frac{nG_c - 1}{G_h} \right)}{G_c c_{pf}} l_0 K_0 \tau} + t_{cou} \frac{nG_c}{(nG_c - G_h)} - t_{hin} \frac{G_h}{(nG_c - G_h)}, \quad (18)$$

где

$$t_{cou} = t_{hin} \frac{\left(e^{-\frac{\pi \left(\frac{nG_c - 1}{G_h} \right)}{G_c c_{pf}} l_0 K_0 \tau_{\max}} - 1 - \left(\frac{nG_c - 1}{G_h} \right) \frac{t_{cin}}{t_{hin}} \right)}{e^{-\frac{\pi \left(\frac{nG_c - 1}{G_h} \right)}{G_c c_{pf}} l_0 K_0 \tau_{\max}} - \frac{nG_c}{G_h}}. \quad (19)$$

Приведем также полученную аналогично формулу для распределения температуры холодного теплоносителя для двухтрубного теплообменника типа «труба в трубе» [1]

$$t_c(x) = \left(\frac{t_{hin} G_h}{(nG_c - G_h)} + t_{cin} - t_{cou} \frac{nG_c}{(nG_c - G_h)} \right) e^{\frac{\pi \left(\frac{nG_c - 1}{G_h} \right)}{G_c c_{pf}} K_{00} x} + t_{cou} \frac{nG_c}{(nG_c - G_h)} - t_{hin} \frac{G_h}{(nG_c - G_h)}, \quad (20)$$

где

$$t_{cou} = t_{hin} \frac{\left(e^{-\frac{\pi \left(\frac{nG_c - 1}{G_h} \right)}{G_c c_{pf}} K_{00} x_{\max}} - 1 - \left(\frac{nG_c - 1}{G_h} \right) \frac{t_{cin}}{t_{hin}} \right)}{e^{-\frac{\pi \left(\frac{nG_c - 1}{G_h} \right)}{G_c c_{pf}} K_{00} x_{\max}} - \frac{nG_c}{G_h}}, \quad (21)$$

x – расстояние от входа в теплообменник холодного теплоносителя до текущего значения длины теплообменной трубы;

Таблица 1. Физические свойства воды при средних температурах воды
Table 1. Physical properties of water at average water temperatures

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho_f, \text{кг/м}^3$	$c_f, \text{Дж/(кг}\cdot\text{K)}$	$\nu_f, \text{м}^2/\text{с}$	$\lambda_f, \text{Вт/(м}\cdot\text{K)}$
0	999,9	4212	$1,789 \cdot 10^{-6}$	0,551
20	998,2	4183	$1,006 \cdot 10^{-6}$	0,6
40	992,2	4174	$0,659 \cdot 10^{-6}$	0,635
60	983,2	4178	$0,478 \cdot 10^{-6}$	0,66
80	971,8	4195	$0,366 \cdot 10^{-6}$	0,676

x_{\max} – длина обычного теплообменника типа «труба в трубе»;

K_{00} – коэффициент теплопередачи для классического теплообменника типа «труба в трубе».

Результаты расчетов. В качестве примера приведем расчет для конического змеевикового теплообменного аппарата типа «труба в трубе».

1. Находим теплофизические свойства жидкости при расчетном среднеинтегральном значении в диапазоне температур от t_{cin} до t_{hin} :

$$\overline{\rho}_f = 992; \quad \overline{c}_f = 4180;$$

$$\overline{\lambda}_f = 0,63; \quad \overline{\nu}_f = 7,766 \cdot 10^{-6}.$$

Физические свойства воды при средних температурах приведены в табл. 1.

Коэффициент теплопроводности стальной стенки $\lambda_w = 22 \text{ Вт/(м}\cdot\text{K)}$.

2. Находим скорости потоков, кинематическую вязкость и другие теплофизические характеристики по таблицам для теплоносителей и стенки при их средних температурах.

