

---

# **СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ, ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ. ОСНОВАНИЯ И ФУНДАМЕНТЫ**

---

## **BUILDING CONSTRUCTIONS, BUILDINGS AND STRUCTURES. BASES AND FOUNDATIONS**

Известия вузов. Строительство. 2023. № 3. С. 5–21.

ISSN 0536-1052

News of Higher Educational Institutions. Construction. 2023; (3): 5–21.

ISSN 0536-1052

Научная статья

УДК 69.7

DOI: 10.32683/0536-1052-2023-771-3-5-21

### **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИИ-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В КАМЕННОЙ КЛАДКЕ, УСИЛЕННОЙ АРМИРУЮЩИМИ СЕТКАМИ**

**Омар М.Д. Шакарнек, Владимир Васильевич Адищев**

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет  
(Сибстрин), Новосибирск, Россия

**Аннотация.** Работа посвящена исследованию напряженно-деформированного состояния в неармированных и армированных кладках. В предположении, что материалы подчиняются линейно-упругим законам деформирования, получены упрощенные расчетные формулы для определения напряжений в сжатых армированных и неармированных кладках. В зависимости от соотношений жесткостей камней, растворных швов и армирующих сеток в слоях реализуются горизонтальные напряжения сжатия или растяжения.

Выполнен конечно-элементный анализ напряженно-деформированного состояния в неармированных и армированных кладках. Результаты, полученные аналитическим расчетом и методом конечных элементов, хорошо согласуются.

Расчеты показали, что армирование растворных швов сетками позволяет для большинства типов кладки добиться реализации в кирпиче только сжимающих напряжений. При этом в растворных швах возникают горизонтальные растягивающие напряжения. Поперечные сжимающие напряжения возникают в кирпичах армированных кладок даже в случаях, когда кирпич более жесткий, чем раствор, и раствор имеет более низкие коэффициенты поперечного расширения.

**Ключевые слова:** каменная кладка, металлическая и стеклопластиковая арматурные сетки, характеристики жесткости, сжимающих напряжений, напряженно-деформированного состояния

**Для цитирования:** Шакарнек О.М.Д., Адищев В.В. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния в каменной кладке, усиленной армирующими сетками // Известия вузов. Строительство. 2023. № 3. С. 5–21. DOI: 10.32683/0536-1052-2023-771-3-5-21.

Original article

## NUMERICAL SIMULATION OF THE STRESS-STRAIN STATE IN MASONRY REINFORCED WITH REINFORCING GRIDS

**Omar M.D. Shakarneh, Vladimir V. Adishchev**

Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin),  
Novosibirsk, Russia

**Abstract.** The work is devoted to the study of the stress-strain state in unreinforced and reinforced masonry. Assuming that materials obey linear elastic laws of deformation, simplified calculation formulas are obtained for determining stresses in compressed reinforced and unreinforced masonry. Depending on the ratio of the stiffness of stones, mortar joints and reinforcing meshes, horizontal compressive or tensile stresses are realized in the layers. A finite element analysis of the stress-strain state in unreinforced and reinforced masonry was performed. The results obtained by analytical calculation and the finite element method are in good agreement. Calculations have shown that the reinforcement of mortar joints with meshes allows for most types of masonry to achieve only compressive stresses in brick. In this case, horizontal tensile stresses arise in the mortar joints. Transverse compressive stresses occur in reinforced masonry bricks even when the brick is stiffer than the mortar and the mortar has lower coefficients of transverse expansion.

**Keywords:** masonry, metal and fiberglass reinforcing meshes, characteristics of rigidity, compressive stresses, stress-strain state

**For citation:** Shakarneh O.M.D., Adishchev V.V. Numerical simulation of the stress-strain state in masonry reinforced with reinforcing grids. *News of Higher Educational Institutions. Construction.* 2023; (3): 5–21. (In Russ.). DOI: 10.32683/0536-1052-2023-771-3-5-21.

**1. Введение.** Каменная кладка представляет собой структурно-неоднородный многофазный материал. Можно считать этот материал состоящим из нескольких фаз: ложковые ряды камней, тычковые ряды, горизонтальные слои раствора, вертикальные слои раствора. В настоящей работе рассматривается кладка без тычковых рядов. При нагружении можно выделить несколько стадий. На первой стадии возникают трещины в отдельных ложковых рядах, которые не ведут к потере несущей способности. На следующей стадии появление трещин с увеличением нагрузки приводит к тому, что процесс деформирования становится физически нелинейным, несмотря на то, что зависимости напряжений от деформаций в камнях практически остаются линейными (материал этой фазы хрупкий). Нелинейность является следствием изменения структуры фазы в результате возникновения трещин, т.е. вместо камня, в котором возникла трещина, образуются два камня.

Формы разрушения кладок существенно зависят от вида напряженного состояния. При различных соотношениях параметров жесткости в материалах кладки (модуль деформации и коэффициент Пуассона камня и растворного шва) горизонтальные напряжения в кладке и растворном шве могут иметь разные знаки [1, 2]. Камень значительно хуже сопротивляется растяжению, чем сжатию. Поэтому для повышения несущей спо-

собности целесообразно принять такие соотношения жесткостей, при которых в камне будут возникать только сжимающие напряжения. В [3] экспериментально показано, что усилие кладок армирующими сетками существенно повышает несущую способность кладок из керамических блоков.

В настоящей работе исследуется влияние соотношения жесткостей камня и растворного слоя, а также армирующих сеток на напряженно-деформированное состояние кладок. Кладки считаются идеальными в том смысле, что отсутствуют различные геометрические несовершенства, и поэтому не возникают изгибные деформации. Для моделирования напряжено-деформированного состояния в кладках использовались различные методы. С применением подхода, сформулированного в [4], были получены аналитические соотношения для определения растягивающих и сжимающих напряжений в компонентах кладок, в том числе в армирующих слоях. Армирующий слой рассматривался как однородное сплошное тело, осредненные характеристики которого определяются по «правилу смесей». Кладки при этом рассматривались как слоистые среды. В [3] показано, что учет вертикальных швов не приводит к существенному изменению жесткостных характеристик.

Для численного моделирования использован программный комплекс Abaqus [5], который позволяет учесть в расчетной схеме наличие армирующих сеток в растворном слое с помощью объемных конечных элементов.

**2. Аналитические оценки горизонтальных напряжений в компонентах кладок.** Следуя [3], растворные швы и ряды камней рассматриваются как компоненты слоистой структуры. Используется предположение об идеальном сцеплении между камнем и растворным швом.

