

**ИНЖЕНЕРНЫЕ СИСТЕМЫ  
ЖИЗНЕОБЕСПЕЧЕНИЯ  
НАСЕЛЕННЫХ МЕСТ,  
ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ.  
ЭКОЛОГИЧЕСКАЯ  
БЕЗОПАСНОСТЬ  
СТРОИТЕЛЬСТВА**



УДК 628.12.002.5:62-53

**И.В. НИКОЛЕНКО, А.Н. РЫЖАКОВ**

**НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ  
СИЛОВЫХ АГРЕГАТОВ НАСОСНОЙ СТАНЦИИ  
ПОДКАЧКИ СИСТЕМЫ ВОДОСНАБЖЕНИЯ**

Разработана оптимизационная математическая модель повышения энергетической эффективности насосной станции подкачки системы водоснабжения при использовании каскадного метода регулирования объема подачи воды системой одинаковых, параллельно подключенных центробежных насосов. Решена задача экспериментального определения кривой случайного процесса водопотребления жилого массива. Численными методами математического программирования проведена процедура многокритериальной оптимизации затрат электроэнергии на обеспечение процесса водоснабжения, величины коэффициента полезного действия и числа силовых агрегатов насосной станции. Процедура оптимизации позволяет подобрать тип насосов, их количество и оптимальный режим работы с учетом стохастического характера процесса водопотребления.

**К л ю ч е в ы е с л о в а:** случайный процесс водопотребления, исследование операций, многокритериальная оптимизация, каскадный метод регулирования, центробежные насосы.

DOI 10.32683/0536-1052-2019-724-4-47-63

**Введение.** Системы водоснабжения и водоотведения относятся к наиболее энергоемким объектам жилищно-коммунального хозяйства, в которых основными потребителями электроэнергии являются насосные станции (НС). По СНиП эксплуатация НС должна производиться в соответствии с принципами обеспечения требуемого напора и объема подачи воды для нормальных и критических условий, с минимизацией ее стоимости при максимально высоком коэффициенте полезного действия (КПД) работы силовых агрегатов.

Низкая энергетическая эффективность систем водоснабжения (СВ) при подаче и распределении воды объясняется рядом причин, связанных с практикой эксплуатации силовых агрегатов насосных станций подкачки (НСП), в качестве которых используются центробежные насосы (ЦН) [1–6]. Среди причин выделяются:

- относительно невысокий КПД насосного оборудования;

© **Николенко И.В., Рыжаков А.Н., 2019**

- несоответствие характеристик и параметров управления ЦН реальным условиям водопотребления клиентов водопроводных сетей (ВС);
- применение энергетически малоэффективных способов регулирования режимов работы систем НСП – ВС.

В НСП применяются три основных способа регулирования подачи: количественное, качественное и комбинированное [7, 8]. В данной работе рассматриваются возможности качественного (изменение частоты вращения насоса) и комбинированного (каскадного) регулирования, которые состоят во включении и выключении параллельно установленных ЦН, работающих на общую сеть.

Режим работы НСП, подающих воду потребителям, существенно зависит от изменения режима водопотребления, который является случайным процессом [9, 10]. При наличии данных о характеристиках реального водопотребления можно, используя методы математического программирования, установить оптимальные режимы работы агрегатов НСП.

Цель работы – определить параметры управления ЦН, позволяющие обеспечить заданные напор и подачу воды при ее подаче и распределении для нормальных и критических условий функционирования СВ (без резервной емкости) при минимальной суточной стоимости потребляемой электроэнергии и максимально возможном КПД силовых агрегатов.

В процессе работы решались задачи:

- проведение натурального эксперимента по изучению закономерностей процесса суточного водопотребления жилого массива;
- определение, по данным натурального эксперимента, осредненной кривой случайного процесса водопотребления и сопротивления сети;
- разработка нелинейной многокритериальной оптимизационной модели минимизации суточной стоимости потребляемой электроэнергии для обеспечения процесса водоснабжения при максимально возможном КПД;
- обоснование метода решения оптимизационной задачи и проведение численного расчета, позволяющего подобрать тип ЦН, их количество и оптимальный режим работы.

Для обработки данных натурального эксперимента применялись статистические методы анализа нестационарных случайных процессов. Для реализации статистических методов использовалась программа STATISTICA. Процедура оптимизации предусматривала применение численных методов решения задач нелинейного программирования и реализовывалась в программе MATLAB.

**Математическая модель.** Подача воды потребителям осуществляется насосами НС. Аналитическая зависимость напора ЦН  $H_n$  и КПД  $\eta_n$  от подачи  $q$  дается выражениями [2]:

$$H_n = i^2 A_n + i B_n q + C_n q^2, \quad (1.1)$$

$$\eta_n = D_n q^2 + E_n q, \quad (1.2)$$

где  $A_n, B_n, C_n, D_n, E_n$  – коэффициенты аппроксимации напорной характеристики ЦН и КПД квадратным многочленом;

$i = n_n/n_n$  – относительная частота вращения ЦН;

$n_n$  и  $n_n$  – измененная и номинальная частота вращения ЦН.

Напор  $H_c$  в водопроводной сети зависит от величины его подачи  $q$

$$H_c = H_0 + A_c q^2, \quad (2)$$

где  $A_c(t)$  – сопротивление сети, величина которого в существенной степени определяется стратегией поведения большого количества потребителей, для математического описания временной зависимости  $A_c(t)$  можно использовать методы стохастического анализа;

$H_0$  – статический (геодезический) напор.

Если в НСП используется одновременно  $n$  параллельно включенных одинаковых ЦН, то их суммарную подачу  $Q$  можно найти из уравнения

$$H_0 + A_c Q^2 = i^2 A + i B Q + C Q^2, \quad (3.1)$$

где  $A$ ,  $B$  и  $C$  – коэффициенты квадратичной аппроксимации совместной напорной характеристики системы параллельно включенных одинаковых ЦН.