Скорость горячего теплоносителя:

$$w_h = \frac{4G_h}{\pi \rho_f (D^2 - nd_{ou}^2)} = \frac{4 \cdot 0,398}{\pi 992 (0,03^2 - 1 \cdot 0,023^2)} = 1,38 \text{ м/с.}$$

Скорость холодного теплоносителя:

$$w_c = \frac{4G_c}{\pi \rho_f n d_{in}^2} = \frac{4 \cdot 0,265}{\pi 992 \cdot 1 \cdot 0,02^2} = 0,85 \text{ м/с.}$$

3. Находим эквивалентный диаметр межтрубного пространства

$$d_h = \frac{D^2 - nd_{ou}^2}{D + nd_{ou}} = \frac{0,03^2 - 1 \cdot 0,023^2}{0,03 + 1 \cdot 0,023} = 0,007 \text{ м.}$$

4. Находим средние числа Рейнольдса, Нуссельта и Прандтля для теплоносителей.

Число Рейнольдса рассчитывается следующим образом:

– для нагревающей (горячей) воды

$$\overline{\text{Re}}_h = \frac{w_h d_h}{\nu_f} = \frac{1,38 \cdot 0,007}{7,766 \cdot 10^{-7}} = 12 409;$$

– нагреваемой (холодной) воды

$$\overline{\text{Re}}_c = \frac{w_c d_{in}}{\nu_f} = \frac{0,85 \cdot 0,002}{7,766 \cdot 10^{-7}} = 21\,907.$$

Число Прандтля:

– для нагревающей (горячей) воды

$$\overline{\text{Pr}} = \frac{\nu_f \rho_f c_f}{\lambda_f} = \frac{7,77 \cdot 10^{-7} \cdot 992 \cdot 4180}{0,63} = 5,14.$$

Средние числа Нуссельта:

– для нагревающей (горячей) воды [16]

$$\begin{aligned} \overline{\text{Nu}}_h &= 0,017(\overline{\text{Re}}_h)^{0,8}(\overline{\text{Pr}})^{0,4} \left(\frac{D}{d_h} \right)^{0,18} = \\ &= 0,017 \cdot (12\,409)^{0,8} \cdot (5,14)^{0,4} \cdot \left(\frac{0,03}{0,007} \right)^{0,18} = 64; \end{aligned}$$

– для нагреваемой (холодной) воды

$$\begin{aligned} \overline{\text{Nu}}_c &= 0,021(\overline{\text{Re}}_c)^{0,8}(\overline{\text{Pr}})^{0,43} = \\ &= 0,021 \cdot (21\,907)^{0,8} \cdot (5,14)^{0,43} = 126. \end{aligned}$$

5. Находим средние коэффициенты теплоотдачи для теплоносителей:

– для нагревающей (горячей) воды

$$\alpha_h = \frac{\overline{\text{Nu}}_h \lambda_f}{d_h} = \frac{64 \cdot 0,63}{0,023} = 5786 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

– для нагреваемой (холодной) воды

$$\alpha_c = \frac{\overline{\text{Nu}}_c \lambda_f}{d_{in}} = \frac{126 \cdot 0,63}{0,02} = 3947 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

6. Находим коэффициент теплопередачи через теплообменную поверхность:

$$\begin{aligned} K(\tau) &= \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_c(\tau) \alpha_c d_{in}} + \frac{\ln(d_{ou}/d_{in})}{2\lambda_w} + \frac{1}{\alpha_h d_{ou}}} = \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_c(\tau) \cdot 3947 \cdot 0,02} + \frac{\ln(0,023/0,02)}{2 \cdot 22} + \frac{1}{5786 \cdot 0,023}} = \frac{1}{\frac{0,0127}{\varepsilon_c(\tau)} + 0,011}, \end{aligned}$$

