

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ, ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ. ОСНОВАНИЯ И ФУНДАМЕНТЫ



УДК 624.012.45

Вл.И. КОЛЧУНОВ, А.И. ДЕМЬЯНОВ, М.М. МИХАЙЛОВ

СТАТИКО-ДИНАМИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ СЖАТОГО БЕТОНА В НЕОПРЕДЕЛИМОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ РАМЕ ПРИ ИЗГИБЕ С КРУЧЕНИЕМ

Предлагается ввести статико-динамические модели деформирования второго уровня (бетонная призма) при сложном напряженно-деформируемом состоянии кручения с изгибом в момент разрушения сжатого бетона с учетом импульсного воздействия. Построены основные рабочие гипотезы и получены аналитические зависимости для определения деформаций в бетоне сжатой зоны, которые возникли бы в неопределимой железобетонной раме при изгибе с кручением, если бы переход системы n в систему $(n - 1)$ осуществлялся в результате мгновенного разрушения сжатой зоны представительного объема в сечении k . Для железобетонной пространственной рамы построена расчетная модель первого уровня, моделирующая пространственное сечение с возникающими в ней внутренними усилиями и деформациями (напряжениями); в сечениях, сделанных для вырезания специальных поперечных i -х сечений, учитываются расстояния между пересекаемыми пространственными трещинами. Таким образом, в сделанных для вырезания предлагаемых моделях второго уровня это влияние проявляется в представительном объеме, в окрестности сжатой зоны бетона при разрушении.

Ключевые слова: железобетонные конструкции, кручение с изгибом, расчетные модели, сжатый бетон, представительный объем, статико-динамическое деформирование, импульсное воздействие, разрушение.

DOI 10.32683/0536-1052-2020-736-4-5-21

Постановка проблемы. В процессе совершенствования теории железобетона [1–11], в том числе СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения», все больше внимания уделяется запредельному состоянию, возникающему при внезапном удалении конструкций в системе здания [12–14]. В настоящее время развиваются расчетные модели статико-динамического деформирования системы железобетонных конструкций, также в неопределимых железобетонных рамах, и в момент разрушения сжатого бетона при кручении с изгибом.

Анализ достижений и публикаций. В момент разрушения бетона сжатой зоны в железобетонных конструкциях при изгибе с кручением имеет место импульсное воздействие, которое в ряде случаев необходимо учитывать в расчете [15–16].

© Колчунов Вл.И., Демьянов А.И., Михайлов М.М., 2020

Если поставленной проблеме для одноосного напряженно-деформированного состояния посвящено уже достаточно большое количество работ, то применительно к сложному сопротивлению – кручению с изгибом – исследования практически не проводились [16, 17].

Исследовательская часть. Проблема статико-динамического деформирования железобетонных конструкций при изгибе с кручением стала активно обсуждаться в экспериментальных научных публикациях [12, 13] и теоретических работах [14–16]. На основе экспериментов [14, 17] была разработана методика оценки динамических догрузений железобетонных элементов сплошного и составного сечения пространственной рамно-стержневой конструктивной системы при сложном сопротивлении этих элементов и вычислены динамические догрузки в арматуре. В данной работе по результатам эксперимента, описанного в [13], произведен расчет коэффициента динамических догрузений для бетона в сжатой зоне.

Рассмотрим моделирование работы фрагмента железобетонного пространственного каркаса здания, подверженного сложному напряженно-деформируемому состоянию – совместному воздействию кручения с изгибом. Моделирование выполнено в ПК ЛИРА САПР в нелинейной постановке на этапах $0,5P$, $0,6P$, $0,7P$ и $0,8P$ от разрушающей нагрузки. Модель фрагмента железобетонного пространственного каркаса здания имеет сплошное прямоугольное сечение (рис. 1).

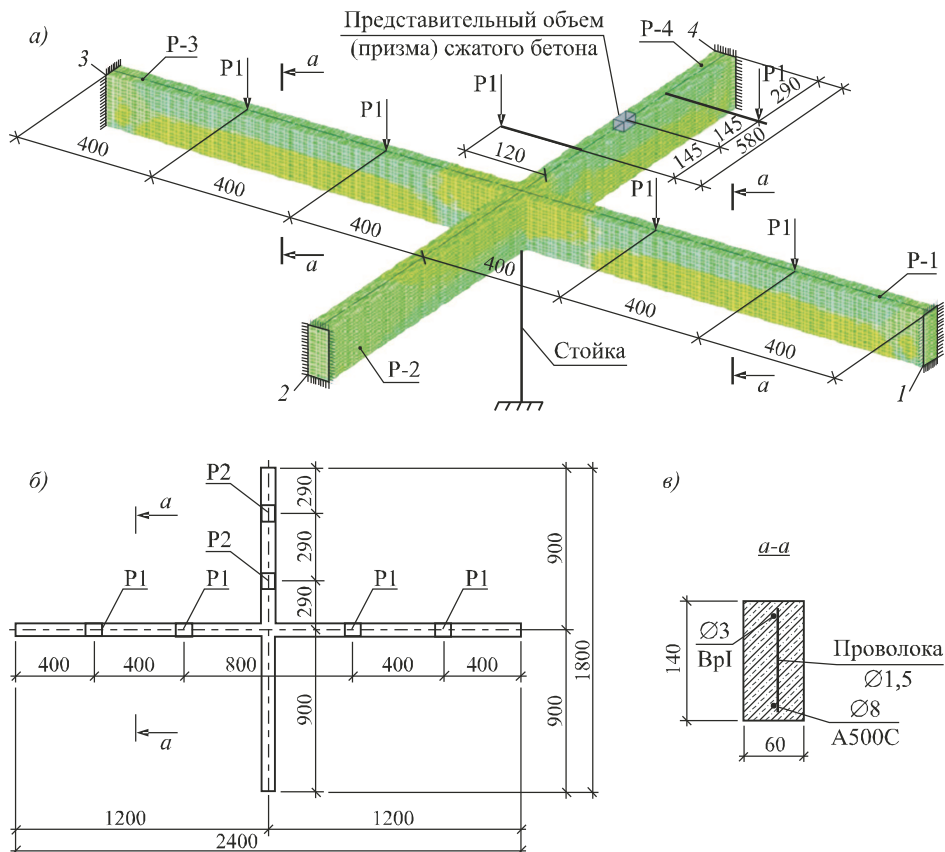


Рис. 1. Модель фрагмента железобетонного пространственного каркаса здания в виде системы перекрестных ригелей (а, б); поперечное сечение (в)

Весьма логично при формировании расчетных моделей статико-динамического деформирования железобетонной конструкции, сопротивляющейся кручению с изгибом в момент разрушения по пространственной трещине, рассматривать представительные объемы бетона, в том числе включающие арматурный стержень рабочей продольной или поперечной рабочей арматуры (хомута или отгиба) [17] соответственно (рис. 2). Здесь же приведены характерные размеры для вырезаемых представительных объемов.

При этом в сечениях, сделанных для вырезания предлагаемых моделей второго уровня в виде представительных объемов (см. рис. 2), влияние внутренних напряжений учитывается интегрально, через специально построенную расчетную модель пространственного сечения первого уровня, т.е. это влияние проявляется в представительном объеме – модели второго уровня, через такие параметры, как расстояние между пространственными трещинами (l_{crc}), определение нормальных и сдвигающих деформаций, попадающих в представительный объем в стадии разрушения $\varepsilon_{x,n-1}, \varepsilon_{y,n-1}, \varepsilon_{z,n-1}, \gamma_{xy,n-1}, \gamma_{yz,n-1}, \gamma_{zx,n-1}$ и в эксплуатационной стадии $\varepsilon_{x,n}, \varepsilon_{y,n}, \varepsilon_{z,n}, \gamma_{xy,n}, \gamma_{yz,n}, \gamma_{zx,n}$.

