

**СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ,
ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ.
ОСНОВАНИЯ И ФУНДАМЕНТЫ**



УДК 624.012.36

Ж.С. НУГУЖИНОВ, Ж.Б. БАКИРОВ, О. ХАБИДОЛДА, И.А. КУРОХТИНА

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ И УЧЕТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ
В ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКЕ**

Работа посвящена определению напряженного состояния железобетонных балок от предварительного натяжения арматуры аналитическим методом. Аналитическое решение основано на условиях равновесия отсеченной части балки с использованием гипотезы плоских сечений. Эти условия сводятся к системе двух нелинейных уравнений, из которых определяются высота сжатой зоны и максимальное растягивающее напряжение. Данная система решается с использованием численных методов. На основе матрицы рационального планирования многофакторного компьютерного эксперимента получены зависимости параметров напряженного состояния от варьируемых факторов.

К л ю ч е в ы е с л о в а: железобетон, арматура, предварительное натяжение, напряженное состояние, деформация, физическая нелинейность, планирование эксперимента, ПК ЛИРА, регрессионная зависимость.

DOI 10.32683/0536-1052-2019-725-5-18-29

Введение. Проведенный обзор периодических научных изданий показывает, что недостаточно внимания в исследованиях уделено определению напряжений от предварительного натяжения арматуры. Эта операция рассматривается только как способ повышения трещиностойкости.

Вместе с тем величина предварительного напряжения существенно влияет на последующую работу элементов под нагрузкой [1, 2]. При малых предварительных напряжениях в арматуре и малом обжатии бетона эффект предварительного напряжения с течением времени будет утрачен вследствие релаксации напряжений в арматуре, усадки и ползучести бетона и других факторов. При высоких предварительных напряжениях в арматуре, близких к нормативному сопротивлению, в ней возникает опасность разрыва и опасность появления значительных остаточных деформаций. В связи с этим нужны расчетные зависимости, позволяющие определять предварительные напряжения и учитывать их при оценке реального состояния конструкций. Решение этой задачи позволяет также обоснованно устанавливать предельную величину предварительного натяжения арматуры в процессе изготовления.

© Нугужинов Ж.С., Бакиров Ж.Б., Хабидолда О., Курохтина И.А., 2019

В настоящее время для определения этих напряжений производят линейный расчет приведенного бетонного сечения, в котором площади арматур заменяют эквивалентной площадью бетона [3, 4]. Линейный расчет железобетонных элементов можно вести при невысоких уровнях напряжений, когда они не превышают 70 % от расчетных. Решение этой задачи для балки прямоугольного сечения в нелинейной постановке показывает, что линейная связь между напряжением и деформацией подтверждается только для сжатой зоны бетона, а разница между результатами достигает 40 % по растягивающим напряжениям. Причиной такой погрешности является не только нелинейность связи между напряжением и деформацией в бетоне, но и статическая неопределимость задачи из-за наличия арматурных включений. Поэтому для решения подобных задач в последнее время чаще применяется метод конечных элементов [5–7].

В данной работе рассмотрено аналитическое решение рассматриваемой задачи в нелинейной постановке, приведены регрессионные зависимости для параметров напряженного состояния, полученные численным методом. Также изложена методика учета предварительных напряжений при оценке несущей способности железобетонных элементов под нагрузкой.

Аналитический расчет напряженного состояния. Для определения напряжений в балке применим метод сечений. Для отсеченной части (рис. 1) составим два условия равновесия – равенство нулю суммы проекции всех сил на ось балки и суммы моментов всех сил относительно поперечной оси сечения. На рис. 1 представлена эпюра напряжений и деформаций для упругой стадии – до 35 % от разрушающей нагрузки, когда еще трещины не появляются.

При получении зависимостей воспользуемся гипотезой плоских сечений, а для описания нелинейной зависимости между напряжениями и деформациями в бетоне – экспоненциальным законом [2, 3]:

$$\sigma = 1,1R_{bn} [1 - \exp(-0,9\varepsilon E_b / R_{bn})], \quad (1)$$

где E_b и R_{bn} – модуль упругости и нормативная прочность бетона соответственно.