В качестве альтернативного подхода, в котором не требуется находить напорную характеристику системы насосов, в работе решается уравнение

$$H_0 + A_c(nq)^2 = i^2 A_n + i B_n q + C_n q^2. \quad (3.2)$$

В результате находим подачу  $q$  одного из  $n$  параллельно включенных насосов:

$$q = \frac{-B_n i - \sqrt{(B_n i)^2 - 4(C_n - A_c n^2)(A_n i^2 - H_0)}}{2(C_n - A_c n^2)}; \quad Q = nq. \quad (3.3)$$

Решение уравнений (3.1) и (3.2) приводит к одинаковым результатам. Решение уравнения (3.2) упрощается, если система частотного регулирования поддерживает в водопроводной сети постоянное давление

$$H_c = H_0 + A_c(nq)^2 = \text{const}. \quad (4)$$

Решая уравнения (3.2) и (4) относительно  $q$ , получим

$$q = \frac{-B_n i - \sqrt{(B_n i)^2 - 4C_n(A_n i^2 - H_c)}}{2C_n}. \quad (5)$$

При частотном регулировании происходит изменение КПД ЦН [7]

$$\eta = 1 - \frac{1 - \eta_n}{i^\alpha}. \quad (6)$$

В работе принято значение коэффициента  $\alpha = 0,25$ , так как используемые ЦН по критерию коэффициента быстроходности относятся к тихоходным.

Задача оптимизации режима работы НСП рассматривается как многокритериальная. Критериями оптимальности будут требования минимальной стоимости суточной подачи воды с учетом возможного изменения тарифов на электроэнергию в течение суток, максимизации КПД работы насосного оборудования, минимизации количества ЦН. В основе системы ограничений оптимизационной задачи лежит требование удовлетворения потребностей клиентов НСП в каждый момент времени.

Задача многокритериальной оптимизации состоит в поиске вектора целевых функций, удовлетворяющего наложенным ограничениям и оптими-

зирующего векторную функцию, элементы которой соответствуют целевым функциям

$$\min_{\vec{x}}(f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \dots, f_k(\vec{x})), \vec{x} \in S, \vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m).$$

Эти функции образуют математическое описание критерия удовлетворительности и, как правило, взаимно конфликтуют. Отсюда «оптимизировать» означает найти такое решение, при котором значение целевых функций было бы приемлемым для постановщика задачи. В качестве одного из возможных способов формулировки задачи многокритериальной оптимизации используется метод  $\varepsilon$ -ограничений, в котором одну из функций оставляют в качестве целевой, а остальные превращают в ограничения оптимизационной задачи

$$\min_{\vec{x}}(f_r(\vec{x})); f_i(\vec{x}) \leq \varepsilon_i; i = 1, 2, \dots; r-1; r+1, \dots, k. \quad (7)$$

Величины  $\varepsilon_i$  в (7) могут рассматриваться как допустимые уровни для значений  $f_i(\vec{x})$ .

В соответствии с методом  $\varepsilon$ -ограничений выберем в качестве целевой функции оптимизационной модели стоимость электроэнергии для обеспечения суточной подачи воды

$$F = \rho g \int_0^{24} \frac{Q(t)(H_0 + A_c(t)Q(t)^2)St(t)}{1 - \frac{1 - \eta_H(t)}{i^{0,25}(t)}} dt \rightarrow \min. \quad (8.1)$$

При постоянном напоре  $H_c$  в ВС целевая функция (8.1) примет вид

$$F = \rho g H_c \int_0^{24} \frac{Q(t)St(t)}{1 - \frac{1 - \eta_H(t)}{i^{0,25}(t)}} dt \rightarrow \min. \quad (8.2)$$

В уравнениях (8)  $St(t)$  – функция изменения тарифов на электроэнергию;

$\rho$  – плотность воды;

$g$  – ускорение свободного падения.

Для каждого временного этапа должны выполняться равенство объемов подачи и расхода воды и ограничения на возможные значения величин напора, КПД и относительной частоты вращения ЦН:

$$Q(t) = Ras(t); 0 \leq t < 24; \quad (9.1)$$

$$H_{\min} \leq H_0 + A_c(t)Q(t)^2 \leq H_{\max}; \quad (9.2)$$

$$1 - \frac{1 - \eta_H(t)}{i^{0,25}(t)} \geq \eta_{\min}; \quad (9.3)$$

$$i_{\min} \leq i(t) \leq i_{\max}; \quad (9.4)$$

$$Q(t) \geq 0. \quad (9.5)$$

Оптимизационная задача (8)–(9) является задачей вариационного исчисления с ограничениями; в качестве искомым функций выступают подача  $Q(t)$  и КПД. Выполнение ограничений (9.1)–(9.2) обеспечивает в каждый момент времени необходимый потребителям объем воды при заданном максималь-

ном давлении в ВС. Ограничения (9.3)–(9.4) появляются вследствие использования метода  $\varepsilon$ -ограничений для формулировки многокритериальной задачи оптимизации, закрепляя приемлемые для постановщика задачи значения КПД и относительной частоты вращения ЦН; ограничение неотрицательности (9.5) наложено исходя из физического смысла функции  $Q(t)$ .

Вместо сложной для решения задачи вариационного исчисления (8)–(9) рассмотрим ее дискретный «аналог», разбивая суточный интервал на  $k$  частичных подынтервалов и используя вместо непрерывных функций  $Q(t)$ ,  $A_c(t)$ ,  $\eta_n(t)$ ,  $i(t)$  их дискретные аналоги в виде кусочно-непрерывных функций с постоянными значениями для каждого временного интервала. Такое представление лучше отражает практику использования ЦН при каскадном регулировании и позволяет вместо интегралов от искомой функции  $Q(t)$  рассматривать конечные суммы подынтегральных выражений на выбранных интервалах. Задача оптимизации принимает вид:

$$F = \rho g \sum_{j=1}^k \frac{Q_j(H_0 + A_{cj}Q_j^2)St_j \Delta t_j}{1 - \frac{\eta_{nj}}{i_j^{0,25}}} \rightarrow \min; \quad (10.1)$$

$$Q_j = n_j \frac{-B_n i_j - \sqrt{(B_n i_j)^2 - 4(C_n - A_{cj}n_j^2)(A_n i_j^2 - H_0)}}{2(C_n - A_{cj}n_j^2)}; \quad (10.2)$$

$$\eta_{nj} = D_n \left( \frac{Q_j}{n_j} \right)^2 + E_n \frac{Q_j}{n_j}, \quad j = \overline{1, k}; \quad (10.3)$$

$$Q_j \Delta t_j = Ras_j, \quad j = \overline{1, k}; \quad H_{\min} \leq H_0 + A_{cj}Q_j^2 \leq H_{\max}, \quad j = \overline{1, k}; \quad (10.4)$$

$$Q_j \geq 0, i_{\min} \leq i_j \leq i_{\max}; \quad n_j \in Z; \quad 0 \leq n_j \leq n_{\max}; \quad \eta_{nj} \geq \eta_{\min}, \quad j = \overline{1, k}. \quad (10.5)$$

В (10) нижним индексом  $j$  заданы постоянные значения соответствующих непрерывных функций модели (9) для  $j$ -го временного подынтервала;  $n_j$  – число работающих в течение  $j$ -го временного подынтервала ЦН.