Для оценки эффекта импульсного воздействия в виде мгновенного выключения из работы отдельного элемента (сечения или его части, узла) системы будем исходить из следующих основных гипотез:

1) под мгновенным разрушением элемента (или его части) из двухкомпонентного нелинейно (линейно)-упругого материала понимается разрушение, продолжительность реализации которого исчисляется десятками и сотыми долями секунды;

2) при мгновенном переходе заданной n -й стержневой конструктивной системы (ее расчетной модели) из двухкомпонентного материала к системе

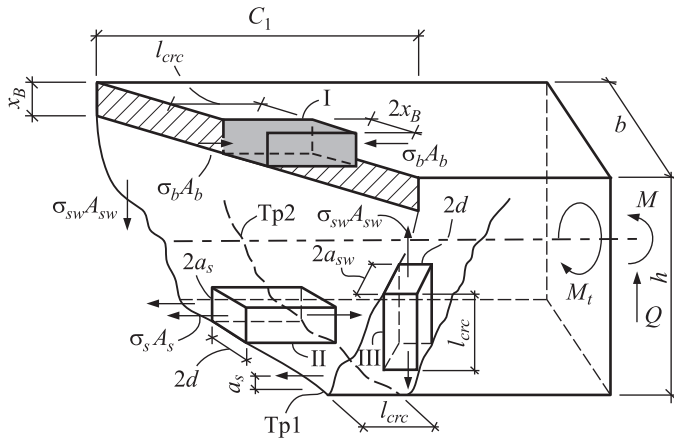


Рис. 2. Вырезание модели второго уровня в виде представительных объемов (призм) с напряженно-деформируемым состоянием, приближающимся к центральному сжатию, со сдвигом в зонах, прилегающих к опасной пространственной трещине

I – модель второго уровня в виде представительного объема сжатого бетона; II – модель второго уровня в виде представительного объема бетона, включающая арматурный стержень рабочей продольной арматуры; III – то же с арматурным стержнем хомутом поперечной рабочей арматуры

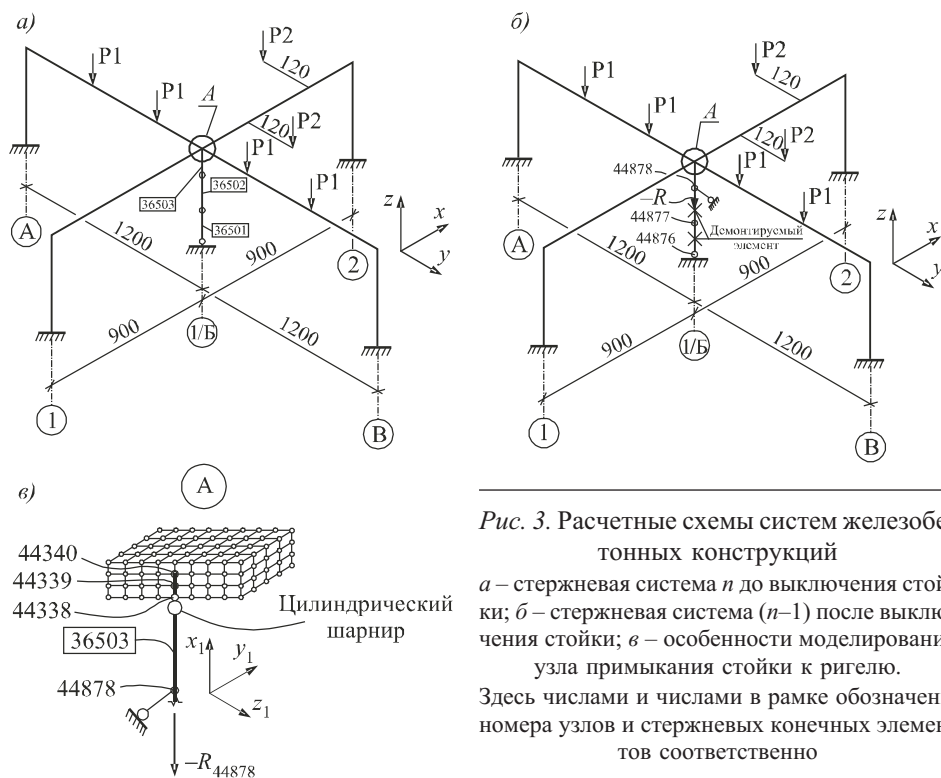


Рис. 3. Расчетные схемы систем железобетонных конструкций

а – стержневая система n до выключения стойки; б – стержневая система $(n-1)$ после выключения стойки; в – особенности моделирования узла примыкания стойки к ригелю.

Здесь числами и числами в рамке обозначены номера узлов и стержневых конечных элементов соответственно

$(n-1)$ (расчетной модели) полная энергия системы не изменяется (рис. 3); это утверждение остается справедливым и для удельных энергий, вырезаемых из конструкции представительных и элементарных объемов (см. рис. 2), а также расчетных сечений, для оценки напряженно-деформированного состояния которых привлекаются диаграммы связей «напряжения – деформации» (рис. 4);

3) теоретическая диаграмма состояния сжатого бетона принимается в виде нелинейной диаграммы (рис. 4);

4) при мгновенном выключении одной из конструкции (или отдельного сечения) в системе здания из работы динамический эффект проявляется согласно принципу Сен-Венана лишь в местной зоне, прилегающей к расчетному сечению k в представительном объеме сжатого бетона над опасной пространственной трещиной; при этом несущая способность считается исчерпанной, если интенсивности деформаций ε_i , прилегающих к сечению k , достигают своих предельных значений $\varepsilon_{b,u}$;

5) при сложном напряженно-деформируемом состоянии – кручении с изгибом предлагается ввести статико-динамические модели деформирования второго уровня в виде представительных объемов бетона, вырезанных из железобетонной конструкции в окрестностях, прилегающих к пространственной трещине (в той или иной местной зоне I, II или III (см. рис. 2)) бетонных призм, в том числе применительно к арматуре, включающих арматурный стержень и подверженных сжатию со сдвигом;

6) при сложном напряженно-деформируемом состоянии – кручении с изгибом в сечениях, сделанных для вырезания предлагаемых моделей вто-

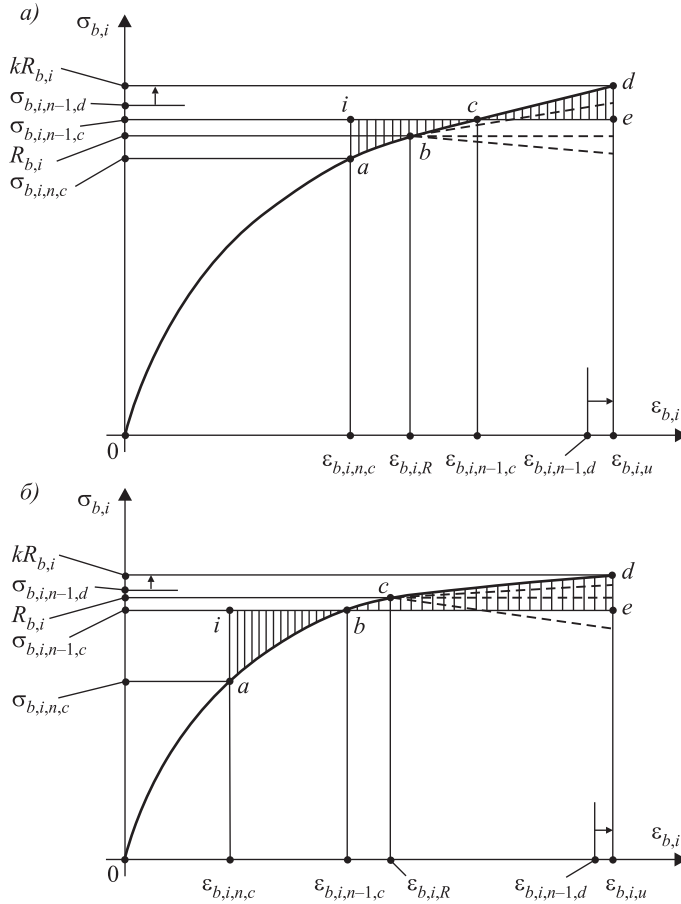


Рис. 4. Диаграммы связей «напряжения – деформации» с учетом динамического упрочнения бетона
 а – случай I; б – случай II

рого уровня в виде представительного объема, влияние внутренних деформаций (напряжений) учитывается не непосредственно, а интегрально, через специально построенную расчетную модель первого уровня, моделирующую пространственное сечение с возникающими в нем внутренними усилиями.