Рассмотрим фрагмент кладки, изображенный на рис. 1, под действием сжимающей нагрузки в направлении оси  $y$ . Фрагмент считается «вырезанным» из бесконечной по направлениям  $x$  и  $z$  слоистой структуры. При этом возникают поперечные смещения по осям  $x$  и  $z$ . Предполагается линейно-упругое поведение материалов, так как камни разрушаются хрупко. Пластические свойства материала растворного шва на данном этапе не учитываются.

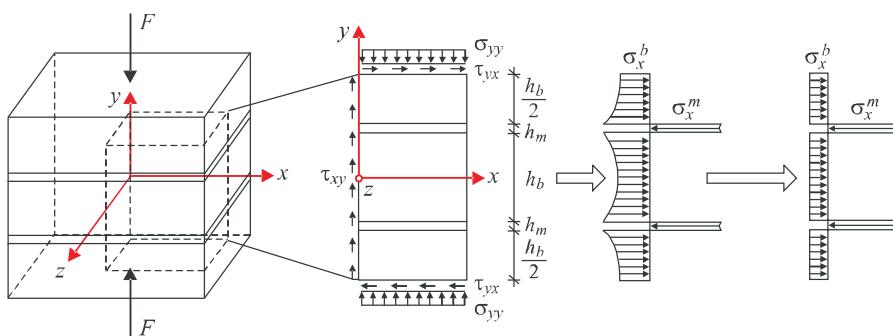


Рис. 1. Схема распределения горизонтальных напряжений в камне и растворе кладки

Fig. 1. Scheme of distribution of horizontal stresses in stone and masonry mortar

Деформации растяжения-сжатия в камне и растворном шве определяются соотношениями обобщенного закона Гука для камня (1) и раствора (2):

$$\begin{cases} \varepsilon_x^b = \frac{1}{E_b} [\sigma_x^b - \mu_b (\sigma_y^b + \sigma_z^b)], \\ \varepsilon_y^b = \frac{1}{E_b} [\sigma_y^b - \mu_b (\sigma_x^b + \sigma_z^b)], \\ \varepsilon_z^b = \frac{1}{E_b} [\sigma_z^b - \mu_b (\sigma_x^b + \sigma_y^b)]. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_x^m = \frac{1}{E_m} [\sigma_x^m - \mu_m (\sigma_y^m + \sigma_z^m)], \\ \varepsilon_y^m = \frac{1}{E_m} [\sigma_y^m - \mu_m (\sigma_x^m + \sigma_z^m)], \\ \varepsilon_z^m = \frac{1}{E_m} [\sigma_z^m - \mu_m (\sigma_x^m + \sigma_y^m)]. \end{cases} \quad (2)$$

В уравнениях (1), (2) компоненты напряжений, деформаций и параметры жесткости (модули деформаций и коэффициенты поперечных деформаций) снабжены индексами: для камня  $b$ , для раствора  $m$ .

Вертикальная сжимающая нагрузка создает одинаковые напряжения в камнях и горизонтальном растворном слое:

$$\sigma_y = \sigma_y^m = \sigma_y^b. \quad (3)$$

Распределение горизонтальных напряжений по высоте камня непостоянно. В [2] принято, что это распределение описывается параболической зависимостью по высоте, а горизонтальные напряжения в растворе постоянны. Для упрощения рассматривался также случай, когда горизонтальные напряжения в камне постоянны (см. рис. 1). Примем эту гипотезу для предварительной оценки соотношений между напряжениями в камне и растворе.

Если адгезионные связи между раствором и камнями идеальны, горизонтальные деформации на границе растворного слоя и камня должны быть одинаковыми:

$$\varepsilon_x^b = \varepsilon_z^m. \quad (4)$$

Но из-за разных модулей деформации камня и раствора в контактном слое возникают напряжения сдвига. Они, в свою очередь, создают нормальные напряжения в кирпиче и растворе.

Рассмотрим фрагмент кладки, изображенный на рис. 1. Как указывалось выше, будем считать, что фрагмент «вырезан из бесконечной кладки», т.е. напряжения по осям  $Ox$  и  $Oz$  постоянны. В силу симметрии напряжения сдвига  $\tau_{yx}$  ( $\tau_{yz}$ ) в центре камня равны нулю. Запишем уравнение равновесия для горизонтальных усилий:

$$\int_0^{h_m} \sigma_x^m dy + \int_0^{h_b} \sigma_x^b dy = 0.$$

Так как напряжения по высоте камня и растворного слоя считаются постоянными, из уравнения равновесия следует:

$$\begin{aligned} h_m \sigma_x^m + h_b \sigma_x^b &= 0, \\ \sigma_x^m &= -\frac{\sigma_x^b h_b}{h_m}. \end{aligned} \quad (5)$$

Из уравнений (1)–(5) можно получить зависимость горизонтального напряжения в камне от вертикального напряжения и параметров камня и раствора:

$$\sigma_x^b = \frac{\sigma_y \beta_y^b}{\beta_x^b + \beta_z^b}, \quad (6)$$

где  $\beta_x^b = \frac{1}{E^b} + \frac{h_b}{h_m E^m}$ ;  $\beta_z^b = -\frac{\mu_b}{E^b} - \frac{\mu_m h_b}{E^m h_m}$ ;  $\beta_y^b = \frac{\mu_b}{E^b} - \frac{\mu_m}{E^m}$ .

Уравнение (6) дает в упрощенной форме соотношение между горизонтальными и вертикальными напряжениями в камне, по формуле (5) определяются напряжения в растворном слое.

Если считать рассматриваемый фрагмент вырезанным из бесконечного слоистого тела, то  $\sigma_x^m = \sigma_z^m$ ,  $\sigma_x^b = -\frac{\sigma_x^m h_m}{h_b}$ ,  $\sigma_z^b = -\frac{\sigma_z^m h_m}{h_b}$ .

Для горизонтальных напряжений в растворе получаем формулу

$$\sigma_x^m = \frac{\sigma_y \beta_y^m}{\beta_x^m + \beta_z^m}, \quad (7)$$

где  $\beta_x^m = \frac{1}{E^b} \frac{h_m}{h_b} + \frac{1}{E^m}$ ,  $\beta_z^m = \frac{\mu_b}{E^b} \frac{h_m}{h_b} + \frac{\mu_m}{E^m}$ ,  $\beta_y^m = \left( \frac{\mu_m}{E^m} - \frac{\mu_b}{E^b} \right) = -\beta_y^b$ .

Согласно (5) горизонтальные напряжения в камне и растворном шве имеют противоположные знаки. Горизонтальные напряжения вычисляются по формулам (6), (7). В зависимости от соотношений параметров жесткости (модулей деформаций и коэффициентов поперечных деформаций) горизонтальные напряжения могут иметь различные знаки, т. е. в камне и растворном шве могут возникать как сжимающие, так и растягивающие напряжения.