При определении напряжений обжатия уровень сжимающих напряжений невысокий, и в этой зоне принимается закон Гука. Вместе с тем в бетоне растянутой зоны могут возникнуть неупругие деформации, тогда для диаграммы деформирования в этой зоне примем экспоненциальный закон (1).

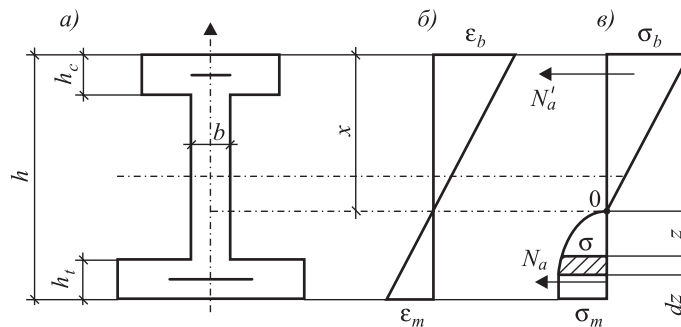


Рис. 1. Сечение балки (а), эпюры деформации (б) и напряжений (в)

Рассмотрим двутавровое сечение с вертикальной осью симметрии (рис. 1, а). Введем обозначения:

A_{ct}, A_c – площадь свесов полок в растянутой и сжатой зоне;

h_t, h_c – толщина полок в растянутой и сжатой зоне;

a, a' – толщина защитного слоя бетона в растянутой и сжатой зоне;

A_s, A'_s – площадь арматуры в растянутой и сжатой зоне;

N_a, N'_a – внутренние усилия в арматуре в растянутой и сжатой зоне.

За основные неизвестные задачи примем максимальное растягивающее напряжение σ_m и высоту сжатой зоны x (рис. 1, б, в). Введем обозначения:

$$c = \sigma_m / 1,1R_{bt}, \quad y = -\ln(1-c). \quad (2)$$

Тогда краевые деформации будут равны

$$\varepsilon_m = 1,1yR_{bt} / E_b, \quad \varepsilon_b = \varepsilon_m x / (h-x).$$

Максимальное сжимающее напряжение в бетоне

$$\sigma_b = E_b \varepsilon_b = 1,1yR_{bt} x / (h-x). \quad (3)$$

Среднее напряжение на полке сжатой зоны примем равным значению на уровне центра тяжести свесов:

$$\sigma_{bc} = 1,1yR_{bt} (x - h_c / 2) / (h-x).$$

Ввиду криволинейного характера эпюры напряжение в пределах растянутой полки изменяется незначительно и можно принять его равным краевому значению: $\sigma_{bct} = \sigma_m$.

За счет обжатия бетона в арматуре возникают сжимающие напряжения

$$\Delta\sigma_s = E_s \varepsilon_s = E_s \varepsilon_{b,s} = \alpha \sigma_{b,s},$$

где $\varepsilon_{b,s}, \sigma_{b,s}$ – деформация и напряжение в бетоне на уровне центра сечения арматуры;

$\alpha = E_s / E_b$ – отношение модулей упругости стали и бетона.

С учетом этого определим напряжение в арматуре растянутой и сжатой зоны после обжатия бетона:

$$\sigma_s = \sigma_{sp} + \alpha \sigma_m, \quad \sigma'_s = \sigma'_{sp} - 1,1y\alpha R_{bt} (x - a') / (h-x), \quad (4)$$

где $\sigma_{sp}, \sigma'_{sp}$ – предварительные напряжения в арматурах до обжатия.

Согласно гипотезе плоских сечений запишем деформацию слоя, отстоящего на расстоянии z от нулевой линии (рис. 1, в), а через нее определим напряжение по зависимости (1):

$$\varepsilon = \varepsilon_m z / z_p, \quad \sigma = 1,1R_{bt} [1 - \exp(-yz / z_p)],$$

где $z_p = h - x$ – высота растянутой зоны.