Деформации в бетоне сжатой зоны $\varepsilon_{b, n-1, d}$ и соответствующие им напряжения $(n-1)$ -раз внутренне статически неопределимой системы в течение первого полупериода ее колебаний в результате мгновенного разрушения сжатого бетона безусловно будут превышать аналогичный параметр в этой системе, если бы переход системы n в систему $(n-1)$ осуществлялся не в результате мгновенного разрушения сжатого бетона в его представительном объеме в сечении k , а путем его медленного принудительного разгрузки от некоторого значения предельного напряжения до нуля, воспринимаемого бетоном. При неизменной внешней нагрузке на систему ($\eta = \eta_k = \text{const}$) и медленном принудительном переводе системы n в систему $(n-1)$ интенсивность деформации $\varepsilon_{b, i, n-1, c}$ (интенсивность напряжения $\sigma_{b, i, n-1, c}$) и соответствующие им относительные деформации в бетоне сжатой зоны в сечении k железобетонной конструкции равнялись бы соответствующим значе-

ниям деформаций (напряжений) в исходной нелинейно-упругой системе с заранее удаленной конструкцией в системе здания при медленном статическом возрастании параметра η от нуля до η_k .

При мгновенном переходе заданной стержневой конструктивной системы n из двухкомпонентного материала к системе $(n-1)$ стойка выключается (рис. 3, б). При этом учитывается история загрузки с использованием схемы «Монтаж» ПК ЛИРА САПР, а моделирование выключения элемента осуществляется приложением нагрузок на оставшуюся часть конструкции соответствующим усилием в снятой стойке на стадии n (рис. 3, а). Моделирование снятия нагрузки на стадии $(n-1)$ реализуется нагрузкой с обратным знаком к расчетной схеме в ее местной системе координат (x_1, y_1, z_1) .

Для аналитического решения поставленной задачи на первом участке $a-b$ (рис. 4, а) зависимость между напряжениями $\sigma_{b,i}$ и деформациями $\varepsilon_{b,i}$ в бетоне принимается в виде квадратной параболы

$$\sigma_{b,i} = A\varepsilon_{b,i}^2 + B\varepsilon_{b,i} + C. \quad (1)$$

Здесь постоянные A, B, C определяются из следующих условий: первое – при $\varepsilon_{b,i} = 0; \sigma_{b,i} = 0$, второе – при $\varepsilon_{b,i} = 0$, производная $\frac{d\sigma_{b,i}}{d\varepsilon_{b,i}} = A \cdot 2\varepsilon_{b,i} + B = E_b$; третье – при $\varepsilon_{b,i} = \varepsilon_{b,i,R}, \sigma_{b,i} = R_{b,i}$. Выполняя соответствующие преобразования, будем иметь: $C = 0, B = E_b, A = \frac{R_{b,i} - E_b\varepsilon_{b,i,R}}{\varepsilon_{b,i,R}^2}$.

Тогда зависимость (1) примет вид:

$$\sigma_{b,i} = \frac{R_{b,i} - E_b\varepsilon_{b,i,R}}{\varepsilon_{b,i,R}^2} \varepsilon_{b,i}^2 + E_b\varepsilon_{b,i}. \quad (2)$$

На втором участке $b-d$ (рис. 4, а) зависимость между напряжениями $\sigma_{b,i}$ и деформациями $\varepsilon_{b,i}$ в бетоне принимается в виде прямой

$$\frac{\varepsilon_{b,i} - \varepsilon_{b,i,R}}{\varepsilon_{b,i,u} - \varepsilon_{b,i,R}} = \frac{\sigma_{b,i} - R_{b,i}}{kR_{b,i} - R_{b,i}}. \quad (3)$$

После алгебраических преобразований и, принимая во внимание, что согласно СП 63.13330.2012 $\varepsilon_{b,R} = 0,0020; \varepsilon_{b,u} = 0,0035$, получим

$$\sigma_{b,i} = \varepsilon_{b,i} \frac{R_{b,i}(k-1)}{0,0015} - R_{b,i}(k \cdot 1,333 - 2,333). \quad (4)$$

Работа внутренних i -х напряжений в бетоне $F_{n-1,d}$ в случае, если переход системы n в систему $(n-1)$ осуществлялся в результате мгновенного разрушения представительного объема бетона на площадках в сечении k (интенсивность напряжений σ_i и деформаций ε_i), определяется площадью фигуры, ограниченной вышеотмеченными параболой и прямой, и осью абсцисс в пределах от нуля до $\varepsilon_{b,i,n-1,d}$

$$F_{n-1,d} = \int_0^{\varepsilon_{b,i,n-1,d}} \sigma_i(\varepsilon_i) d\varepsilon = \int_0^{\varepsilon_{b,R}} \left(\frac{R_{b,i} - E_b \varepsilon_{b,i,R}}{\varepsilon_{b,i,R}^2} \varepsilon_{b,i}^2 + E_b \varepsilon_{b,i} \right) d\varepsilon + \int_{\varepsilon_{b,R}}^{\varepsilon_{b,i,n-1,d}} \left[\varepsilon_{b,i} \frac{R_{b,i}(k-1)}{0,0015} - R_{b,i}(k \cdot 1,333 - 2,333) \right] d\varepsilon. \quad (5)$$

Работа внутренних нормальных напряжений бетона $F_{n-1,c}$ определяется площадью фигуры, ограниченной вышеотмеченной параболой и прямой, и осью абсцисс в пределах от нуля до $\varepsilon_{b,i,n-1,c}$

$$F_{n-1,c} = \int_0^{\varepsilon_{b,i,n-1,c}} \sigma_i(\varepsilon_i) d\varepsilon = \int_0^{\varepsilon_{b,R}} \left(\frac{R_{b,i} - E_b \varepsilon_{b,i,R}}{\varepsilon_{b,i,R}^2} \varepsilon_{b,i}^2 + E_b \varepsilon_{b,i} \right) d\varepsilon + \int_{\varepsilon_{b,R}}^{\varepsilon_{b,i,n-1,c}} \left[\varepsilon_{b,i} \frac{R_{b,i}(k-1)}{0,0015} - R_{b,i}(k \cdot 1,333 - 2,333) \right] d\varepsilon. \quad (6)$$

После интегрирования и преобразования из формулы (5) получим

$$F_{n-1,d} = (R_b - E_b \cdot 2 \cdot 10^{-3}) \frac{2 \cdot 10^{-3}}{3} + E_b \cdot 2 \cdot 10^{-6} + 0,5(\varepsilon_{b,i,n-1,d}^2 - 4 \cdot 10^{-6}) \frac{R_b(k-1)}{0,0015} - (\varepsilon_{b,i,n-1,d} - 0,0020) R_b(k \cdot 1,333 - 2,333). \quad (7)$$

Обозначим:

$$A = (R_{b,i} - E_b \cdot 2 \cdot 10^{-3}) \frac{2 \cdot 10^{-3}}{3} + E_b \cdot 2 \cdot 10^{-6};$$

$$B = \frac{R_{b,i}(k-1)2 \cdot 10^{-6}}{0,0015}; \quad C = 0,0020 R_{b,i}(k \cdot 1,333 - 2,333).$$