где

$$\varepsilon_c(\tau) = \left(1 + \frac{3,54 d_{in}}{2\rho(\tau)} \right) = \left(1 + \frac{3,54 \cdot 0,02}{2\rho(\tau)} \right) = \left(1 + \frac{0,0354}{\rho(\tau)} \right);$$

$$\rho(\tau) = \frac{(\sqrt{(dM(\tau)/d\tau)^2 + (M(\tau))^2 + b^2})^3}{\sqrt{\left(M^2 + 4\left(\frac{dM}{d\tau}\right)^2\right)b^2 + \left(2\left(\frac{dM}{d\tau}\right)^2 + M^2\right)^2}} =$$

$$\frac{\left(\sqrt{\left(\frac{D_2 - D_1}{2t_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{D_1}{2} + \frac{D_2 - D_1}{2t_{\max}}\tau\right)^2 + b^2}\right)^3}{\sqrt{\left(\left(\frac{D_1}{2} + \frac{D_2 - D_1}{2t_{\max}}\tau\right)^2 + 4\left(\frac{D_2 - D_1}{2t_{\max}}\right)^2\right)b^2 + \left(2\left(\frac{D_2 - D_1}{2t_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{D_1}{2} + \frac{D_2 - D_1}{2t_{\max}}\tau\right)^2\right)^2}}$$

$$= \frac{(\sqrt{1,8253 \cdot 10^{-2} + 6,4458 \cdot 10^{-5} \tau + 5,6993 \cdot 10^{-8} \tau^2})^3}{\sqrt{3,3266 \cdot 10^{-4} - 2,3513 \cdot 10^{-6} \tau + 6,2338 \cdot 10^{-9} \tau^2 + 7,3473 \cdot 10^{-12} \tau^3 + 3,24822 \cdot 10^{-15} \tau^4}},$$

$$l(\tau) = \sqrt{1,8253 \cdot 10^{-2} + 6,4458 \cdot 10^{-5} \tau + 5,6993 \cdot 10^{-8} \tau^2},$$

$$b = H/t_{\max} = 5,252 \cdot 10^{-3}; \quad H = 1,1mD = 1,1 \cdot 30 \cdot 0,03 = 0,99 \text{ м.}$$

7. Находим температуру холодного теплоносителя на выходе из теплообменного аппарата согласно (15), где в подынтегральные выражения подставляем полученные в п. 6 настоящего раздела функции $l(\tau)$, $\rho(\tau)$, $\varepsilon_c(\tau)$, $K(\tau)$.

8. Находим распределение температуры холодного теплоносителя по длине теплообменных труб согласно (17), где в подынтегральные выражения подставляем полученные в п. 6 функции $l(\tau)$, $\rho(\tau)$, $\varepsilon_c(\tau)$, $K(\tau)$.

Расчеты проводились для цилиндрического и конического змеевиковых аппаратов типа «труба в трубе» и для двухтрубного теплообменника типа

Таблица 2. Исходные расчетные данные и результаты расчетов теплообменных аппаратов типа «труба в трубе»

Table 2. Initial design data and calculation results of “pipe-in-pipe” type heat exchangers

Характеристики аппарата	Цилиндрический змеевиковый теплообменник типа «труба в трубе»	Конический змеевиковый теплообменник типа «труба в трубе»	Двухтрубный (классический) теплообменник типа «труба в трубе»
1	2	3	4
Данные для расчетов			
Нагреваемый теплоноситель	Вода	Вода	Вода
Охлаждаемый теплоноситель	Вода	Вода	Вода
Общая длина труб l , мм	21 000	21 000	21 000
Внутренний диаметр змеевиковых труб d_{in} , мм	20	20	20
Число змеевиковых труб n , шт.	1	1	1

Окончание табл. 2

1	2	3	4
Толщина змеевиковых труб δ , мм	1,5	1,5	1,5
Внутренний диаметр внешней трубы D , мм	30	30	30
Число витков змеевикового теплообменника m , шт.	30	30	30
Высота теплообменника H , мм	990	990	–
Нижний диаметр змеевика D_1 , мм	225	270	–
Верхний диаметр змеевика D_2 , мм	225	180	–
Расход горячего теплоносителя G_h , кг/с	0,398	0,398	0,398
Расход холодного теплоносителя G_c , кг/с	0,265	0,265	0,265
Начальная температура горячего теплоносителя t_{hin} , °С	70	70	70
Начальная температура холодного теплоносителя t_{cin} , °С	5	5	5
Результаты расчетов			
Конечная температура горячего теплоносителя t_{hou} , °С	34	34	35
Конечная температура холодного теплоносителя t_{cou} , °С	58	60	57

«труба в трубе» для сравнения. Исходные данные и результаты расчетов сведены в табл. 2.