Оптимизационная модель (10) является нелинейной частично целочисленной задачей математического программирования и ее решение существенно проще задачи (9). В качестве управляющих переменных задачи (10) рассматриваются  $n_j$  и  $i_j$ .

**Обработка данных эксперимента.** Для формулировки оптимизационной задачи (10) необходимо знать функции расхода воды потребителями НСП –  $Ras(t)$  и в общем случае сопротивление сети –  $A_c(t)$ , для которых характерно изменение значений в фиксированные моменты времени для различных суточных реализаций. Эти изменения зависят от многочисленных внутренних и внешних факторов, контроль над большинством из которых затруднителен. Таким образом, функции  $Ras(t)$  и  $A_c(t)$  можно моделировать как случайные процессы. Для построения математической модели случайного процесса реализованы следующие этапы:

– сбор и регистрация экспериментальных данных;

- предварительный анализ свойств случайного процесса;
- анализ случайного процесса и нахождение его характеристик.

Исходные статистические данные представляют собой результаты измерения расхода воды, подаваемой НСП и напора в течение трех месяцев с дискретностью времени  $\Delta t = 1$  ч. Получены данные по 24 сечениям  $N = 80$  реализаций непрерывного случайного процесса расхода воды потребителями НСП. Для прямого измерения расхода (подачи) на напорном трубопроводе устанавливался двухканальный ультразвуковой расходомер УВР-011, предназначенный для оперативных замеров расхода акустически прозрачных жидкостей в напорных трубопроводах. Прибор обеспечивает измерение и индикацию мгновенной скорости потока с учетом его направления движения, объемного расхода и суммарного объема нарастающим итогом, может хранить в себе расходы жидкости, усредняемые по результатам измерений в течение часа, передавать данные на персональный компьютер.

Рассмотренная НСП осуществляла водоснабжение потребителей жилого массива при постоянном значении напора  $H_c = 58,5$  м, что обеспечивалось автоматическим регулированием частоты вращения ЦН частотно-регулируемым электроприводом. Наряду с данными по объему расхода воды потребителями и напору при необходимости могут быть получены данные по суммарному сопротивлению сети. Для этого можно использовать косвенный метод, основанный на зависимости (2)

$$H_c = H_0 + A_c Q^2 \rightarrow A_c(t) = (H_c - H_0) / Q(t)^2. \quad (11)$$

Предполагалось, что эксперимент в пределах суток допускает повторение при статистически идентичных условиях, т.е. на данном этапе исследования мы пренебрегали возможным влиянием сезонного тренда, различиями в водопотреблении по отдельным дням недели и т.д.

В ходе предварительного статистического анализа проводилась проверка выполнения условий стационарности случайных процессов  $Ras(t)$  и  $A_c(t)$ . Случайный процесс называется стационарным [11] в широком смысле, если его математическое ожидание постоянно:

$$M_{Ras, A_c}(t) = \text{const};$$

а корреляционная функция есть функция сдвига между аргументами:

$$K_{Ras, A_c}(t_1, t_2) = K_{Ras, A_c}(\tau); \tau = t_2 - t_1.$$

Таким образом, первым этапом проверки случайного процесса на стационарность может служить проверка статистической гипотезы о постоянстве его математического ожидания. Поскольку оценки параметров могут иметь различные функции распределения, удобно проводить исследования на стационарность на основе свободных от распределений или непараметрических методов, в которых относительно функции распределения исследуемых данных не делается никаких предположений. В настоящей работе для проверки на стационарность использовались критерии серий и инверсий [12], на основании которых сделан вывод о нестационарности обоих случайных процессов.

Располагая ансамблем суточных реализаций  $Ras_k(t)$  и  $A_{ck}(t)$  случайных процессов, оценку их среднего значения [5] получают усреднением по сечению:

$$Ras(t=t_j) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Ras_k(t=t_j); A_c(t=t_j) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_{ck}(t=t_j); \quad (12)$$

$$j = \overline{1,24}; N = 80.$$

Усредненные значения  $Ras(t=t_j)$  и  $A_c(t=t_j)$  суточных реализаций  $Ras_k(t)$  и  $A_{ck}(t)$  могут быть использованы в качестве значений расхода и сопротивления сети в оптимизационной модели (10).

Точечные оценки (12) являются случайными величинами и удовлетворяют требованиям несмещенности и состоятельности. Доверительный интервал для математического ожидания (12) уровня значимости  $\alpha$  дается формулами:

$$Ras(t=t_j) - \frac{S_{Rasj} t_{n,\alpha/2}}{\sqrt{N}} \leq M(Ras(t=t_j)) \leq Ras(t=t_j) + \frac{S_{Rasj} t_{n,\alpha/2}}{\sqrt{N}}; \quad (13)$$

$$A_c(t=t_j) - \frac{S_{Acj} t_{n,\alpha/2}}{\sqrt{N}} \leq M(A_c(t=t_j)) \leq A_c(t=t_j) + \frac{S_{Acj} t_{n,\alpha/2}}{\sqrt{N}}. \quad (14)$$

В (13), (14)  $S_j$  – несмещенная оценка среднеквадратического отклонения случайного процесса, определяемая по формулам:

$$S_{Rasj} = \left[ \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (Ras_k(t=t_j) - Ras(t=t_j))^2 \right]^{1/2}; \quad (15)$$

$$S_{Acj} = \left[ \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (A_{ck}(t=t_j) - A_c(t=t_j))^2 \right]^{1/2}, \quad (16)$$

где  $t_{n,\alpha/2}$  – квантиль  $t$ -распределения Стьюдента с  $n = N - 1$  степенями свободы. При достаточно большой выборке формулы (13), (14) справедливы и для негауссовых процессов.

Результаты расчетов по формулам (12)–(14), выполненные в программе STATISTICA, представлены на рис. 1.

Экспериментальные данные позволяют проанализировать характер распределения сечений случайных процессов. Для проведения анализа использовался специальный инструмент программы STATISTIKA – *Distribution Fitting*, который позволяет подобрать под экспериментальные данные одно из стандартных непрерывных или дискретных распределений. В качестве критерия соответствия теоретического распределения экспериментальным данным использовался критерий  $\chi^2$  Пирсона. Кроме вида закона распределения для каждого сечения найдены параметры распределений с помощью инструмента *Basic Statistics*.