С учетом принятых обозначений получим:

$$F_{n-1,d} = A + \frac{B}{4 \cdot 10^{-6}} \varepsilon_{b,i,n-1,d}^2 - B - \varepsilon_{b,i,n-1,d} \frac{C}{0,0020} + C; \quad (8)$$

$$F_{n-1,d} = \varepsilon_{b,i,n-1,d}^2 \cdot 2,5 \cdot 10^5 B - \varepsilon_{b,i,n-1,d} B_1 + D_1. \quad (9)$$

$$\text{Здесь } B_1 = \frac{C}{0,0020}; \quad D_1 = A + C - B.$$

Работа внутренних i -х напряжений в бетоне $F_{n,c}$ в случае, если переход системы n в систему $(n-1)$ осуществлялся не в результате мгновенного разрушения представительного объема бетона на площадках в сечении k (интенсивность напряжений σ_i и деформаций ε_i), определяется площадью фигуры, ограниченной вышеотмеченными параболой и осью абсцисс в пределах от нуля до $\varepsilon_{b,i,n,c}$:

$$F_{n,c} = \int_0^{\varepsilon_{b,i,n,c}} \sigma_{b,i}(\varepsilon_{b,i}) d\varepsilon = \int_0^{\varepsilon_{b,i,n,c}} \left(\left(\frac{R_{b,i} - E_b \varepsilon_{b,i,R}}{\varepsilon_{b,i,R}^2} \right) \varepsilon_{b,i}^2 + E_b \varepsilon_{b,i} \right) d\varepsilon =$$

$$= \frac{R_{b,i} - E_b \cdot 0,0020}{4 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{\varepsilon_{b,i,n,c}^3}{3} + \frac{E_b \varepsilon_{b,i,n,c}^2}{2}. \quad (10)$$

После интегрирования получим:

$$F_{n,c} = \varepsilon_{b,i,n,c}^3 \frac{R_{b,i} - E_b \cdot 0,0020}{12 \cdot 10^{-6}} + \varepsilon_{b,i,n,c}^2 \frac{E_b}{2}; \quad (11)$$

$$F_{n-1,d} - F_{n,c} = \varepsilon_{b,i,n-1,d}^2 \cdot 2,5 \cdot 10^5 B - \varepsilon_{b,i,n-1,d} B_1 +$$

$$+ D_1 - \varepsilon_{b,i,n,c}^3 \frac{R_{b,i} - E_b \cdot 0,0020}{12 \cdot 10^{-6}} - \varepsilon_{b,i,n,c}^2 \frac{E_b}{2}. \quad (12)$$

Принимая во внимание вторую предпосылку, из рис. 4 следует

$$F_{n-1,d} - F_{n,c} = \sigma_{b,i,n-1,c} (\varepsilon_{b,i,n-1,d} - \varepsilon_{b,i,n,c}). \quad (13)$$

Здесь $\varepsilon_{b,i,n,c}$ – i -е деформации в представительном объеме сжатого бетона, на площадках в сечении k (интенсивность деформаций ε_i), в системе n (до удаления одной конструкции в системе здания). Они определяются с привлечением напряженно-деформированного состояния ПК ЛИРА–САПР при использовании расчетной схемы «Монтаж» до выключения одного из элементов в эксплуатационной стадии (0,5–0,8 от P_u).

Приравнявая зависимости (12) и (13), получим

$$\varepsilon_{b,i,n-1,d}^2 \cdot 2,5 \cdot 10^5 B - \varepsilon_{b,i,n-1,d} B_1 + D_1 -$$

$$- \varepsilon_{b,i,n,c}^3 \frac{R_{b,i} - E_b \cdot 0,0020}{12 \cdot 10^{-6}} + \varepsilon_{b,i,n,c}^2 \frac{E_b}{2} =$$

$$= \sigma_{b,i,n-1,c} (\varepsilon_{b,i,n-1,d} - \varepsilon_{b,i,n,c}). \quad (14)$$

Формулы дают возможность определить коэффициент динамических догрузений в зависимости от случая взаимного расположения уровней напряжений (гипотеза 2). Это утверждение остается справедливым и для удельных энергий, вырезаемых из конструкции представительных и элементарных объемов (рис. 5), а также расчетных сечений: для случая I на рис. 4, а (когда напряжения $\sigma_{b,i,n-1,c}$ в сжатом бетоне больше расчетного сопротивления бетона $R_{b,i}$) и для случая II на рис. 4, б (когда напряжения в сжатом бетоне $\sigma_{b,i,n-1,c}$ меньше расчетного сопротивления бетона $R_{b,i}$).

Здесь для случая I

$$\sigma_{b,i,n-1,c} = \varepsilon_{b,i,n-1,c} \frac{R_{b,i}(k-1)}{0,0015} - R_{b,i}(k \cdot 1,333 - 2,333), \quad (15)$$

а для случая II

$$\sigma_{b,i,n-1,c} = \frac{R_{b,i} - E_b \cdot 0,0020}{4 \cdot 10^{-6}} + \varepsilon_{b,i,n-1,c}^2 E_b \varepsilon_{b,i,n-1,c}. \quad (16)$$

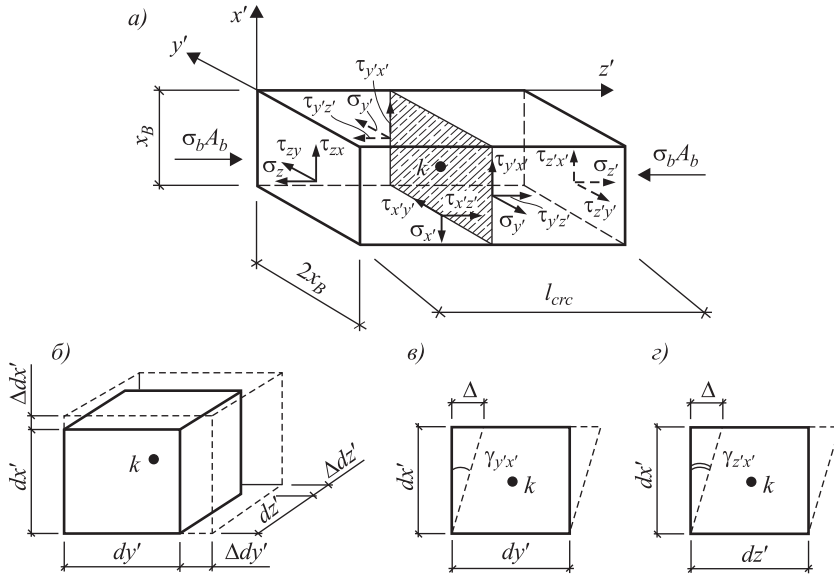


Рис. 5. Расчетная модель второго уровня статико-динамического деформирования железобетонной конструкции при кручении с изгибом
 а – представительный объем сжатого бетона; б – линейные деформации элемента представительного объема; в, г – угловые деформации элемента представительного объема

Тогда для случая I будем иметь

$$\begin{aligned} & \varepsilon_{b,i,n-1,d}^2 \cdot 2,5 \cdot 10^5 B - \varepsilon_{b,i,n-1,d} B_1 + D_1 - \varepsilon_{b,i,n,c}^3 \frac{R_{b,i} - E_b \cdot 0,0020}{12 \cdot 10^{-6}} + \varepsilon_{b,i,n,c}^2 \frac{E_b}{2} = \\ & = \left[\varepsilon_{b,i,n-1,c} \frac{R_{b,i}(k-1)}{0,0015} - R_{b,i}(k \cdot 1,333 - 2,333) \right] (\varepsilon_{b,i,n-1,d} - \varepsilon_{b,i,n,c}). \end{aligned} \quad (17)$$

После алгебраических преобразований получим:

$$\begin{aligned} & \varepsilon_{b,i,n-1,d}^2 \cdot 2,5 \cdot 10^5 B - \varepsilon_{b,i,n-1,d} B_1 + D_1 - \varepsilon_{b,i,n,c}^3 \frac{R_{b,i} - E_b \cdot 0,0020}{12 \cdot 10^{-6}} + \\ & + \varepsilon_{b,i,n,c}^2 \frac{E_b}{2} - \varepsilon_{b,i,n-1,c} \frac{R_{b,i}(k-1)}{0,0015} - R_{b,i}(k \cdot 1,333 - 2,333) \varepsilon_{b,i,n-1,d} + \varepsilon_{b,i,n-1,c} \frac{R_{b,i}(k-1)}{0,0015} \varepsilon_{b,i,n,c} + \\ & + R_{b,i}(k \cdot 1,333 - 2,333) \varepsilon_{b,i,n-1,d} - R_{b,i}(k \cdot 1,333 - 2,333) \varepsilon_{b,i,n,c} = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