Выводы. Как показали расчеты, использование в работе змеевиковых теплообменных аппаратов типа «труба в трубе» с изменяющимся радиусом изгиба винтовой спирали позволяет при прочих равных условиях передавать через теплообменную поверхность большее количество тепла, чем в случае использования двухтрубного теплообменного аппарата типа «труба в трубе» с прямолинейными трубами [1]. При этом габаритные размеры теплообменного аппарата существенно (в 5–6 раз) уменьшаются. Использование змеевиковых теплообменных аппаратов типа «труба в трубе» на практике является весьма перспективным вследствие их повышенной эффективности и компактности. В большинстве случаев применение змеевиковых аппаратов дает выигрыш по температуре на выходе из теплообменника порядка 5–7 °С.

Полученные в настоящей работе аналитические решения в виде распределений температур теплоносителей по длине теплообменных труб впервые позволяют получать основные характеристики процессов переноса тепла для змеевиковых теплообменных аппаратов типа «труба в трубе» для любой геометрии изменения радиуса винтовой спирали.

Список источников

1. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. М., 1961. 832 с.

2. Золотоносков Я.Д., Вацагина Е.К., Золотоносков А.Я., Варсегова Е.В. Инновационные теплообменные аппараты. Конструкции. Расчет. Казань: Изд-во Казан. гос. архит.-строит. ун-та, 2021. 192 с.
3. Шагиакхметова Э.И., Романова А.И., Золотоносков Я.Д., Мартынов П.О., Сердарова М.С. Экономическая эффективность эксплуатационных услуг от применения инновационных инженерных систем в жилых многоквартирных домах // Жил. стратегии. 2022. Т. 9, № 1. С. 89–104.
4. Пат. РФ № 133596 на полезную модель МПК F28D7/10. Змеевиковый теплообменник / А.Я. Золотоносков, Я.Д. Золотоносков, И.А. Князева, А.Г. Багоутдинова. № 2013113048/06; заявл. 22.03.13; опубл. 20.10.13; Бюл. 29.
5. Аронов И.З. Теплообмен и гидравлическое сопротивление в изогнутых трубах: Дис. ... канд. техн. наук. 1950. 130 с.
6. Шукин В.К. Обобщение опытных данных по теплоотдаче в змеевиках // Теплоэнергетика. 1969. № 2. С. 50–53.
7. Sheeba A., Akhil R., Prakash M.J. Heat transfer and flow characteristics of a conical coil heat exchanger // International Journal of Refrigeration. 2020. Vol. 110. P. 268–276.
8. Kumar V., Saini S., Sharma M., Nigam K.D.P. Pressure drop and heat transfer study in tube-in-tube helical heat exchanger // Chem. Eng. Sci. 2006. Vol. 61, no. 13. P. 4403–4416.
9. Moawed M. Experimental study of forced convection from helical coiled tubes with different parameters // Energy Convers. Manag. 2011. Vol. 52. Issue 2. P. 1150–1156.
10. Ke Y., Pei-qi G., Yan-cal S., Hai-tao M. Simulation of heat transfer characteristics of conical spiral tube bundle // Appl. Therm. Eng. 2011. Vol. 31. P. 284–292.
11. Purandare S.P., Lele M.M., Gupta R. Experimental investigation on heat transfer analysis of conical heat exchanger with 90 cone angle // Heat Mass Transfer. 2014. Vol. 3. P. 373–379.
12. Purandare S.P., Lele M.M., Gupta R. Investigation on thermal analysis of conical coil heat exchange // Int. J. Heat Mass Transfer. 2015. Vol. 90. P. 1188–1196.
13. Павлов К.Ф., Романков П.Г., Носков А.А. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии. Л.: Химия, 1976. 551 с.
14. Jeschke H. Warmeübergang und Druckverlust in Rohrschlänger // Technische Mechanik. 1925. Bd. 69. P. 24–28.
15. Норден А.П. Краткий курс дифференциальной геометрии. М.: Физматгиз, 1958. 224 с.
16. Крайнов А.Ю., Моисеева К.М. Конвективный теплоперенос и теплообмен: Учеб. пособие. Томск: STT, 2017. 80 с.