Для большинства сечений случайного процесса расхода воды надежно подтверждается нормальный закон распределения. Вследствие того что при регистрации объема расхода воды проводилось усреднение данных в течение

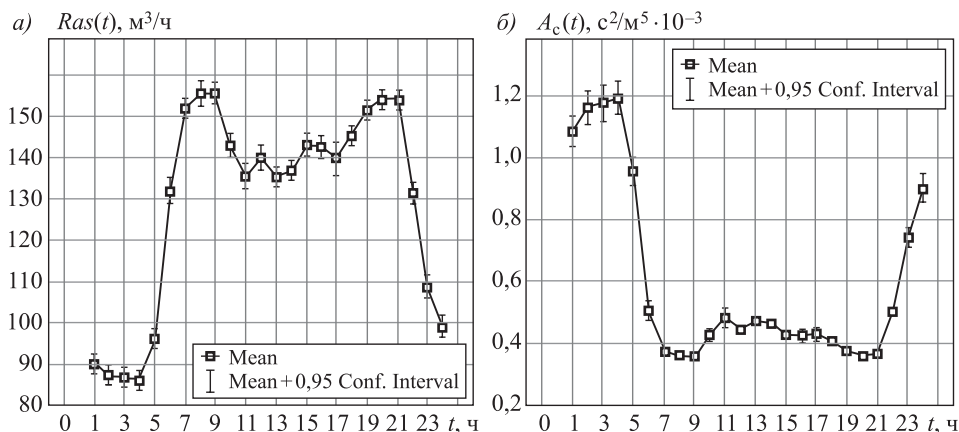


Рис. 1. Математическое ожидание нестационарных случайных процессов расхода воды  $Ras(t)$  (а) и сопротивления водопроводной сети  $A_c(t)$  (б) по данным эксперимента

текущего часа, случайный процесс водопотребления рассматривается как процесс с фиксированным набором дискретных сечений  $t = 1, 2, \dots, 24$ .

Примеры анализа конкретных сечений приведены на рис. 2. Из анализа данных случайных значений расхода воды, в сечении случайного процесса  $t = 20$  ч (рис. 2, а) следует, что наблюдаемое значение критерия  $\chi^2$  Пирсона, при числе степеней свободы  $df = 2$ , равно:  $\chi^2_n = 1,91484$ , а критическое значение этого критерия, при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ,  $\chi^2_{кр} = 6$ . Выполнение неравенства  $\chi^2_n < \chi^2_{кр}$  означает, что статистическая гипотеза о нормальности распределения значений сечения  $t = 20$  ч случайного процесса расхода воды не противоречит данным эксперимента при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ . Аналогичный вывод можно сделать и о нормальном характере распределения случайной величины сопротивления сети в сечении  $t = 20$  ч (рис. 2, б).

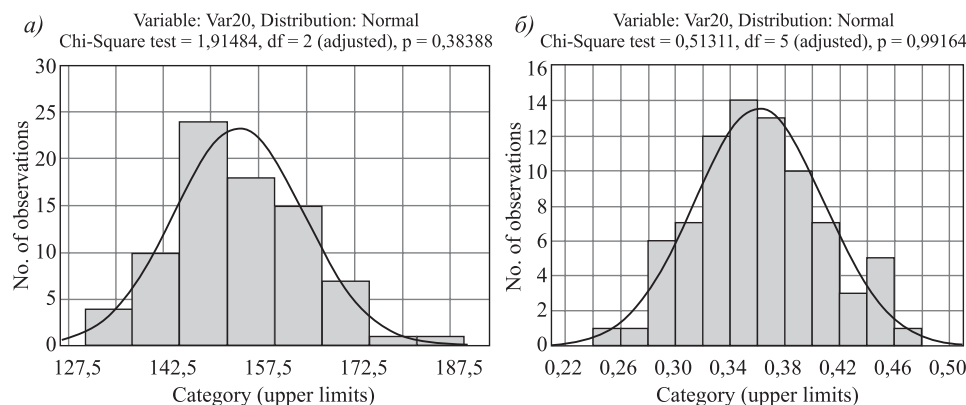


Рис. 2. Результаты анализа распределения сечений  $t = 20$  ч случайных процессов расхода воды (а) и изменения сопротивления сети (б)

**Решение оптимизационной задачи.** Экспериментальные данные получены на НСП, которая осуществляет водоснабжение жилого массива при постоянном давлении в ВС. Учтем это при формулировке целевой функции задачи оптимизационной модели частотно-каскадного регулирования кон-



кретной НСП на основе модели (10). Вместо целевой функции (10.1) запишем дискретный «аналог» (8.2):

$$F = \rho g H_c \sum_{j=1}^k \frac{Q_j St_j \Delta t_j}{1 - \frac{\eta_{Hj}}{i_j^{0,25}}} \rightarrow \min. \quad (17)$$

При решении оптимизационной задачи в качестве примера тарифы на электроэнергию были заданы в виде кусочно-непрерывной функции

$$St_j \left[ \frac{\text{руб.}}{\text{кВт} \cdot \text{ч}} \right] = \begin{cases} 0,97; & 0 \leq t < 5,22 \leq t < 24 \\ 2,43; & 5 \leq t < 6,9 \leq t < 18,21 \leq t < 22. \\ 3,64; & 6 \leq t < 9,18 \leq t < 21 \end{cases}$$

При постоянном давлении в водопроводной сети величина сопротивления сети  $A_c$  не используется для нахождения подачи насоса, и в явном виде не входит в целевую функцию и систему ограничений. Ограничения (10.4) теряют свое значение и исключаются из системы. Выражение (10.2) для определения суммарной подачи насосов также может быть упрощено до вида (5)

$$Q_j = n_j \frac{-B_H i_j - \sqrt{(B_H i_j)^2 - 4C_H (A_H i_j^2 - H_c)}}{2C_H}. \quad (18)$$

Остальные ограничения системы (10) сохраняют свою актуальность.

Несмотря на некоторые упрощения, сформулированная задача (10) по-прежнему является нелинейной, частично целочисленной задачей математического программирования, аналитическое решение которой затруднительно. Количество управляющих переменных оптимизационной задачи зависит от числа  $k$  частичных подынтервалов, на которые разбивают временной интервал моделируемого процесса. Увеличение числа частичных подынтервалов повышает степень приближения дискретной задачи (10) к исходной вариационной задаче (9), но при этом возрастает и сложность решения. В настоящей работе 24-часовой интервал разбит на  $k = 8$  частичных подынтервалов, что дает возможность с достаточной степенью точности аппроксимировать найденную из экспериментальных данных функцию  $Ras(t)$ . Для каждого  $j$ -го подынтервала требуется определять оптимальные значения числа работающих насосов  $n_j$  и относительной частоты  $i_j$ , т.е. решить оптимизационную задачу с 16 управляющими переменными.