В качестве неизвестного в этом уравнении будем считать $\varepsilon_{b,n-1,d}$. Преобразовываем уравнение (18) и приводим к виду

$$2,5 \cdot 10^5 B \varepsilon_{b,i,n-1,d}^2 - 0,5 \cdot 10^6 \varepsilon_{b,i,n-1,c} B \varepsilon_{b,i,n-1,d} + S = 0. \quad (19)$$

Здесь

$$\begin{aligned} S = & D_1 - \varepsilon_{b,i,n,c}^3 \frac{R_{b,i} - E_b \cdot 0,0020}{12 \cdot 10^{-6}} + \varepsilon_{b,i,n,c}^2 \frac{E_b}{2} + \\ & + \varepsilon_{b,i,n-1,c} \frac{R_{b,i}(k-1)}{0,0015} \varepsilon_{b,i,n,c} - R_{b,i}(k \cdot 1,333 - 2,333) \varepsilon_{b,i,n,c} = \text{const.} \end{aligned}$$

Выполняя аналогичные преобразования с (14) и (16), для случая II получим

$$\varepsilon_{b,i,n-1,d}^2 \cdot 2,5 \cdot 10^5 B - \varepsilon_{b,i,n-1,d} B_1 + D_1 - \varepsilon_{b,i,n,c}^3 \frac{R_{b,i} - E_b \cdot 0,0020}{12 \cdot 10^{-6}} + \varepsilon_{b,i,n,c}^2 \frac{E_b}{2} - \left(\frac{R_{b,i} - E_b \cdot 0,0020}{4 \cdot 10^{-6}} + \varepsilon_{b,i,n-1,c}^3 E_b \right) (\varepsilon_{b,i,n-1,d} - \varepsilon_{b,i,n,c}) = 0. \quad (20)$$

В качестве неизвестного в этом уравнении будем считать $\varepsilon_{b,n-1,d}$. Преобразовываем уравнение (20) и приводим к виду

$$2,5 \cdot 10^5 B \varepsilon_{b,i,n-1,d}^2 - \varepsilon_{b,i,n-1,d} \left(B_1 + \frac{R_b - E_b \cdot 0,0020}{4 \cdot 10^{-6}} + \varepsilon_{b,i,n-1,c}^3 E_b \right) + S_1 = 0. \quad (21)$$

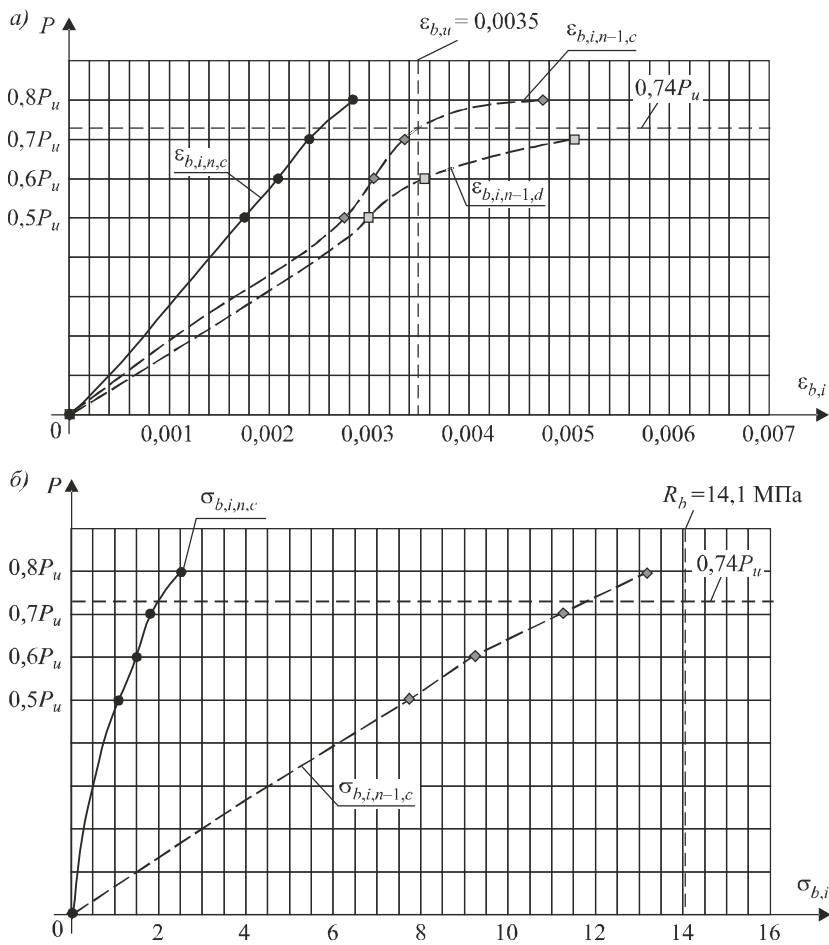


Рис. 6. Отыскание стадии разрушения представительного объема бетона на i -х площадках, прилегающих к расчетному сечению k над опасной пространственной трещиной по i -м интенсивностям деформаций укорочения бетона

a – график зависимостей интенсивностей деформаций – нагрузка; $б$ – график зависимостей интенсивностей напряжений – нагрузка

Здесь

$$S_1 = D_1 - \varepsilon_{b,i,n,c}^3 \frac{R_{b,i} - E_b \cdot 0,002}{12 \cdot 10^{-6}} + \varepsilon_{b,i,n,c}^2 \frac{E_b}{2} + \frac{R_{b,i} - E_b \cdot 0,0020}{4 \cdot 10^{-6}} \varepsilon_{b,i,n,c} + \varepsilon_{b,i,n-1,c}^3 E_b \varepsilon_{b,i,n,c} = \text{const.}$$

Теперь на основании четвертой предпосылки необходимо отыскать ту стадию, при которой i -я деформация в представительном объеме на площадках (интенсивность деформаций ε_i), прилегающих к сечению k , достигнет своих предельных значений $\varepsilon_{b,u}$. Это можно получить в результате построения графиков зависимостей « $\varepsilon_{b,i,n,c} - P$ »; « $\varepsilon_{b,i,n-1,c} - P$ » (рис. 6) с отысканием точки пересечения предельной деформации $\varepsilon_{b,i,n-1,c}$ с соответствующим уровнем нагружения. Ниже приводятся численные исследования.

Для построения обозначенных графиков найдем несколько точек.

Определим i -е деформации в представительном объеме бетона в сечении k на площадках (интенсивность деформаций ε_i) при уровне нагружения $0,8P_u$ по исходным данным из таблицы:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{b,i,n,c} &= \frac{\sqrt{2}}{3} \times \\ &\times \sqrt{(\varepsilon_{x,n} - \varepsilon_{y,n})^2 + (\varepsilon_{y,n} - \varepsilon_{z,n})^2 + (\varepsilon_{z,n} - \varepsilon_{x,n})^2 - \frac{3}{2}(\gamma_{xy,n}^2 + \gamma_{yz,n}^2 + \gamma_{zx,n}^2)} = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(-0,00015 + 0,00088)^2 + (-0,00088 + 0,0048)^2 + (-0,0048 + 0,00015)^2 -} \\ &\quad - \frac{3}{2}(0,000057^2 + 0,000032^2 + 0,000031^2) = 0,0029; \\ \varepsilon_{b,i,n-1,c} &= \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_{x,n-1} - \varepsilon_{y,n-1})^2 + (\varepsilon_{y,n-1} - \varepsilon_{z,n-1})^2 + (\varepsilon_{z,n-1} - \varepsilon_{x,n-1})^2 -} \\ &\quad - \frac{3}{2}(\gamma_{xy,n-1}^2 + \gamma_{yz,n-1}^2 + \gamma_{zx,n-1}^2) = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(-0,011 + 0,0036)^2 + (-0,0036 + 0,0035)^2 +} \\ &\quad + (-0,0035 + 0,011)^2 - \frac{3}{2}(0,00063^2 + 0,00061^2 + 0,0028^2) = 0,0047. \end{aligned}$$