В соответствии с общепринятыми положениями [6, 7] появление вертикальных трещин в каменной кладке происходит при достижении горизонтальных растягивающих напряжений в камне критических значений при уровне сжимающих напряжений (0,4...0,7)  $R_u$  ( $R_u$  – предел прочности кладки). При этом трещины возникают, как правило, над вертикальными растворными швами.

Причинами возникновения растягивающих напряжений в камне являются следующие факторы:

- неравномерность укладки раствора в шве и, как следствие, возникновение изгибного напряженно-деформированного состояния;
- возникновение горизонтальных растягивающих напряжений в камне вследствие структурной неоднородности кладки.

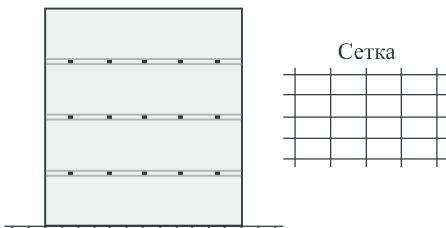


Рис. 2. Армированный растворный шов

Fig. 2. Reinforced mortar joint

Первый фактор недостаточно контролируемый, так как во многом зависит от качества материалов и технологии. Поэтому остановимся на втором факторе, поскольку, как показало исследование, имеется возможность «управлять» напряженно-деформированным состоянием (НДС) в элементах кладок с помощью установки армирующих сеток в растворные швы (рис. 2). Для повышения прочности и уменьшения деформаций в поперечном направлении кладки применяют армирование металлическими и неметаллическими сетками горизонтальных растворных швов [8–10]. В стержнях сеток возникают растягивающие усилия, а в камнях – напряжения сжатия. В этом случае трещины появляются при напряжениях, превышающих  $0,7R_u$ . Разделения кладки на отдельные столбики не происходит. Поэтому уровень напряжений в арматуре важен для расчетов армированной кладки. Для армирования кладок применяют сварные прямоугольные сетки из стержней диаметром 3...6 мм с размерами ячеек  $30 \leq c \leq 120$  мм. Для неметаллической арматуры информация в нормах отсутствует.

Формулы (6), (7) дают достаточно грубые оценки напряжений в камне и растворном шве, но позволяют определить знаки напряжений. По этим формулам можно получить и оценки напряжений для армированных растворных швов.

На рис. 3, а, б приведены графики горизонтальных напряжений в камнях и растворе рассмотренного фрагмента кладки, полученные из аналитических соотношений (6), (7). Показаны горизонтальные напряжения в растворе и кирпичах при сжимающих вертикальных напряжениях для шести типов кладок. Напряжения в поперечных направлениях  $x, z$  по отношению к направлению сжатия считаются равными. Образцы моделировались как слоистые среды с учетом горизонтальных швов. Использовались нормативные характеристики кирпича и раствора. В табл. 1 даны различные сочетания параметров

Таблица 1. Характеристики материалов для неармированных кладок

Table 1. Characteristics of materials for unreinforced masonry

Тип кладки	$E_m$ , МПа	$E_b$ , МПа	$\mu_b$	$\mu_m$	$h_m$ , мм	$h_b$ , мм
1	2500	7500	0,15	0,18	15	65
2	7500	14500	0,12	0,2	15	65
3	14500	25500	0,12	0,2	15	65
4	7500	2500	0,18	0,15	15	65
5	14500	7500	0,2	0,12	15	65
6	25000	14500	0,2	0,12	15	65

Примечание.  $E_m, E_b$  – модули деформации раствора и кирпича;  $\mu_b, \mu_m$  – коэффициенты поперечных деформаций для кирпича и раствора;  $h_m, h_b$  – толщина раствора и кирпича соответственно.

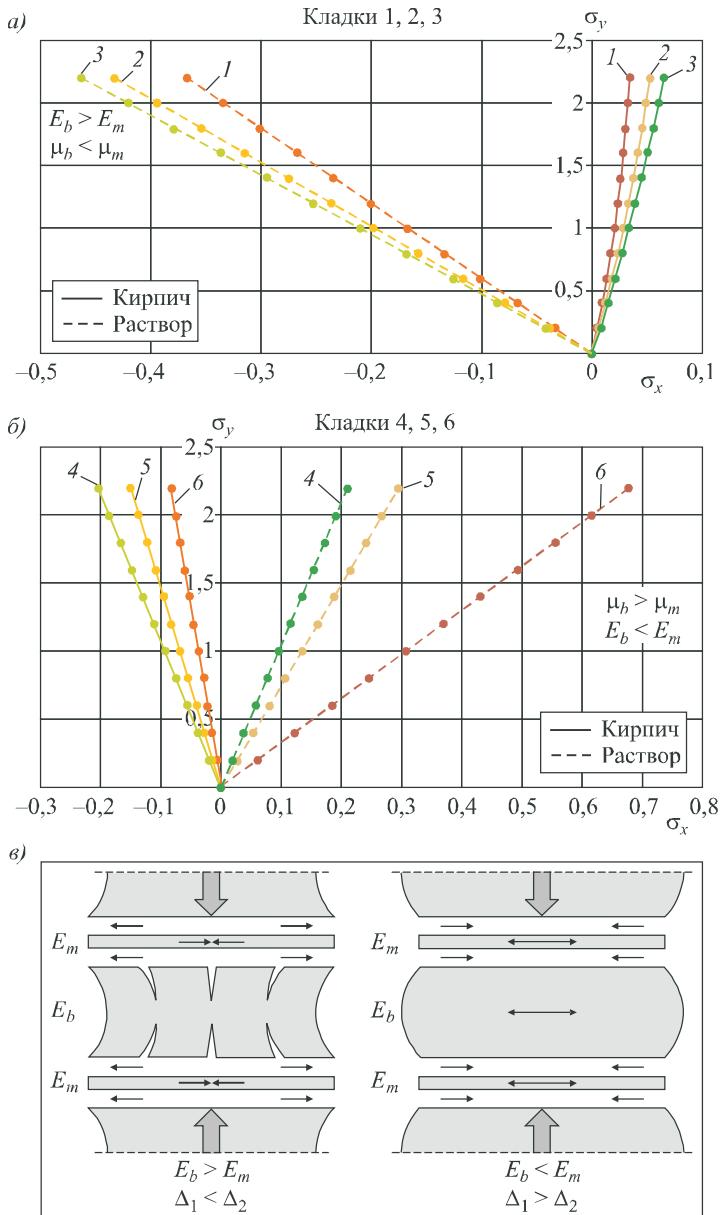


Рис. 3. Сравнение горизонтальных напряжений в кирпиче и при различных сочетаниях параметров жесткостей (а, б); схема растягивающих и сжимающих горизонтальных напряжений в камнях и растворных швах неармированных кладок при различных соотношениях жесткостей (в)

Fig. 3. Comparison of horizontal stresses in brick and for various combinations of stiffness parameters (a, b); scheme of tensile and compressive horizontal stresses in stones and mortar joints of unreinforced masonry at various stiffness ratios (c)

жесткости, численные значения модуля деформации и коэффициенты поперечных деформаций.