Одним из немногих методов, которые позволяют численными методами эффективно решать подобные задачи, является метод генетических алгоритмов [13], который служит главным образом для поиска решений нелинейных задач в многомерных пространствах. Для решения использовалась реализация метода генетических алгоритмов в пакете *Optimization Tool* программы MATLAB. Конкретный механизм работы реализован путем вызова функции генетических алгоритмов *ga*

$$W = ga(\text{fitnessfcn}, \text{nvars}, A, b, [], [], LB, \text{nonlcon}, \text{IntCon}, \text{options}).$$

Вызов функции генетических алгоритмов и обеспечение ее работы реализованы в виде трех взаимосвязанных файлов – скрипта вызова функции *ga*

и двух М-функций, одна из которых задает ограничения задачи, а другая – способ вычисления целевой функции при заданном наборе значений управляющих переменных. Оператор options в виде

$$\text{options} = \text{gaoptimset}(\text{oldopts}, \text{'param1'}, \text{value1}, \dots)$$

позволяет устанавливать различные настройки функции генетических алгоритмов и управлять режимом ее работы.

В программе предусмотрена возможность проводить процедуру оптимизации для различных типов насосов, параметры которых ( $A_n, B_n, C_n, D_n, E_n$ ) были получены математической интерполяцией напорной характеристики и зависимости КПД от подачи насоса. В результате такой процедуры можно получить:  $F_{\min}$  – минимальную величину расхода на электроэнергию, которая затрачена на обеспечение суточного водопотребления;  $n_{\max}$  – максимально необходимое число ЦН данного типа, используемое в течение суточного цикла;  $\eta_{nj}(t)$  – кусочно-непрерывная функция временной зависимости КПД ЦН;  $i_j(t)$  – кусочно-непрерывная функция временной зависимости относительной частоты ЦН. Для функций  $\eta_{nj}(t)$  и  $i_j(t)$  могут быть найдены взвешенные по времени средние оценки КПД работы ЦН –  $\bar{\eta}_{nj}$  и относительной частоты вращения  $\bar{i}_j$ .

$$\bar{\eta} = \left( \sum_{i=1}^k \eta_i \Delta t_i \right) / \left( \sum_{i=1}^k \Delta t_i \right); \quad \bar{i} = \left( \sum_{i=1}^k i_i \Delta t_i \right) / \left( \sum_{i=1}^k \Delta t_i \right). \quad (19)$$

Вектор в фазовом пространстве с компонентами  $F_{\min}, n_{\max}, \bar{\eta}, \bar{i}$  дает план работы НС.

Во многих задачах генетические алгоритмы имеют тенденцию сходиться к локальному оптимуму или даже к произвольной точке, а не к глобальному для данной задачи. Похожие проблемы встречаются и в других численных методах решения нелинейных задач оптимизации. Поэтому нельзя гарантировать, что величина  $F_{\min}$ , найденная в результате однократного применения метода генетических алгоритмов, будет значением целевой функции в точке глобального минимума. Требуется повторить расчет многократно, начиная с различных начальных популяций (случайный выбор), при использовании опций генетического алгоритма, которые увеличивают вероятности мутаций в популяциях. Общепринятым методом поддержания популяционного разнообразия является установка уровня ограничения на численность элементов с высоким средством, которое снижает число представителей сходных решений в последующих поколениях, позволяя другим, менее сходным элементам, оставаться в популяции.

Следует также отметить, что функция расхода  $Ras(t)$ , найденная по (12) из анализа экспериментальных данных, является средним по реализациям в конкретных сечениях. Соответственно найденная в решении оптимизационной задачи величина  $F_{\min}$  будет средним наблюдаемым значением расхода на базе достаточно большого числа реализаций. Но потребности потребителей надо удовлетворять в каждый момент времени для каждой конкретной реализации. Возникает вопрос: сможет ли НС, которая работает в соответствии с найденным планом работы для функции  $Ras(t)$ , удовлетворить потребителей, если их потребности превысят объемы, определенные в  $Ras(t)$ .

В разработанной программе предусмотрена возможность решения оптимизационной задачи для уровня потребления, который превышает величину  $Ras(t)$  на заданное число  $\mu$  средних квадратических отклонений  $S_{Ras}$ . Величины  $S_{Ras}$  определялись из анализа экспериментальных данных по формуле (15). Ранее по результатам статистического анализа установлено, что сечения случайного процесса  $Ras(t)$  распределены по нормальному закону. Это означает, что отклонения расхода в конкретном сечении от  $Ras(t)$  не превысят величины  $\Delta = \mu S_{Ras}$ , с вероятностью  $p = 95\%$  при  $\mu = 2$  и  $p = 99\%$  при  $\mu = 3$ . Сравнивая планы работы, определенные из решения оптимизационных задач при условии задания функции расхода как  $Ras(t)$  и  $Ras(t) + \mu S_{Ras}(t)$ , можно внести коррективы в искомый план работы по минимальному числу необходимых насосов, режиму их работы и минимальному объему резервной емкости.

**Результаты и их анализ.** Решение оптимизационной задачи (10) методом генетических алгоритмов, с учетом замечаний и дополнительных соображений, высказанных в последнем разделе, позволило получить оптимальные планы НСП для различных типов насосов. Для всех ЦН параметры ограничений оптимизационной задачи были заданы идентично ( $n_{\max} = 4$ ,  $0,9 \leq i \leq 1,2$ ,  $\eta_{\min} = 0,6$ ,  $58 \text{ м} \leq H \leq 60 \text{ м}$ ), за исключением строки 5 таблицы ( $n_{\max} = 10$ ,  $\eta_{\min} = 0,4$ ), что объяснялось малой величиной подачи ЦН 4SR12-16. Компоненты этих планов даны в таблице.

Данные таблицы позволяют сделать следующие выводы:

– для большинства рассматриваемых ЦН взвешенные по времени средние оценки КПД находятся в пределах  $0,6 \leq \bar{\eta} \leq 0,8$ ; исключение – ЦН

#### Оптимальные планы работы НС

№ п/п	Тип насоса	$F_{\min}^*$ , руб.	$n_{\max}$ , шт.	$\bar{\eta}$	$\bar{i}$
$\Delta = 0$					
1	Wilо 5205	1447	3	0,73	0,982
2	<b>MVI 9503-2</b>	<b>1444</b>	<b>2</b>	<b>0,739</b>	<b>0,988</b>
3	MVI 9502	1473	3	0,639	1,054
4	MVI 9503-1	1521	2	0,687	1,037
5	4SR12-16	1757	9	0,481	1,071
6	D220	1550	5	0,609	0,913
7	<b>NB/NK 65-217</b>	<b>1391</b>	<b>2</b>	<b>0,794</b>	<b>0,979</b>
8	NL80-225	1474	2	0,69	1,01
9	<b>NL80-235</b>	<b>1433</b>	<b>1</b>	<b>0,729</b>	<b>0,954</b>
$\Delta = 2S_{Ras}$					
10	NB/NK 65-217	1678	2	0,736	1,02
$\Delta = 3S_{Ras}$					
11	NB/NK 65-217	1812	2	0,73	0,988

Примечание. Значения  $F_{\min}^*$  получены по величинам тарифа, взятого в качестве примера.