Этому уровню нагружения соответствуют i -е напряжения в представительном объеме бетона в сечении k на площадках (интенсивность напряжений σ_i):

$$\begin{aligned} \sigma_{b,i,n,c} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \\ &\times \sqrt{(\sigma_{x,n} - \sigma_{y,n})^2 + (\sigma_{y,n} - \sigma_{z,n})^2 + (\sigma_{z,n} - \sigma_{x,n})^2 - 6(\tau_{xy,n}^2 + \tau_{yz,n}^2 + \tau_{zx,n}^2)} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(-4794 + 1942)^2 + (-1942 + 1633)^2 + (-1633 + 4794)^2 - 6((-36)^2 +} \\ &\quad + (-1858)^2 + (-1116)^2) = 2233 \text{ кН/м}^2; \end{aligned}$$

Значения деформаций и напряжений соответствующих уровней нагружения

Уровень нагружения $0,8P_u$		Уровень нагружения $0,7P_u$	
Система n до выключения стойки	Система $(n-1)$ после выключения стойки	Система n до выключения стойки	Система $(n-1)$ после выключения стойки
1	2	3	4
Относительные деформации ε			
$\varepsilon_{z,n,c} = -0,0048$	$\varepsilon_{z,n-1,c} = -0,0035$	$\varepsilon_{z,n,c} = -0,0042$	$\varepsilon_{z,n-1,c} = -0,003063$
$\varepsilon_{x,n,c} = -0,00015$	$\varepsilon_{x,n-1,c} = -0,011$	$\varepsilon_{x,n,c} = -0,00013$	$\varepsilon_{x,n-1,c} = -0,00858$
$\varepsilon_{y,n,c} = -0,00088$	$\varepsilon_{y,n-1,c} = -0,0036$	$\varepsilon_{y,n,c} = -0,00077$	$\varepsilon_{y,n-1,c} = -0,00306$
Угловые деформации γ			
$\gamma_{xy,n,c} = 0,000057$	$\gamma_{xy,n-1,c} = 0,00063$	$\gamma_{xy,n,c} = 0,00005$	$\gamma_{xy,n-1,c} = 0,000551$
$\gamma_{zx,n,c} = 0,000032$	$\gamma_{zx,n-1,c} = 0,0028$	$\gamma_{zx,n,c} = 0,00003$	$\gamma_{zx,n-1,c} = 0,00245$
$\gamma_{yz,n,c} = 0,000031$	$\gamma_{yz,n-1,c} = 0,00061$	$\gamma_{yz,n,c} = 0,00003$	$\gamma_{yz,n-1,c} = 0,000534$
Общие деформации ε_b			
$\varepsilon_{b,n,c} = 0,0029$	$\varepsilon_{b,n-1,c} = 0,0047$	$\varepsilon_{b,n,c} = 0,0025$	$\varepsilon_{b,n-1,c} = 0,0034$
Напряжения σ , кН/м ²			
$\sigma_{x,n,c} = -4794$	$\sigma_{x,n-1,c} = -26393$	$\sigma_{x,n,c} = -4194$	$\sigma_{x,n-1,c} = -23093$
$\sigma_{y,n,c} = -1942$	$\sigma_{y,n-1,c} = -13047$	$\sigma_{y,n,c} = -1699$	$\sigma_{y,n-1,c} = -11416$
$\sigma_{z,n,c} = -1633$	$\sigma_{z,n-1,c} = -6248$	$\sigma_{z,n,c} = -1428$	$\sigma_{z,n-1,c} = -5467$
Касательные напряжения τ , кН/м ²			
$\tau_{xy,n,c} = -36$	$\tau_{xy,n-1,c} = -2803$	$\tau_{xy,n,c} = -31,5$	$\tau_{xy,n-1,c} = -2452$
$\tau_{yz,n,c} = -1858$	$\tau_{yz,n-1,c} = -8805$	$\tau_{yz,n,c} = -1625$	$\tau_{yz,n-1,c} = -7704$
$\tau_{zx,n,c} = -1116$	$\tau_{zx,n-1,c} = -8774$	$\tau_{zx,n,c} = -977$	$\tau_{zx,n-1,c} = -7677$
Интенсивность напряжений $\sigma_{b,i}$, кН/м ²			
$\sigma_{b,i,n,c} = -2233$	$\sigma_{b,i,n-1,c} = -13114$	$\sigma_{b,i,n,c} = -1954$	$\sigma_{b,i,n-1,c} = -11475$
Уровень нагружения $0,6P_u$		Уровень нагружения $0,5P_u$	
Система n до выключения стойки	Система $n-1$ после выключения стойки	Система n до выключения стойки	Система $n-1$ после выключения стойки
Относительные деформации $\varepsilon_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y$			
$\varepsilon_{x,n,c} = -0,000112$	$\varepsilon_{x,n-1,c} = -0,0077$	$\varepsilon_{x,n,c} = -0,000094$	$\varepsilon_{x,n-1,c} = -0,00687$
$\varepsilon_{y,n,c} = -0,00066$	$\varepsilon_{y,n-1,c} = -0,0027$	$\varepsilon_{y,n,c} = -0,00055$	$\varepsilon_{y,n-1,c} = -0,00225$
$\varepsilon_{z,n,c} = -0,0036$	$\varepsilon_{z,n-1,c} = -0,00262$	$\varepsilon_{z,n,c} = -0,0030$	$\varepsilon_{z,n-1,c} = -0,00218$
Угловые деформации $\gamma_{xy}, \gamma_{zx}, \gamma_{yz}$			
$\gamma_{xy,n,c} = 0,0000428$	$\gamma_{xy,n-1,c} = 0,000472$	$\gamma_{xy,n,c} = 0,000036$	$\gamma_{xy,n-1,c} = 0,000394$
$\gamma_{zx,n,c} = 0,0000233$	$\gamma_{zx,n-1,c} = 0,0021$	$\gamma_{zx,n,c} = 0,000019$	$\gamma_{zx,n-1,c} = 0,00175$
$\gamma_{yz,n,c} = 0,000024$	$\gamma_{yz,n-1,c} = 0,000457$	$\gamma_{yz,n,c} = 0,00002$	$\gamma_{yz,n-1,c} = 0,000381$

Окончание таблицы

1	2	3	4
Интенсивность деформации $\varepsilon_{b,i}$			
$\varepsilon_{b,i,n,c} = 0,0022$	$\varepsilon_{b,i,n-1,c} = 0,0031$	$\varepsilon_{b,i,n,c} = 0,0018$	$\varepsilon_{b,i,n-1,c} = 0,0029$
Нормальные напряжения, кН/м ²			
$\sigma_{x,n,c} = -3595$	$\sigma_{x,n-1,c} = -19794$	$\sigma_{x,n,c} = -2996$	$\sigma_{x,n-1,c} = -16495$
$\sigma_{y,n,c} = -1456$	$\sigma_{y,n-1,c} = -9785$	$\sigma_{y,n,c} = -1213$	$\sigma_{y,n-1,c} = -8154$
$\sigma_{z,n,c} = -1224$	$\sigma_{z,n-1,c} = -4686$	$\sigma_{z,n,c} = -1020$	$\sigma_{z,n-1,c} = -3905$
Касательные напряжения, кН/м ²			
$\tau_{xy,n,c} = -27$	$\tau_{xy,n-1,c} = -2101$	$\tau_{xy,n,c} = -22,5$	$\tau_{xy,n-1,c} = -1751$
$\tau_{yz,n,c} = -1393$	$\tau_{yz,n-1,c} = -6603$	$\tau_{yz,n,c} = -1161$	$\tau_{yz,n-1,c} = -5503$
$\tau_{zx,n,c} = -837$	$\tau_{zx,n-1,c} = -6580$	$\tau_{zx,n,c} = -697$	$\tau_{zx,n-1,c} = -5483$
Интенсивность напряжений $\sigma_{b,i}$, кН/м ²			
$\sigma_{b,i,n,c} = -1674$	$\sigma_{b,i,n-1,c} = -9835$	$\sigma_{b,i,n,c} = -1395$	$\sigma_{b,i,n-1,c} = -8196$

$$\sigma_{b,i,n-1,c} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{x,n-1} - \sigma_{y,n-1})^2 + (\sigma_{y,n-1} - \sigma_{z,n-1})^2 + (\sigma_{z,n-1} - \sigma_{x,n-1})^2 - 6(\tau_{xy,n-1}^2 + \tau_{yz,n-1}^2 + \tau_{zx,n-1}^2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(-26393 + 13047)^2 + (-13047 + 6248)^2 + (-6248 + 26393)^2 - 6((-2803)^2 + (-8805)^2 + (-8774)^2)} = 13114 \text{ кН/м}^2.$$

Аналогично определяем i -е деформации и i -е напряжения в представительном объеме бетона в сечении k на площадках (интенсивность напряжений σ_i и деформаций ε_i) при уровнях нагружения $0,5P_u$, $0,6P_u$ и $0,7P_u$ (таблица и рис. 6).