Найдем равнодействующую внутренних сил в растянутой зоне бетона (рис. 1, в):

$$N_p = b \int_0^{z_p} \sigma dz = 1,1R_{bt} b \int_0^{z_p} [1 - \exp(-yz / z_p)] dz = 1,1bR_{bt} (h-x)(1-c/y)$$

и момент этих сил относительно нулевой линии (рис. 1, в):

$$M_{po} = b \int_0^{z_p} \sigma z dz = 1,1R_{bt} b z_p^2 [0,5 + (1-c)(1+y) / y^2 - y^{-2}].$$

Напишем условие равновесия сил в сечении (рис. 1, в):

$$N_p + A_{ct}\sigma_{bct} + \sigma_s A_s + 0,5\sigma_b b x - A_c \sigma_{bc} + \sigma'_s A'_s = 0.$$

Подставив сюда определенные выше напряжения и силу N_p , получим

$$1,1R_{bt} \left\{ b(h-x) \left(1 - \frac{c}{y} \right) + A_{ct}c + \alpha A_s c - y \frac{bx^2/2 + A_c(x - h_c/2) + \alpha A'_s(x - a')}{h-x} \right\} + \sigma_{sp} A_s + \sigma'_{sp} A'_s = 0.$$

Запишем сумму моментов внутренних сил относительно нулевой линии:

$$M_{po} + A_{ct}\sigma_{bct}(h-x-h_{ct}/2) + \sigma_s A_s(h-a-x) + \sigma_b b x^2/3 + A_c \sigma_{bc}(x-h_c/2) - \sigma'_s A'_s(x-a') = 0.$$

Подставляя сюда значения напряжений и M_{po} , получим

$$1,1R_{bt} \left\{ bz_p^2 \left[\frac{1}{2} + \left(1 - \frac{c}{y} \right) - \frac{c}{y^2} \right] + A_{ct}c(z_p - h_{ct}/2) + c\alpha A_s(z_p - a) + y \frac{bx^3/3 + A_c(x - h_c/2)^2 + \alpha A'_s(x - a')^2}{h-x} \right\} + \sigma_{sp} A_s(z_p - a) + \sigma'_{sp} A'_s(x - a') = 0.$$

Введем безразмерные параметры:

$$\xi = x/h, \quad a_0 = a/h, \quad a'_0 = a'/h, \quad m_{ct} = A_{ct}/bh,$$

$$m_c = A_c/bh, \quad \mu = A_s/bh, \quad \mu' = A'_s/bh$$

и перепишем эти уравнения в безразмерном виде:

$$(1-\xi) \left(1 - \frac{c}{y} \right) + c(m_{ct} + \alpha\mu) - y \frac{\xi^2/2 + m_c(\xi - h_c/2h) + \alpha\mu'(\xi - a'_0)}{1-\xi} + \frac{\mu\sigma_{sp} + \mu'\sigma'_{sp}}{1,1R_{bt}} = 0, \quad (5)$$

$$(1-\xi)^2 \left[0,5 + \left(\frac{1-c}{y} \right) - \frac{c}{y^2} \right] + cm_{ct} \left(1 - \xi - \frac{h_{ct}}{2h} \right) + c\alpha\mu(1-\xi - a_0) + y \frac{\xi^3/3 + m_c(\xi - h_c/2h)^2 + \alpha\mu'(\xi - a'_0)^2}{1-\xi} + \frac{\mu\sigma_{sp}(1-\xi - a_0) - \mu'\sigma'_{sp}(\xi - a'_0)}{1,1R_{bt}} = 0. \quad (6)$$

Получена система двух трансцендентных уравнений относительно двух неизвестных ξ , $y(c)$. Решение системы дает возможность найти высоту сжатой зоны $x = \xi h$ и максимальное растягивающее напряжение в бетоне $\sigma_m = 1,1R_{bt}c$. Через эти параметры определяются максимальное сжимающее напряжение по формуле (3) и напряжения в арматуре по формулам (4).