4SR12-16, технические параметры которого не позволяют обеспечивать требуемые объемы подач на высоких значениях КПД – требования по минимально возможному значению КПД при решении задачи оптимизации выполнены;

– взвешенные по времени средние оценки относительной частоты  $\bar{i}$  близки к единице – оптимальный режим работы предусматривает практически номинальную частоту вращения ЦН;

– минимальная стоимость электроэнергии для обеспечения суточного водоснабжения найдена для ЦН NB/NK 65-217; на втором месте по затратам, с разницей порядка 3 % – ЦН NL80-235 и MVI 9503-2.

В рамках решения оптимизационной задачи предусмотрена более подробная расшифровка оптимального плана работы ЦН, в которой вместо усредненных и экстремальных значений  $n_{\max}$ ,  $\bar{\eta}$ ,  $\bar{i}$  даются их значения на выделенных временных подынтервалах. Примеры оптимальных планов для ЦН NB/NK 65-217 и NL 80-235, составленных на основе усредненной функции расхода  $Ras(t)$  ( $\mu = 0$ ), представлены на рис. 3.

Оптимальные планы работы двух ЦН не позволяют в рамках рассматриваемой модели однозначно, без привлечения дополнительных соображений, сделать выбор в пользу одного из них. Разница в значениях целевой функции  $F_{\min}$  в пользу NB/NK 65-217 незначительна. В оптимальном плане для NL 80-235 есть преимущество, которое заключается в использовании только одного ЦН вместо двух для ЦН NB/NK 65-217. С другой стороны, ЦН NB/NK 65-217 в каждом частичном подынтервале работает на более высоком КПД.

Причиной такой неоднозначности является исходная многокритериальность сформулированной задачи математического программирования, для которой характерно наличие как однонаправленных, так и разнонаправленных критериев. Конкурирующими являются критерии минимизации числа используемых в плане работы ЦН и максимизации КПД их работы. Из вида целевой функции задачи оптимизации следует, что максимизация КПД ЦН приводит к минимизации суточной стоимости электроэнергии, т.е. упомянутые критерии однонаправленные.

В первой части таблицы (строки 1–9) показаны результаты решения первого этапа оптимизационной задачи, полученные с помощью осредненных, в пределах выбранных временных интервалов, данных по водопотреблению  $Ras(t)$ . Для проверки возможности удовлетворения максимально возможных объемов потребления с использованием конфигурации ЦН, найденной на первом этапе, в качестве примера были найдены оптимальные планы работы НС с ЦН NB/NK 65-217 для уровня расхода воды, превышающего средний расход  $Ras(t)$  на величины  $\Delta = 2S_{Ras}(t)$  и  $\Delta = 3S_{Ras}(t)$  (рис. 4). Сравнивая результаты решения первого этапа оптимизации (строки 1–7 таблицы) и второго этапа (строки 10–11) для ЦН NB/NK 65-217 можно сделать выводы:

– максимальное число работающих насосов  $n_{\max}$  не изменилось и равно двум, следовательно, выбранная на предыдущем этапе конфигурация ЦН способна обеспечить критический уровень водопотребления;

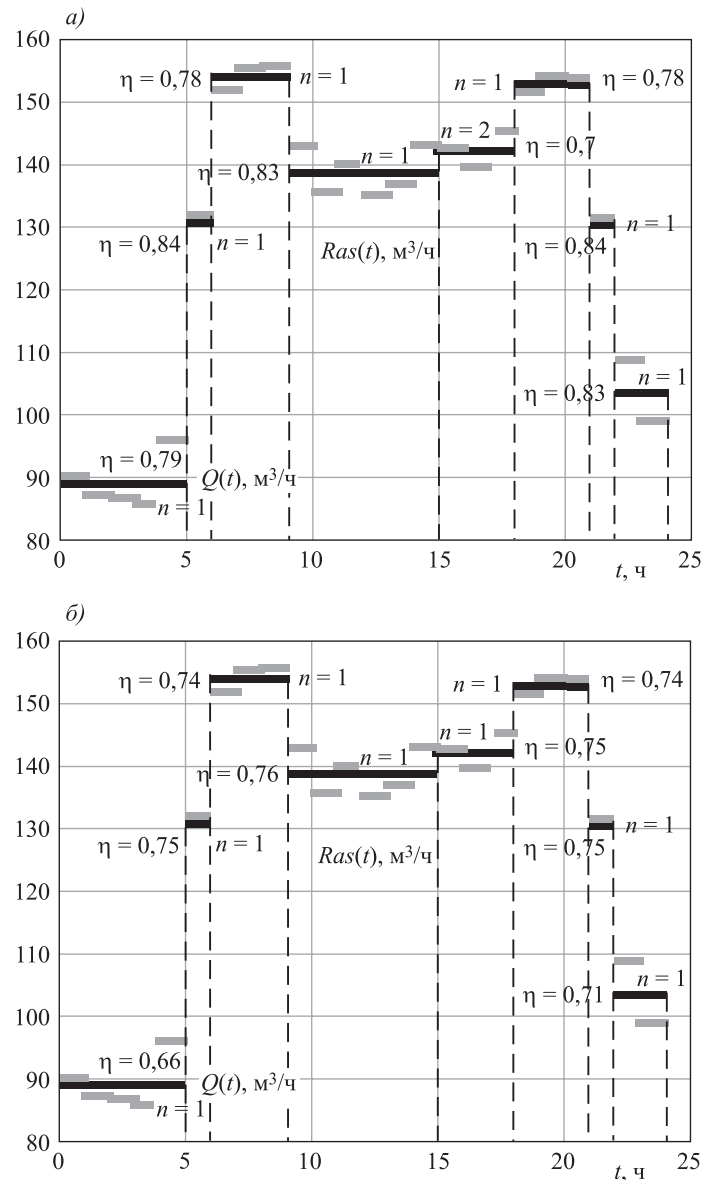


Рис. 3. Оптимальные планы подачи воды ЦН при  $\mu = 0$   
 а – NB/NK 65-217; б – NL 80-235

Черным цветом показаны расчетные значения подачи НС –  $Q(t)$ ,  
 серым – экспериментальные данные по расходу –  $Ras(t)$

– ЦН при критическом уровне водопотребления вынуждены работать с меньшим КПД, на более высоких относительных частотах, что приводит к возрастанию стоимости электроэнергии на 21 ( $\mu = 2$ ) – 30 % ( $\mu = 3$ );

– увеличение стоимости электроэнергии происходит только при наступлении повышенных уровней водопотребления, а для достаточно большого времени работы НСП средняя стоимость будет близка к рассчитанной на первом этапе  $\Delta = 0$ .