Здесь необходимо отметить, что если в качестве критерия прочности вместо i -х деформаций на площадках (интенсивность деформаций ε_i) попытаться использовать i -е напряжения в сжатом бетоне, то такой критерий не будет отражать действительный характер предельного напряженно-деформированного состояния в сжатом бетоне (см. рис. 6, б).

Так, из графика следует, что при уровне нагружения, составляющем $0,8P_u$, i -е напряжения на площадках (интенсивность напряжений σ_i) еще далеки (и составляют 90 % от R_b). В то же время при уровне нагрузки $0,74P_u$ i -е деформации на площадках (интенсивность деформаций ε_i) уже достигают предельных значений. Для найденного уровня нагружения срабатывает критерий исчерпания несущей способности (предпосылка 4).

Для обоснования полученных результатов в качестве примера рассмотрим модели статико-динамического деформирования в момент разрушения сжатого бетона над опасной пространственной трещиной применительно к железобетонной опытной конструкции прямоугольного сечения, подверженной кручению с изгибом, в экспериментальных исследованиях авторов.

Отыскиваем неизвестные корни квадратного уравнения (19) для случая I:
 $\varepsilon_{b,i,n-1,d1} = 0,00022$ и $\varepsilon_{b,i,n-1,d2} = 0,0065$.

Находим коэффициент динамических догрузений при $\varepsilon_{b,i,n-1,d2} = 0,0065$ и $\varepsilon_{b,i,n-1,c} = 0,0034$ (см. таблицу, при уровне нагрузки $0,74P_u$), который равен

$$k_d = \frac{\varepsilon_{b,i,n-1,d}}{\varepsilon_{b,i,n-1,c}} = \frac{0,0065}{0,0034} = 1,935. \quad (22)$$

Отыскиваем неизвестные корни квадратного уравнения (21) для случая II: $\varepsilon_{b,i,n-1,d1} = 0,0033$ и $\varepsilon_{b,i,n-1,d2} = 0,0062$.

Находим коэффициент динамических догрузений при $\varepsilon_{b,i,n-1,d1} = 0,0062$ и $\varepsilon_{b,i,n-1,c} = 0,0034$ (см. таблицу, при уровне нагрузки $0,74P_u$), который равен:

$$k_d = \frac{\varepsilon_{b,i,n-1,d}}{\varepsilon_{b,i,n-1,c}} = \frac{0,0062}{0,0034} = 1,823. \quad (23)$$

В итоге коэффициент динамических догрузений для деформаций в сжатом бетоне для случая I принимает значение, равное 1,935, а для II – 1,823.

Выводы. В результате исследований предложены расчетные модели статико-динамического деформирования в виде представительных объемов, вырезаемых в окрестности сжатой зоны бетона, прилегающей к пространственной трещине бетонных призм, подверженных сжатию со сдвигом в момент исчерпания несущей способности железобетонной конструкции от разрушения сжатого бетона. Приведены основные гипотезы и диаграммы деформирования бетона для оценки эффекта импульсного воздействия на железобетонную конструкцию в момент разрушения сжатого бетона.

Получены аналитические зависимости для определения динамических деформаций $\varepsilon_{b,n-1,d}$ от импульсного воздействия в сечении k представительного объема сжатого бетона, возникающие в этой системе при переходе системы n в систему $(n-1)$ (при удалении стойки).

Для обоснования полученных результатов в качестве примера, рассмотрены модели статико-динамического деформирования в момент разрушения сжатого бетона над опасной пространственной трещиной применительно к железобетонной опытной конструкции прямоугольного сечения, подверженной кручению с изгибом, в экспериментальных исследованиях авторов. Полученные формулы дают возможность определить коэффициенты динамических догрузений в зависимости от случая взаимного расположения уровней напряжений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона: Моногр. М.: Изд-во АСВ, 2004. 472 с.
2. Верюжский Ю.В., Колчунов В.И. Методы механики железобетона. Киев: Кн. изд-во НАУ, 2005. 653 с.
3. Голышев А.Б., Колчунов В.И. Сопротивление железобетона: Моногр. Киев: Основа, 2009. 432 с.
4. Голышев А.Б., Колчунов В.И., Яковенко И.А. Теория и расчет железобетонных сборно-монолитных конструкций с учетом длительных процессов: Моногр. Киев: Талком, 2013. 337 с.

5. Г о л ы ш е в А.Б., К о л ч у н о в В.И., Я к о в е н к о И.А. Сопротивление железобетонных конструкций, зданий и сооружений, возводимых в сложных инженерно-геологических условиях: Моногр. Киев: Талком, 2015. 371 с.
6. К о л ч у н о в В.И., М а р ь е н к о в Н.Г., О м е л ь ч е н к о Е.В. и др. Методика определения жесткости плосконапряженных и стержневых железобетонных составных конструкций при сейсмических воздействиях // Промышленное и гражданское строительство. 2014. № 2. С. 12–15.
7. М и т а с о в В.М., Л о г у н о в а М.А., С т а ц е н к о Н.В. Влияние положения заранее организованных трещин на деформирование железобетонных элементов // Вестник ТГАСУ. 2016. № 2. С. 139–147.
8. М и т а с о в В.М. Основные положения теории сопротивления железобетона: Моногр. Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2010. 168 с.
9. М и т а с о в В.М. Развитие теории сопротивления железобетона. Промышленность строительных материалов. Сер. Промышленность сборного железобетона. М.: ВНИИЭСМ, 1990. 70 с.
10. М и т а с о в В.М. Некоторые пути дальнейшего развития теории сопротивления железобетона // Строительство и архитектура. 1990. № 10. С. 3–9.
11. М и т а с о в В.М., А д и щ е в В.В. О применении энергетических соотношений в теории сопротивления железобетона // Изв. вузов. Строительство и архитектура. 1990. № 4. С. 33–37.
12. К о л ч у н о в В.И., Д е м ь я н о в А.И., М и х а й л о в М.М. Расчетные модели статико-динамического деформирования системы железобетонных конструкций в момент разрушения сжатого бетона при кручении с изгибом // Строительная механика и расчет сооружений. 2019. № 2. С. 17–26.
13. О с о в с к и х Е.В., Д е м ь я н о в А.И., А л ь к а д и С.А. Экспериментальные исследования живучести фрагмента каркаса здания с железобетонными составными элементами, работающими на изгиб с кручением // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 5. С. 72–80.
14. Д е м ь я н о в А.И., А л ь к а д и С.А. Статико-динамическое деформирование железобетонных элементов пространственной рамы при их сложном сопротивлении // Известия вузов. Строительство. 2018. № 11. С. 20–33.
15. Г е н и е в Г.А., К и с с ю к В.Н., Т ю п и н Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. М.: Стройиздат, 1974. 316 с.
16. Г е н и е в Г.А., К о л ч у н о в В.И., К л ю е в а Н.В. Прочность и деформативность железобетонных конструкций при запроектных воздействиях: Моногр. М.: Изд-во АСВ, 2004. 216 с.
17. Д е м ь я н о в А.И., К о л ч у н о в В.И., С а л ь н и к о в А.С., М и х а й л о в М.М. Расчетные модели статико-динамического деформирования железобетонной конструкции при кручении с изгибом в момент образования пространственной трещины // Строительство и реконструкция. 2017. № 3. С. 13–22.