Анализ графиков (рис. 3, а) позволяет сделать вывод, что если модуль деформаций кирпича больше модуля деформаций раствора, то в кирпиче возникают напряжения растяжения, а в растворе напряжения сжатия. В реальных кладках, как правило, это условие выполняется. Если добиться выполнения противоположного условия (жесткость кирпича меньше жесткости раствора), то имеет место противоположная ситуация (рис. 3, б): напряжения в кирпиче сжимающие, в растворе – растягивающие. Очевидно, несущая способность выше, если напряжения в кирпиче сжимающие. Для повышения жесткости растворных швов применяется армирование сетками.

Далее приведены оценки напряжений в кладках, армированных металлическими и стеклопластиковыми сетками, полученные аналитически по формулам (6), (7). Осредненные жесткостные характеристики армированного растворного шва определялись по «правилу смесей» как для сплошного однородного тела, с использованием нормативных характеристик материалов сетки и раствора (табл. 2, 3), по формулам:

$$E_{w,r}^m = k_m E_m + k_r E_r, \quad \mu_{w,r}^m = k_m \mu_m + k_r \mu_r, \quad (8)$$

$$E_{w,G}^m = k_m E_m + k_G E_G, \quad \mu_{w,G}^m = k_m \mu_m + k_G \mu_G, \quad (9)$$

где  $E_{w,r}^m$  – модуль деформации армированного стальной сеткой растворного шва;

**Таблица 2. Нормативные характеристики материалов кладки при армировании стальной и стеклопластиковой сетками**

**Table 2. Normative characteristics of masonry materials when reinforcing with steel and fiberglass meshes**

$E_r$ , МПа	$\mu_r$	$E_G$ , МПа	$\mu_G$	$E_b$ , МПа	$\mu_b$	$E_m$ , МПа	$\mu_m$
200000	0,3	56000	0,25	2500	0,15	2500	0,18
				14500	0,15	7500	0,18
				25000	0,2	14500	0,23

**Таблица 3. Осредненные характеристики армированных растворных швов**

**Table 3. Average characteristics of reinforced mortar joints**

Растворный шов, армированный стальной сеткой			Растворный шов, армированный стеклопластиковой сеткой		
Тип кладки	$E_{w,r}^m$ , МПа	$\mu_{w,r}^m$	Тип кладки	$E_{w,G}^m$ , МПа	$\mu_{w,G}^m$
1	12375	0,186	4	5175	0,1825
2	16887,5	0,15	5	9687,5	0,154
3	23775	0,205	6	16575	0,2015

**Примечание.** Характеристики вычислены по формулам (8), (9) при  $k_m = 0,95$ ,  $k_r = 0,05$ .

$k_m$ ,  $k_r$  – весовые коэффициенты армирования в растворе как в сплошном однородном теле, отражающие объемное содержание арматуры в растворе;

$\mu_{w,r}^m$  – коэффициент поперечных деформаций армированного стальной сеткой растворного шва;

$E_{w,G}^m$  – модуль деформации армированного стеклопластиковой сеткой растворного шва;

$\mu_{w,G}^m$  – коэффициент поперечных деформаций армированного стеклопластиковой сеткой растворного шва.

Индексами  $r$  и  $G$  снабжены параметры стальных и стеклопластиковых стержней, из которых изготовлены сетки:  $E_r$  – модуль упругости материала металлической сетки,  $\mu_r$  – коэффициент Пуассона материала стальной сетки,  $E_G$  – модуль упругости материала стеклопластиковой сетки,  $\mu_G$  – коэффициент Пуассона материала стеклопластиковой сетки.

По формулам (6) и (7) определены горизонтальные напряжения в армированных кладках. На рис. 4, *a*, *b* представлены результаты расчета.

Результаты расчетов показали, что армирование растворных швов сетками позволяет для большинства типов кладки добиться реализации в кирпиче только сжимающих напряжений. При этом в растворных швах возникают растягивающие напряжения. Если считать, что кладка геометрически «идеальная», то при реализации такого напряженного состояния возникновение трещин обусловлено наличием неконтролируемых неоднородностей в материалах. Поэтому нужно стремиться к тому, чтобы при нагружении кладки возникало НДС с растягивающими напряжениями в растворе и сжимающими в кирпиче. Такое НДС реализуется не всегда, это зависит от свойств армирующих сеток. На рис. 4, *b* показаны графики напряжений для кладки типа 6. В этой кладке напряжения в кирпиче растягивающие, в растворе сжимающие. Если применяются металлические сетки, то, как показывает расчет, напряжения в кирпиче всегда сжимающие.

На рис. 4, *c* показана схема возникающих растягивающих и сжимающих напряжений в армированных растворных швах и в кирпичном слое. Поперечные сжимающие напряжения возникают в кирпичах армированных кладок даже в случаях, когда кирпич более жесткий, чем раствор, и раствор имеет более низкие коэффициенты поперечного расширения.

**3. Конечно-элементный анализ [10–12] напряженного состояния в неармированных и армированных кладках.** Для анализа деформирования кладок методом конечных элементов использовалось программное обеспечение Abaqus (Version 2020). Рис. 5 иллюстрирует 3D-модель. Характеристики материалов кладок, используемые для численного анализа, показаны в табл. 1, сравнение результатов численного моделирования и аналитических расчетов по формулам (6), (7) – в табл. 4–6. Напряжения в кирпиче и растворном шве были определены в центре кладки [13, 14].