References

1. Kasatkin A.G. Basic processes and devices of chemical technology. Moscow, 1961. 832 p. (In Russ.).
2. Zolotonosov Ya.D., Vachagina E.K., Zolotonosov A.Ya., Varsegova E.V. Innovative heat exchangers. Constructions. Calculation. Kazan: Publishing house of Kazan State University of Architecture and Engineering, 2021. 192 p. (In Russ.).
3. Shagiakhmetova E.I., Romanova A.I., Zolotonosov Ya.D., Martynov P.O., Serdarova M.S. Economic efficiency of operational services from the use of innovative engineering systems in residential apartment buildings. *Zhilishchnyye strategii = Housing strategies*. 2022; 9(1): 89–104. (In Russ.).
4. Pat. RF No. 133596 for the utility model IPC F28D7/10. Coil heat exchanger. A.Ya. Zolotonosov, Ya.D. Zolotonosov, I.A. Knyazeva, A.G. Bagoutdinova. No. 2013113048/06; appl. 22.03.13; publ. 20.10.13; Bull. 29. (In Russ.).

5. Aronov I.Z. Heat exchange and hydraulic resistance in curved pipes: Diss. ... PhD. 1950. 130 p. (In Russ.).
6. Shchukin V.K. Generalization of experimental data on heat transfer in coils. *Теплоэнергетика = Thermal power engineering*. 1969; (2): 50–53. (In Russ.).
7. Sheeba A., Akhil R., Prakash M.J. Heat transfer and flow characteristics of a conical coil heat exchanger. *International Journal of Refrigeration*. 2020; 110: 268–276.
8. Kumar V., Saini S., Sharma M., Nigam K.D.P. Pressure drop and heat transfer study in tube-in-tube helical heat exchanger. *Chem. Eng. Sci.* 2006; 61: 4403–4416.
9. Moawed M. Experimental study of forced convection from helical coiled tubes with different parameters. *Energy Convers. Manag.* 2011; 52(2): 1150–1156.
10. Ke Y., Pei-qi G., Yan-cal S., Hai-tao M. Simulation of heat transfer characteristics of conical spiral tube bundle. *Appl. Therm. Eng.* 2011; 31: 284–292.
11. Purandare S.P., Lele M.M., Gupta R. Experimental investigation on heat transfer analysis of conical heat exchanger with 90 cone angle. *Heat Mass Transfer*. 2014; 3: 373–379.
12. Purandare S.P., Lele M.M., Gupta R. Investigation on thermal analysis of conical coil heat exchange. *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2015; 90: 1188–1196.
13. Pavlov K.F., Romankov P.G., Noskov A.A. Examples and tasks for the course processes and devices of chemical technology. Leningrad: Chemistry, 1976. 551 p. (In Russ.).
14. Jeschke H. Wärmeübergang und Druckverlust in Rohrschlanger. *Technische Mechanik*. Bd. 69. P. 24–28.
15. Norden A.P. A short course in differential geometry. Moscow: Fizmatgiz, 1958. 224 p. (In Russ.).
16. Kraynov A.Yu., Moiseeva K.M. Convective heat transfer and heat exchange: Study guide. Tomsk: STT, 2017. 80 p. (In Russ.).

Информация об авторах

Я.Д. Золотонос – заслуженный деятель науки Республики Татарстан, доктор технических наук, профессор, Zolotonosov@mail.ru

Е.К. Вачагина – доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, vachaginae@mail.ru

Information about the authors

Ya.D. Zolotonosov – Honored Scientist of the Republic of Tatarstan, DSc, Professor, Zolotonosov@mail.ru

E.K. Vachagina – DSc, Leading Researcher, vachaginae@mail.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 24.01.2023
 Одобрена после рецензирования 21.02.2023
 Принята к публикации 28.02.2023

The article was submitted 24.01.2023
 Approved after reviewing 21.02.2023
 Accepted for publication 28.02.2023