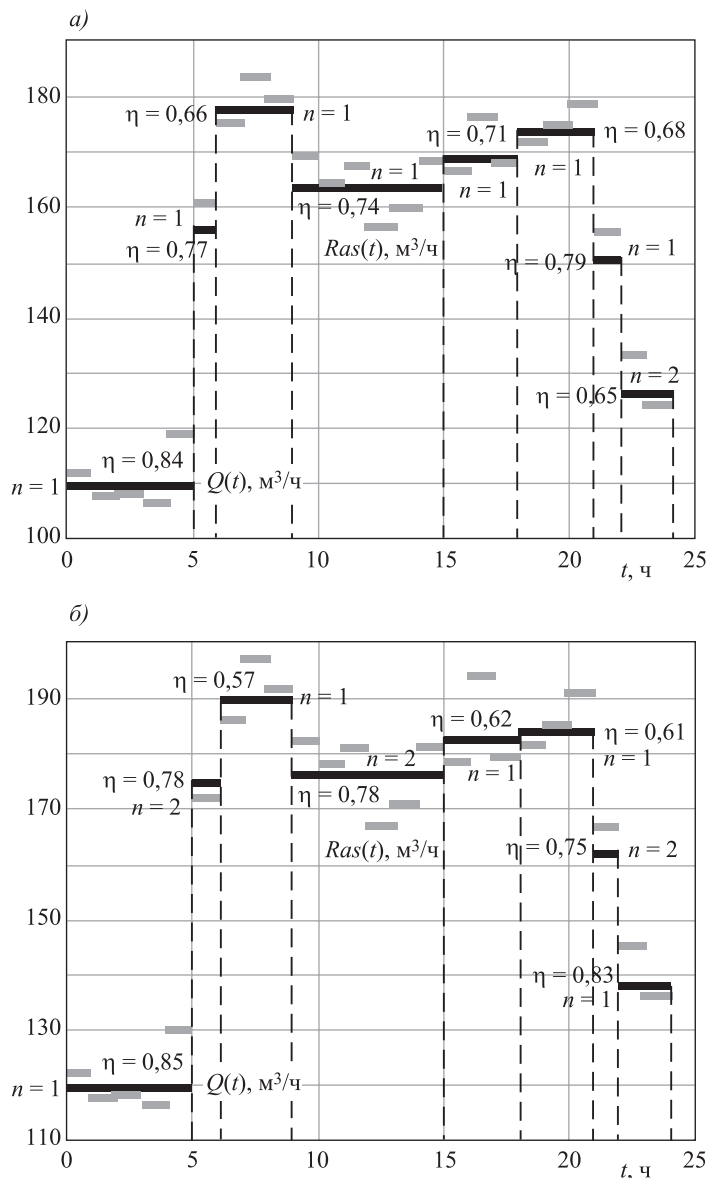


Рис. 4. Планы работы НС на основе NB/NK 65-217

$a - \mu = 2$ ;  $b - \mu = 3$

Черным цветом показаны расчетные значения подачи НС –  $Q(t)$ ,  
серым – верхняя граница ожидаемого расхода воды –  $Ras(t)$

**Выводы.** Авторами разработана математическая оптимизационная модель работы НСП системы водоснабжения с несколькими одинаковыми ЦН. Для решения задачи оптимизации использовался метод генетических алгоритмов.

Получены и использованы в решении оптимизационной задачи экспериментальные данные о случайном нестационарном процессе водопотребления. Показано, что:

– изменение сопротивления сети  $A_c(t)$  и объема расхода  $Ras(t)$  в течение суточного цикла водопотребления можно рассматривать как взаимосвязан-

ные нестационарные случайные процессы, источником которых является непрогнозируемое, зависящее от многих неконтролируемых факторов поведение большого количества независимых потребителей, которые воздействуют на величину суммарного сопротивления сети;

– сечения случайных процессов являются нормально распределенными случайными величинами; определены их математические ожидания и средние квадратические отклонения.

Получены оптимальные планы работы НСП на основе различных ЦН. Сравнение оптимальных планов помогает выбрать наилучший вариант компоновки НСП силовыми агрегатами в плане минимизации суточных расходов на оплату электроэнергии, минимизации числа ЦН и максимизации КПД ЦН.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лезнов Б.С. Частотно-регулируемый электропривод насосных установок. М.: Машиностроение, 2013. 176 с.
2. Николаев В.Г. Энергосберегающие способы выбора параметров и оптимизации управления группой лопастных нагнетателей в нестационарных технологических процессах: Дис. ... д-ра техн. наук. М., 2010. 372 с.
3. Усачев А.П. Методика оценки эффективности частотного регулирования производительности насосных агрегатов // Водоснабжение и сан. техника. 2018. № 7. С. 57–63.
4. Кирсанов А.А., Колчев В.Н., Шмиголь В.В., Черносветов М.Д. Исследование работы внутриквартирных подкачивающих насосных станций // Водоснабжение и сан. техника. 2011. № 9, Ч. 2. С. 30–33.
5. Хованський С.О. Підвищення ефективності експлуатації відцентрових насосів у системі водопостачання житлово-комунального господарства: Дис. ... канд. техн. наук. Сумы, 2010. 162 с.
6. Фисенко В.Н. Энергетическая эффективность насосов в системах водоснабжения и водоотведения // Водоснабжение и сан. техника. 2018. № 6. С. 52–56.
7. Карелин В.Я., Минаев А.В. Насосы и насосные станции: Учеб. для вузов. М.: Стройиздат, 1986. 320 с.
8. Леонов Г.В., Рахлин В.П., Усачев Л.П. Опыт внедрения и совершенствования частотно-регулируемого электропривода для насосных станций // Водоснабжение и сан. техника. 2005. № 2, Ч. 2. С. 21–24.
9. Николенко И., Пастушенко А., Котовская Е. Анализ влияния условий эксплуатации насосной станции на параметры насосных агрегатов // MOTROL: Polish Academy of sciences. Lublin, 2010. Vol. 12D. P. 33–44.
10. Николенко И.В., Рыжак А.Н., Умаров Р.С. Повышение энергетической эффективности регулирования силовых агрегатов насосных станций систем водоснабжения // Строительство и техногенная безопасность: Сб. науч. тр. АСИА. Симферополь, 2016. Вып. 55. С. 75–82.
11. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Высш. шк., 2000. 383 с.
12. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989. 541 с.
13. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. М.: Горячая линия – Телеком, 2006. 452 с.