**Использованы следующие типы конечных элементов:**

– кирпичи и растворные швы были смоделированы в Abaqus с применением элемента C3D8 (континуум трехмерный (3D), 8 узлов);

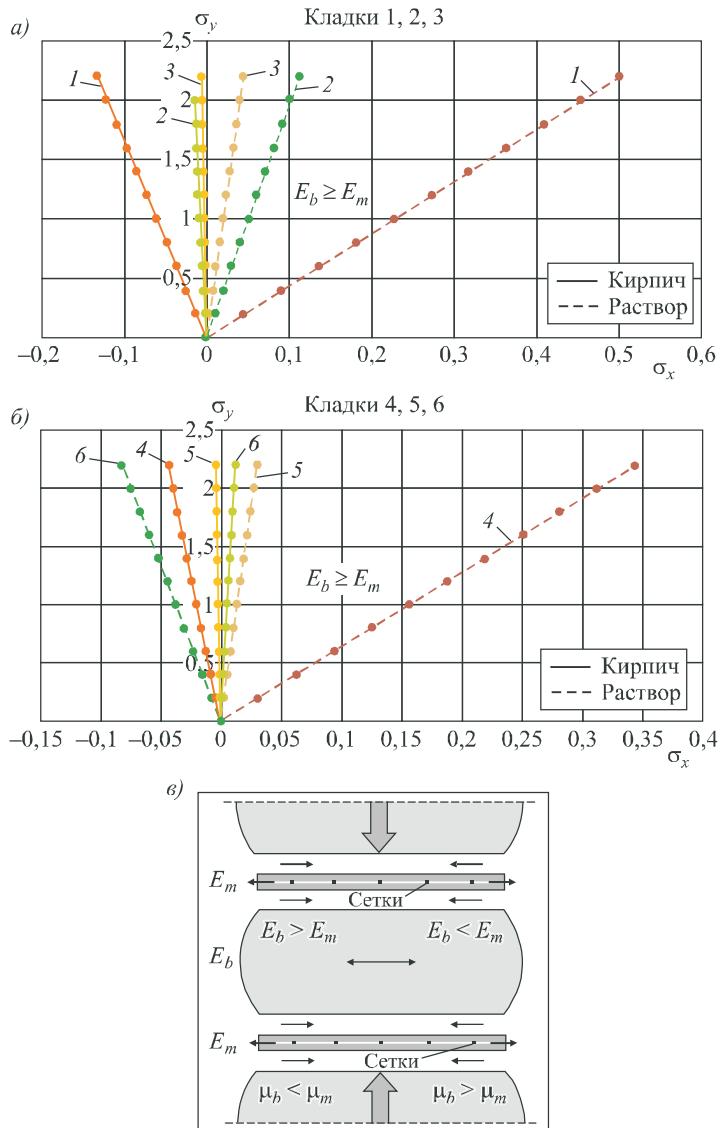


Рис. 4. Горизонтальные напряжения в кирпиче и растворном шве, армированном металлической (а) и стеклопластиковой (б); схема растягивающих и сжимающих напряжений в армированных растворных швах и в кирпичном слое (в)

Fig. 4. Horizontal stresses in brick and mortar joint reinforced with metal (a) and with fiberglass mesh (b); scheme of tensile and compressive stresses in reinforced mortar joints and in a brick layer (c)

– арматурная сетка моделируется в Abaqus с использованием элемента T3D2 (2-узловой линейный 3D-стержень);

– «стандартное» разбиение кирпича на конечные элементы 3D-mesh – из призматических элементов: для кирпича 7 элементов в высоту, 20 элементов в ширину и 20 элементов в глубину.

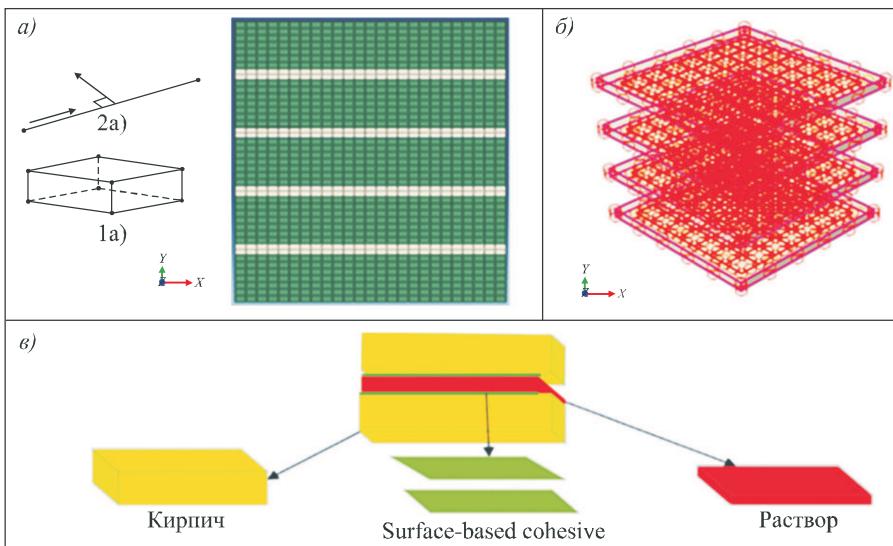


Рис. 5. Конечно-элементная расчетная схема армированной кладки  
 а – Mesh, б – Embedded region, в – модуль surface-based cohesive behavior.  
 1а – трехмерное деформируемое тело, 2а – арматурный стержень

Fig. 5. Finite element design scheme of reinforced masonry,  
 a – Mesh, b – Embedded region, c – module surface-based cohesive behavior.  
 1a – three-dimensional deformable body, 2a – reinforcing bar

Расчетный фрагмент состоит из пяти рядов кирпичей и четырех растворных швов (рис. 5, а). Растворные швы имеют два конечных элемента в высоту, 20 элементов в ширину и 20 элементов в глубину.

Совместность деформирования раствора и арматуры обеспечивалась модулем Interaction (Embedded region). Армирующие стержни моделировались с помощью инструмента Embedded region (рис. 5, б). Данная техника позволяет внедрять внутрь основного объекта ряд элементов с иными свойствами. Если узел внедренного элемента лежит в пределах элемента основного тела, то поступательные степени свободы этого узла рассчитываются в соответствии со значениями степеней свободы элемента основного тела.

Совместное деформирование ряда кирпичей и растворного шва обеспечивается введением контакта «поверхность–поверхность» (модуль surface-based cohesive behavior). Принятый подход к моделированию совместного деформирования иллюстрируется на рис. 5, в. Контактная поверхность между кирпичом и раствором моделируется слоями кирпича и раствора.

Адекватность моделирования кладок как слоистой среды обоснована в работах [2, 3]. Показано, что влияние вертикальных растворных швов на деформативные свойства отдельного ряда кладки не превышает 2 %, и им можно пренебречь. На границах между слоями выполняется условие непрерывности перемещений. Вертикальная сжимающая нагрузка соответствовала номинальному напряжению 2,1 МПа. Рассмотрено четыре типа кладок с различными характеристиками материалов (табл. 4).

Таблица 4. Характеристики материалов для неармированных кладок

Table 4. Characteristics of materials for unreinforced masonry

Тип кладки	$E_m$ , МПа	$E_b$ , МПа	$\mu_b$	$\mu_m$	$h_m$ , мм	$h_b$ , мм
1	2500	7500	0,15	0,18	15	65
2	7500	2500	0,18	0,15	15	65
3	14500	25000	0,12	0,2	15	65
4	25000	14500	0,2	0,12	15	65

Примечание. Усл. обозначения см. в табл. 1.