Колчунов Владимир Иванович, д-р техн. наук, проф.; E-mail: vlik52@mail.ru

Юго-Западный государственный университет, г. Курск

Демьянов Алексей Иванович, канд. техн. наук, доц.;

E-mail: sprescompany@gmail.com

Юго-Западный государственный университет, г. Курск

Михайлов Михаил Михайлович, асп.; E-mail: mixail.mixajloff2013@yandex.ru

Юго-Западный государственный университет, г. Курск

Получено после доработки 16.03.2020

Kolchunov Vladimir Ivanovich, DSc, Professor; E-mail: vlik52@mail.ru

Southwest State University, Kursk, Russia

Dem'yanov Aleksey Ivanovich, PhD, Ass. Professor; E-mail: speccompany@gmail.com

Southwest State University, Kursk, Russia

Mikhaylov Mikhail Mikhaylovich, Post-graduate Student;

E-mail: mixail.mixajloff2013@yandex.ru

Southwest State University, Kursk, Russia

STATIC-DYNAMIC DEFORMATION OF COMPRESSED CONCRETE IN AN UNDETECTABLE REINFORCED CONCRETE FRAME UNDER TORSIONAL BENDING

The article proposes to introduce static-dynamic models of deformation of the second level (concrete prism) in a complex stress-strain state of torsion with bending at the moment of destruction of compressed concrete, taking into account the impulse action. Built basic working hypotheses and analytical dependences for determination of deformations in the concrete compressed zone, which would have occurred in indeterminate reinforced concrete frame under bending and torsion if the transition system $n(n-1)$ was carried out in the result of instantaneous destruction of the compressed zone of a representative volume in section k . In a reinforced concrete space frame, a first-level calculation model is constructed that simulates a spatial cross-section with internal forces and deformations (stresses) arising in it; in sections made for cutting out special cross-sections of the i -th section, the distances between intersecting spatial cracks are taken into account. Thus, in the proposed second-level models made for cutting, this effect is manifested in a representative volume, in the vicinity of the compressed zone of concrete during destruction.

Key words: reinforced concrete structures, torsion with bending, calculation models, compressed concrete, representative volume, static-dynamic deformation, impulse action, destruction.

REFERENCES

1. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Raschetnyye modeli silovogo soprotivleniya zhelezobetona: Monografiya [Computational model of a power resistance of reinforced concrete: monograph]. Moscow, 2004. 472 p. (in Russian)
2. Veryuzhskiy Yu.V., Kolchunov V.I. Metody mekhaniki zhelezobetona [Methods of reinforced concrete mechanics]. Kiyev, 653 p.
3. Golyshev A.B., Kolchunov V.I. Soprotivleniye zhelezobetona: Monografiya [Resistance of reinforced concrete: Monograph]. Kiyev, Osnova, 2009. 432 p.
4. Golyshev A.B., Kolchunov V.I., Yakovenko I.A. Teoriya i raschet zhelezobetonnykh sborno-monolitnykh konstruksiy s uchedom dlitel'nykh protsessov: Monografiya [Theory and calculation of reinforced concrete prefabricated monolithic structures taking into account long-term processes: monograph]. Kiyev, 2013. 337 p.
5. Golyshev A.B., Kolchunov V.I., Yakovenko I.A. Soprotivleniye zhelezobetonnykh konstruksiy, zdaniy i sooruzheniy, vozvodimyykh v slozhnykh inzhenerno-geologicheskikh usloviyakh: Monografiya [Resistance of reinforced concrete structures, buildings and structures erected in complex engineering and geological conditions: monograph]. Kiyev, 2015. 371 p.
6. Kolchunov V.I., Mar'yenkov N.G., Ome'l'chenko E.V. et al. Metodika opredeleniya zhestkosti ploskonapryazhennykh i sterzhnevyykh zhelezobetonnykh sostavnykh konstruksiy pri seymicheskikh vozdeystviyakh [Method of determining the stiffness of flat-stressed and rod reinforced concrete composite structures under seismic influences]. Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo [Industrial and civil construction]. 2014. No. 2. Pp. 12–15. (in Russian)

7. Mitasov V.M., Logunova M.A., Statsenko N.V. Vliyanie polozheniya zaranee organizovannykh treshchin na deformatsionnoye zhelezobetonnnykh elementov [Influence of the position of pre-arranged cracks on the deformation of reinforced concrete elements]. Vestnik TGASU [Herald TSUACE]. 2016. No. 2. Pp. 139–147. (in Russian)
8. Mitasov V.M. Osnovnye polozheniya teorii soprotivleniya zhelezobetona: Monografiya [Basic provisions of the theory of reinforced concrete resistance: monograph]. Novosibirsk, NGASU (Sibstrin), 2010. 168 p. (in Russian)
9. Mitasov V.M. Razvitiye teorii soprotivleniya zhelezobetona. Promyshlennost' stroitel'nykh materialov. Ser. Promyshlennost' sbornogo zhelezobetona [Development of the theory of reinforced concrete resistance. Building materials industry. Precast industry series]. Moscow, 1990. 70 p. (in Russian)
10. Mitasov V.M. Nekotorye puti dal'neyshego razvitiya teorii soprotivleniya zhelezobetona [Some ways of further development of the theory of reinforced concrete resistance]. Stroitel'stvo i arkhitektura [Construction and architecture]. 1990. No. 10. Pp. 3–9. (in Russian)
11. Mitasov V.M., Adishchev V.V. O primeneniі energeticheskikh sootnosheniy v teorii soprotivleniya zhelezobetona [On the application of energy ratios in the theory of reinforced concrete resistance]. Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura [News of Higher Educational Institutions. Construction and architecture]. 1990. No. 4. Pp. 33–37. (in Russian)
12. Kolchunov V.I., Dem'yanov A.I., Mikhaylov M.M. Raschetnyye modeli statiko-dinamicheskogo deformatsionnogo zhelezobetonnnykh konstruktivnykh v moment razrusheniya szhatogo betona pri kruchenii s izgibom [Calculation models of static-dynamic deformation of the system of reinforced concrete structures at the moment of destruction of compressed concrete during torsion with bending]. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy [Structural mechanics and structural analysis]. 2019. No. 2. Pp. 17–26. (in Russian)
13. Osovskikh E.V., Dem'yanov A.I., Al'kadi S.A. Eksperimental'nye issledovaniya zhivuchesti fragmenta karkasa zdaniya s zhelezobetonnymi sostavnymi elementami, rabotayushchimi na izgib s krucheniem [Experimental studies of the survivability of a fragment of a building frame with reinforced concrete composite elements working on bending with torsion]. Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruktivnykh i sooruzheniy [Structural mechanics of engineering constructions and buildings]. 2017. No. 5. Pp. 72–80. (in Russian)
14. Dem'yanov A.I., Al'kadi S.A. Statiko-dinamicheskoe deformatsionnoye zhelezobetonnnykh elementov prostranstvennoy ramy pri ikh slozhnom soprotivlenii [Static-dynamic deformation of reinforced concrete elements of the spatial frame at their complex resistance]. Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2018. No. 11. Pp. 20–33. (in Russian)
15. Geniev G.A., Kissyuk V.N., Tyupin G.A. Teoriya plastichnosti betona i zhelezobetona [Theory of plasticity of concrete and reinforced concrete]. Moscow, Stroyizdat, 1974. 316 p. (in Russian)
16. Geniev G.A., Kolchunov V.I., Klyueva N.V. Prochnost' i deformatsionnost' zhelezobetonnnykh konstruktivnykh pri zaproektnykh vozdeystviyakh: Monografiya [Strength and deformability of reinforced concrete structures under beyond design basis impacts: Monograph]. Moscow, 2004. 216 p. (in Russian)
17. Dem'yanov A.I., Kolchunov V.I., Sal'nikov A.S., Mikhaylov M.M. Raschetnyye modeli statiko-dinamicheskogo deformatsionnogo zhelezobetonnnykh konstruktivnykh pri kruchenii s izgibom v moment obrazovaniya prostranstvennoy treshchiny [Calculation models of static-dynamic deformation of reinforced concrete structure under torsion with bending at the moment of formation of spatial crack]. Stroitel'stvo i rekonstruktsiya [Construction and reconstruction]. 2017. No. 3. Pp. 13–22. (in Russian)