**Николенко Илья Викторович**, д-р техн. наук, проф.; E-mail: nikoshi@mail.ru  
Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, г. Симферополь  
**Рыжаков Андрей Николаевич**, канд. физ.-мат. наук, доц.  
Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, г. Симферополь

Получено 04.03.19

**Nikolenko Ilya Viktorovich**, DSc, Professor; E-mail: nikoshi@mail.ru  
Crimean Federal University, Simferopol, Russia  
**Ryzhakov Andrey Nikolaevich**, PhD, Ass. Professor  
Crimean Federal University, Simferopol, Russia

### **NONLINEAR MODEL OPTIMIZATION PARAMETERS OF POWER UNITS A PUMP STATION PUMPING A WATER SUPPLY SYSTEM**

An optimization mathematical model has been developed to increase the energy efficiency of a pumping station pumping the water supply system using a cascade method of controlling the amount of water supplied by a system of identical, parallel-connected centrifugal pumps. The problem of experimental determination of the curve of the random process of water consumption of a residential area has been solved. The procedure of multicriteria optimization of electricity costs for the provision of the water supply process, the value of efficiency and the number of power units of the pumping station has been carried out using numerical methods of mathematical programming. The optimization procedure allows you to choose the type of pumps, their number and the optimal mode of operation, taking into account the stochastic nature of the water consumption process.

**Key words:** random process of water consumption, operations research, multi-criteria optimization, cascade control method, centrifugal pumps.

#### REFERENCES

1. **Leznov B.S.** Chastotno-reguliruyemyy elektroprivod nasosnykh ustanovok [Frequency adjustable electric pumping units]. Moscow, 2013. 176 p. (in Russian)
2. **Nikolaev V.G.** Energoberegayushchiye sposoby vybora parametrov i optimizatsii upravleniya gruppy lopastnykh nagnetateley v nestatsionarnykh tekhnologicheskikh protsessakh [Energy-saving methods for selecting parameters and optimizing the management of a group of blade-type superchargers in non-stationary technological processes]. Moscow, 2010. 372 p. (in Russian)
3. **Usachev A.P.** Metodika otsenki effektivnosti chastotnogo regulirovaniya proizvoditel'nosti nasosnykh agregatov [Methodology for evaluating the efficiency of frequency control of the performance of aggregates]. Vodosnabzheniye i sanitarnaya tekhnika [Water supply and sanitary equipment]. 2018. No. 7. Pp. 57–63. (in Russian)
4. **Kirsanov A.A., Kolchev V.N., Shmigol' V.V., Chernosvitov M.D.** Issledovaniye raboty vnutrikvartal'nykh podkachivayushchikh nasosnykh stantsiy [Study of the work of intra-pumping pumping stations]. Vodosnabzheniye i sanitarnaya tekhnika [Water supply and sanitary equipment]. 2011. No. 9, p. 2. Pp. 30–33. (in Russian)
5. **Khovans'ky S.O.** Pidvyshchennya efektyvnosti ekspluatatsiyi vidtsentrovnykh nasosiv u systemi vodopostachannya zhytlovo-komunal'nogo gospodarstva [Improving the efficiency of centrifugal pump operation in the water supply system of housing and communal services]. Sumy, 2010. 162 p. (in Ukrainian)



6. F i s e n k o V.N. Energeticheskaya effektivnost' nasosov v sistemakh vodosnabzheniya i vodootvedeniya [Energy efficiency of pumps in water supply and wastewater systems]. Vodosnabzheniye i sanitarnaya tekhnika [Water supply and sanitary equipment]. 2018. No. 6. Pp. 52–56. (in Russian)
7. K a r e l i n V.Ya., M i n a y e v A.V. Nasosy i nasosnyye stantsii: Ucheb. dlya vuzov [Pumps and pumping stations: Textbook. for universities]. Moscow, 1986. 320 p. (in Russian)
8. L e o n o v G.V., R a k h l i n V.P., U s a c h e v L.P. Opyt vnedreniya i sovershenstvovaniya chastotno-reguliruyemogo elektroprivoda dlya nasosnykh stantsiy [Experience of implementation and improvement of the variable frequency drive for pumping stations]. Vodosnabzheniye i sanitarnaya tekhnika [Water supply and sanitary equipment]. 2005. No. 2, p. 2. Pp. 21–24. (in Russian)
9. N i k o l e n k o I., P a s t u s h e n k o A., K o t o v s k a y a E. Analiz vliyaniya usloviy ekspluatatsii nasosnoy stantsii na parametry nasosnykh agregatov [Analysis of the influence of the operating conditions of the pumping station on the parameters of pumping units]. MOTROL: Polish Academy of sciences. Lublin, 2010. Vol. 12D, Pp. 33–44. (in Russian)
10. N i k o l e n k o I.V., R y z h a k o v A.N., U m a r o v R.S. Povysheniye energeticheskoy effektivnosti regulirovaniya silovykh agregatov nasosnykh stantsiy sistem vodosnabzheniya [Improving the energy efficiency of regulation of power units of pumping stations of water supply systems]. Stroitel'stvo i tekhnogennaya bezopasnost' [Construction and technological safety]. Simferopol, 2016. Vol. 55. Pp. 75–82. (in Russian)
11. V e n t t s e l' E.S., O v c h a r o v L.A. Teoriya sluchaynykh protsessov i eye inzhenernyye prilozheniya [Theory of random processes and its engineering applications]. Moscow, 2000. 383 p. (in Russian)
12. B e n d a t Dzh., P i r s o l A. Prikladnoy analiz sluchaynykh dannykh [Applied analysis of random data]. Moscow, 1989. 541 p. (in Russian)
13. R u t k o v s k a y a D., P i l i n ' s k i y M., R u t k o v s k i y D. Neyronnyye seti, geneticheskiye algoritmy i nechetkiye sistemy [Neural networks, genetic algorithms and fuzzy systems]. Moscow, 2006. 452 p. (in Russian)