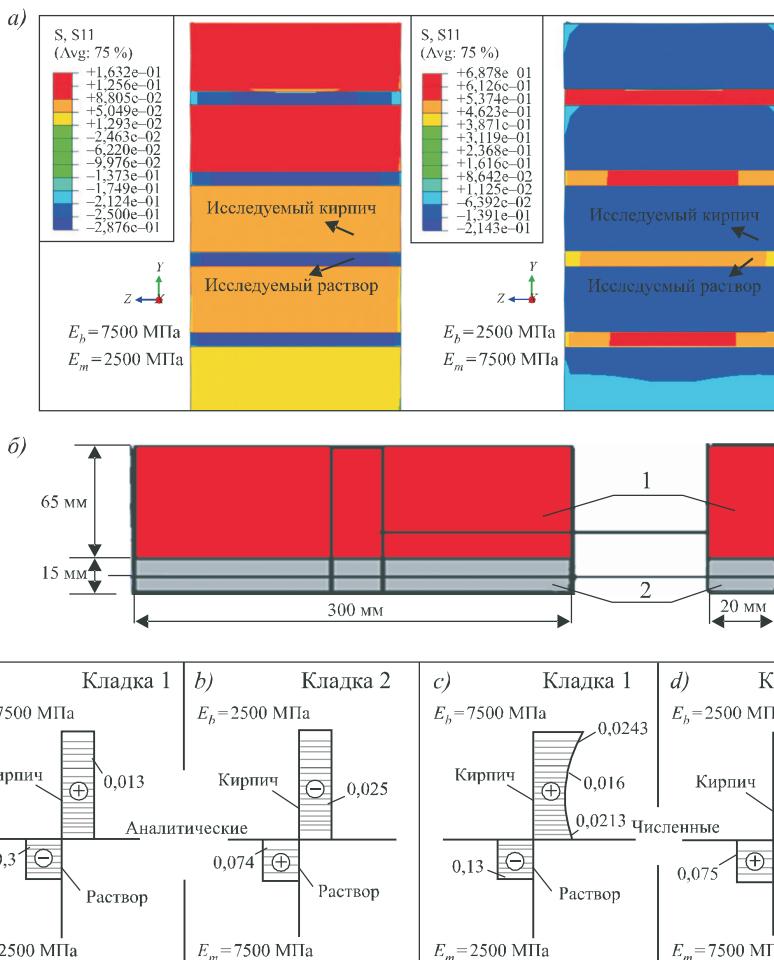


Рис. 6. Изополя горизонтальных напряжений в ложковых рядах неармированной кладки (a); геометрические размеры расчетного фрагмента, для которого на рис. 6, в изображены эпюры напряжений: 1 – кирпич, 2 – раствор (б); эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{xx}$ , в направлении оси (x), полученные аналитическим расчетом и численно МКЭ: а, с – при  $E_b > E_m$ , б, д – при  $E_b < E_m$  (в)

Fig. 6. Isofields of horizontal stresses in the spoon rows of unreinforced masonry (a); geometric dimensions of the computational fragment, for which in Figs. 6, c shows stress diagrams: 1 – brick, 2 – mortar (b); diagrams of normal stresses  $\sigma_{xx}$ , in the direction of the (x) axis, obtained by analytical calculation and numerically by the FEM: a, c – for  $E_b > E_m$ , b, d – for  $E_b < E_m$  (c)

Таблица 5. Сравнение горизонтальных напряжений в кирпиче и в растворном шве неармированной кладки

Table 5. Comparison of horizontal stresses in brick and mortar joint in unreinforced masonry

Тип кладки	Сжимающие напряжения	Аналитическое решение		Численное моделирование	
		раствор	кирпич	раствор	кирпич
	$\sigma_y$ , МПа	$\sigma_x^m$ , МПа	$\sigma_x^b$ , МПа	$\sigma_x^m$ , МПа	$\sigma_x^b$ , МПа
1	2,1	-0,033	0,013	-0,075	0,016
2	2,1	0,074	-0,025	0,013	-0,023
3	2,1	-0,34	0,05	-0,23	0,042
4	2,1	0,536	-0,077	0,4	-0,0518

На рис. 6, а, в приведены изополя и эпюры горизонтальных напряжений в средних сечениях фрагментов неармированных кладок типа 1 и 2 (табл. 4). Для первой кладки выполнено условие  $E_b > E_m$ , для второй –  $E_b < E_m$ . Для первой кладки, когда жесткость кирпича превышает жесткость растворного шва, в кирпичах возникают растягивающие напряжения, в шве – сжимающие. Для второй кладки, наоборот, в кирпичах возникают сжимающие напряжения, в шве – растягивающие. Для кладок типа 3 и 4 также были выполнены расчеты.

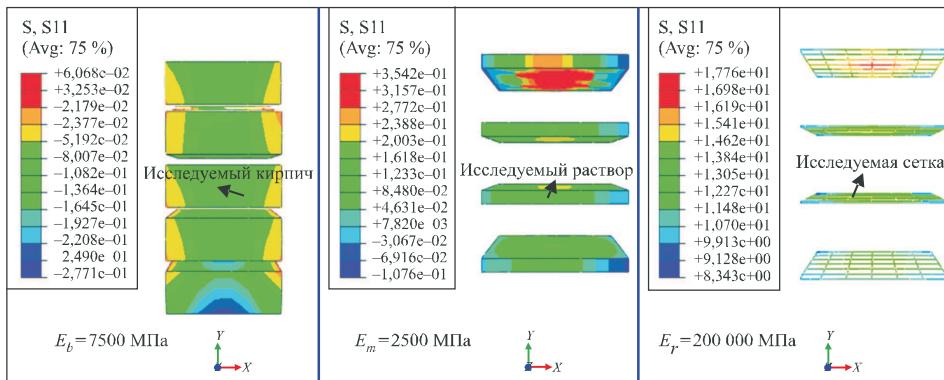
Значения, полученные аналитическим расчетом и методом МКЭ, хорошо согласуются. Различия объясняются тем, что аналитические формулы (6), (7) получены в результате довольно грубых предположений. Тем более, что конечно-элементный анализ выполнен для фрагмента ограниченного объема. Таким образом, приближенные аналитические формулы дают приемлемые первоначальные оценки напряжений.

Таблица 6. Сравнение горизонтальных напряжений

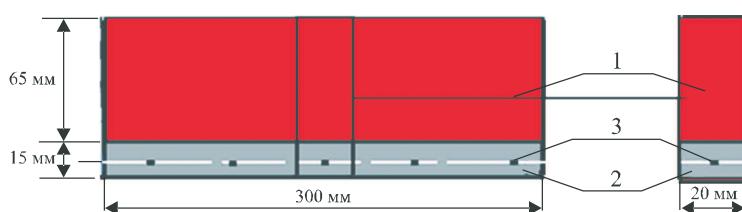
Table 6. Comparison of horizontal stresses

Тип кладки	Сжимающее напряжение	Аналитическое решение		Численное моделирование	
		раствор	кирпич	раствор	кирпич
	$\sigma_y$ , МПа	$\sigma_x^m$ , МПа	$\sigma_x^b$ , МПа	$\sigma_x^m$ , МПа	$\sigma_x^b$ , МПа
<i>Кладка, армированная металлической сеткой</i>					
1	2,1	0,003	-0,0018	0,00352	-0,0013
2	2,1	0,022	-0,20	0,03	-0,17
3	2,1	0,0240	-0,0011	0,033	-0,0014
4	2,1	0,08113	-0,03165	0,064	-0,028
<i>Кладка, армированная стеклопластиковой сеткой</i>					
1	2,1	0,344	-0,043	0,3	-0,036
2	2,1	0,115	-0,01	0,14	-0,0112
3	2,1	-0,082	0,015	-0,077	0,019
4	2,1	0,085	-0,013	0,056	-0,02

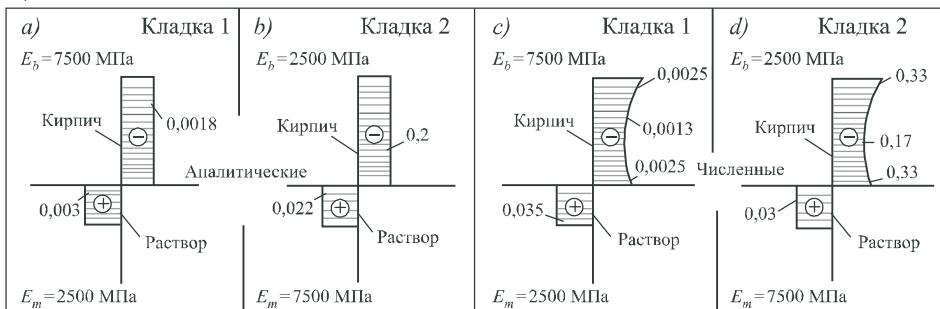
*a)*



*b)*



*c)*



*Рис. 7. Изополя горизонтальных напряжений в ложковых рядах кладки кирпича при армировании мета (a); геометрические размеры расчетного фрагмента, для которого на рис. 7, в изображены эпюры напряжений: 1 – кирпич, 2 – раствор, 3 – сетки (стеклопластиковая или металлическая) (б); эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{xx}$  в растворном шве и кирпиче кладки, армированной металлическими сетками: а, с – при  $E_b > E_m$ , б, д – при  $E_b < E_m$  (в)*

*Fig. 7. Isofields of horizontal stresses in the spoon rows of brick laying when reinforcing a metal mesh (a); the geometric dimensions of the computational fragment, for which in Fig. 7, c stress diagrams are shown: 1 – brick, 2 – mortar, 3 – grids (fiberglass or metal) (b); diagrams of normal stresses  $\sigma_{xx}$  in mortar joint and masonry brick reinforced with metal meshes: a, c – for  $E_b > E_m$ , b, d – for  $E_b < E_m$  (c)*

Как правило, в реальных кладках жесткость камня значительно выше жесткости растворных швов. В камнях практически всегда возникают растягивающие напряжения. Обратная ситуация возможна в кладках, если применяется специальный клей вместо цементно-известкового раствора. Поэтому на практике используется армирование кладок.

Для определения горизонтальных напряжений в армированных кладках аналитическим расчетом было принято армирование растворного шва как сплошного однородного тела, осредненные характеристики которого опреде-

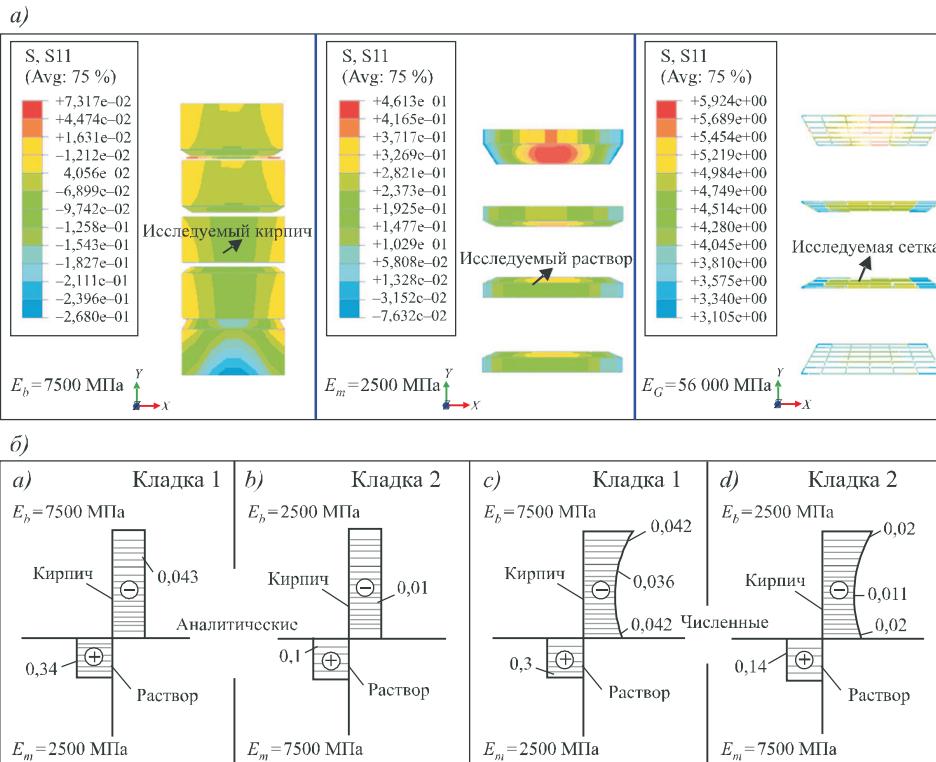


Рис. 8. Изополя горизонтальных напряжений в ложковых рядах кладки кирпича при армировании стеклопластиковой сеткой (*a*); эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{xx}$  в растворном шве и кирпиче кладки, армированной стеклопластиковыми сетками: *a, c* – при  $E_b > E_m$ , *b, d* – при  $E_b < E_m$  (*b*)

Fig. 8. Isofields of horizontal stresses in the spoon rows of brick laying when reinforced with fiberglass mesh (*a*); diagrams of normal stresses  $\sigma_{xx}$  in the mortar joint and masonry brick reinforced with fiberglass meshes: *a, c* – for  $E_b > E_m$ , *b, d* – for  $E_b < E_m$  (*b*)

ляются по «правилу смесей» (формулы (8), (9)) с использованием нормативных характеристик материалов. Конечно-элементная расчетная схема армированной кладки представлена на рис. 7, *a*; 8.

**4. Заключение.** Предложены упрощенные расчетные формулы для определения напряжений в сжатых армированных и неармированных кладках. В зависимости от соотношений жесткостей камней, растворных швов и армирующих сеток в слоях реализуются горизонтальные напряжения.

Выполнен конечно-элементный анализ напряженно-деформированного состояния в неармированных и армированных кладках. Результаты, полученные аналитическим расчетом и методом МКЭ, хорошо согласуются.

Расчеты показали, что армирование растворных швов сетками позволяет для большинства типов кладки добиться реализации в кирпиче только сжимающих напряжений. При этом в растворных швах возникают горизонтальные растягивающие напряжения. Поперечные сжимающие напряжения возникают в кирпичах армированных кладок даже в случаях, когда кирпич более жесткий, чем раствор, и раствор имеет более низкие коэффициенты поперечного расширения.

### **Список источников**

1. Dhanasekar M., Page A.W., Kleeman P.W. The failure of brick masonry under biaxial stresses // Proc. Instn. Civ. Engrs. 1985. Vol. 79. P. 295–313.
2. Пангаев В.В. О причинах разрушения многорядной каменной кладки при сжатии: Монография. Новосибирск: НГАСУ, 2003. 64 с.
3. Адищев В.В., Шакарнек О.М.Д. Влияние армирования на физико-механические характеристики кладок из керамических блоков // Изв. вузов. Строительство. 2022. № 5. С. 14–30.
4. Hendry W. Structural Brickwork. Second edition. London: The Macmillan press LTD, 1983.
5. Бедов А.И., Щепетьева Т.А. Проектирование каменных и армокаменных конструкций. М.: Изд-во АСВ, 2003. С. 64–82.
6. Онищик Л.И. Прочность и устойчивость каменных конструкций. М.: ОНТИ, 1937. С. 1–60.
7. Соколов Б.С. Разработка метода для круга строения камня и железа // Материалы IV Междунар. (Х Всерос.) конф. NASKR-2018. Чебоксары, 2018. С. 174–183.
8. Капустин С.А., Лихачева С.Ю. Моделирование процессов деформации и разрушения материалов с периодически повторяющейся структурой. Нижний Новгород: Изд-во ННГАСУ, 2012. 96 с.
9. Элис. Конечным элементом модели каменной кладки должна быть накопленная нагрузка // Труды Американской ассоциации гражданского строительства: раздел планирования журнала. 1990. 114. С. 1761–1784.
10. Лоренко П.Б. Текущие экспериментальные и численные проблемы в исследованиях каменной кладки // Материалы Междунар. семинара по каменным стенам и землетрясениям. Университет Минью, Гимарайнш, Португалия, 2004.
11. Page A.W. The strength of brick masonry under biaxial compression-tension // International Journal of Masonry Construction. 1983. No. 3(1). P. 26–31.
12. Berto L., Saetta A., Scotta R., Vitaliani R. Механизм разрушения каменной призмы, нагруженной осевым сжатием: Вычислительные аспекты // Материалы и конструкции. 2005. Т. 38, № 2. С. 249–256.
13. Zucchini A., Lourenço P.B. Micro-mechanical model for the homogenisation of masonry // International Journal of Solids and Structures. 2002. No. 39. P. 3233–3255.
14. Zucchini A., Lourenço P.B. Coupled homogenization-damage model for masonry cracking // Computer and Structures. 2004. No. 82. P. 917–929.

### **References**

1. Dhanasekar M., Page A.W., Kleeman P.W. The failure of brick masonry under biaxial stresses. Proc. Instn. Civ. Engrs. 1985; 79: 295–313. (In Russ.).
2. Pangaev V.V. On the causes of destruction of multi-row masonry under compression: Monograph. Novosibirsk: NGASU, 2003. 64 c. (In Russ.).
3. Adishchev V.V., Shakarneh O.M.D. Influence of reinforcement on the physical and mechanical characteristics of masonry from ceramic blocks. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo = News of Higher Educational Institutions. Construction.* 2022; (5): 14–30. (In Russ.).
4. Hendry W. Structural Brickwork. Second edition. London: The Macmillan press LTD, 1983.
5. Bedov A.I., Shchepetieva T.A. Design of stone and reinforced masonry structures. Moscow, 2003. P. 64–82. (In Russ.).

6. *Onishchik L.I.* Strength and stability of stone structures. Moscow, 1937. P. 1–60. (In Russ.).
7. *Sokolov B.S.* Development of a method for the circle of the structure of stone and iron. Materials of the IV International (X All-Russian) conference NASKR-2018. Cheboksary, 2018. P. 174–183. (In Russ.).
8. *Kapustin S.A., Likhacheva S.Yu.* Modeling of the processes of deformation and destruction of materials with a periodically repeating structure. Nizhny Novgorod: Publishing house of NNGASU, 2012. 96 p. (In Russ.).
9. *Alice.* The final element of the masonry model must be the accumulated load. Proceedings of the American Civil Engineering Association: *Journal Planning Section*. 1990; 114: 1761–1784. (In Russ.).
10. *Lourenço P.B.* Current experimental and numerical problems in masonry research. Proceedings of the International workshop on stone walls and earthquakes. University of Minho, Guimarães, Portugal, 2004.
11. *Page A.W.* The strength of brick masonry under biaxial compression-tension. *International Journal of Masonry Construction*. 1983; (3): 26–31.
12. *Berto L., Saetta A., Scotta R., Vitaliani R.* The mechanism of destruction of a stone prism loaded with axial compression: Computational aspects. *Materialy i konstruktsii = Materials and constructions*. 2005; 38(2): 249–256. (In Russ.).
13. *Zucchini A., Lourenço P.B.* Micro-mechanical model for the homogenisation of masonry. *International Journal of Solids and Structures*. 2002; (39): 3233–3255.
14. *Zucchini A., Lourenço P.B.* Coupled homogenization-damage model for masonry cracking. *Computer and Structures*. 2004; (82): 917–929.

#### **Информация об авторах**

**О.М.Д. Шакарнех** – аспирант

**В.В. Адищев** – доктор технических наук, профессор

#### **Information about the authors**

**O.M.D. Shakarneh** – Post-graduate Student

**V.V. Adishchev** – DSc, Professor

**Вклад авторов:** все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Contribution of the authors:** the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 26.01.2023

Одобрена после рецензирования 27.02.2023

Принята к публикации 02.03.2023

The article was submitted 26.01.2023

Approved after reviewing 27.02.2023

Accepted for publication 02.03.2023