Уравнения (5) и (6) являются общими для всех железобетонных элементов с предварительным напряжением и без них, с различными формами сечения: двутавровыми, тавровыми, прямоугольными. Для таврового сече-

ния A_c или A_{ct} равняется нулю. Для прямоугольного сечения площади обоих свесов равны нулю. Так для прямоугольного сечения с напрягаемой арматурой в сжатой зоне получим:

$$(1-\xi)\left(1-\frac{c}{y}\right)-y\frac{\xi^2/2+\alpha\mu'(\xi-a'_0)}{1-\xi}+\frac{\mu'\sigma'_{sp}}{1,1R_{bt}}=0,$$

$$(1-\xi)^2\left[0,5+\left(\frac{1-c}{y}\right)-\frac{c}{y^2}\right]+y\frac{\xi^3/3+\alpha\mu'(\xi-a'_0)^2}{1-\xi}-\frac{\mu'\sigma'_{sp}(\xi-a'_0)}{1,1R_{bt}}=0.$$

Этот метод расчета справедлив, пока в сечении элемента нет трещины. Поэтому найдем значение предварительного напряжения в арматуре, при котором появляется трещина. Трещина образуется тогда, когда максимальное растягивающее напряжение в бетоне достигнет предела прочности на растяжение, т.е. $\sigma_m = R_{bt}$. При этом согласно (2) $c = 0,909$, $y = 2,4$. Разрешающие уравнения (5) и (6) остаются прежними, но в них параметры c и y будут известны, а вторым неизвестным будет предварительное напряжение в арматуре.

Эти уравнения позволят определить предельное значение предварительного напряжения. Обычно напрягаемую арматуру ставят только в зонах растягивающих напряжений при эксплуатационных нагрузках. Тогда $\sigma'_{sp} = 0$ и из уравнения (5) можно выразить силу $\sigma_{sp}A_{sp}$ через x . Подставляя это выражение в (6), получаем кубическое уравнение для определения высоты сжатой зоны перед образованием трещины. Далее из (5) при известном x определяется предельное предварительное напряжение.

Для прямоугольного сечения с напрягаемой арматурой в сжатой зоне разрешающие уравнения запишутся так:

$$R_{bt}\{0,683(1-\xi)-[1,333\xi^2+2,667\alpha\mu'(\xi-a'_0)]/(1-\xi)\}+\mu'\sigma'_{sp}=0,$$

$$R_{bt}\{0,418(1-\xi)^2+[0,889\xi^3+2,667\alpha\mu'(\xi-a'_0)^2]/(1-\xi)\}\mu'\sigma'_{sp}(\xi-a'_0)=0.$$

Отсюда для определения высоты сжатой зоны получаем следующее кубическое уравнение:

$$\xi^3+(0,626-3,63a'_0)\xi^2+(3,19-7,63a'_0)\xi+3,816a'_0-2,335=0. \quad (7)$$

Численный расчет напряженного состояния. В связи с бурным развитием численных методов и расчетных комплексов появилась возможность получения аналитических зависимостей (выражений) для предварительно напряженных железобетонных элементов. Для этого необходимо спланировать и поставить многофакторный компьютерный эксперимент. После обработки результатов такого эксперимента можно вывести искомые регрессионные зависимости.

Изложим методику численного расчета предварительно напряженного железобетонного элемента. Математическое моделирование предварительно напряженной железобетонной балки должно быть выполнено в программе ЛИРА [8]. Исходные положения в математической модели следующие:

- расчет выполняется в нелинейной постановке;

- диаграмма состояния бетона принимается в виде экспоненциального закона;
- диаграмма состояния арматуры в виде кусочно-линейного закона (диаграмма Прандтля);
- балка и арматура моделируется с использованием стержневых элементов, согласно методике [9];
- предварительное напряжение в арматуре задается в виде температурного воздействия. Тогда разность температур, вызывающая эквивалентные деформации в арматуре, определяется по формуле

$$\Delta t = \varepsilon_0 / \alpha_t = \sigma_{sp} / \alpha_t E_s,$$

где α_t – коэффициент температурного расширения стали;
 ε_0 – деформации, вызванные предварительным напряжением с учетом всех потерь к моменту нагружения.

Из результатов расчета определяются четыре параметра: максимальное сжимающее σ_b и растягивающее σ_m напряжение в бетоне; высота сжатой зоны x и напряжение в арматуре σ_s .

По результатам анализа многочисленных расчетов определяется влияние различных факторов на параметры, указанные выше. Варьируемыми данными являются предварительное напряжение в арматуре σ_p , размеры сечения h, b , процент армирования μ , модуль упругости бетона E . Пределы изменения этих параметров принимаются таким образом, чтобы они наиболее полно смогли охватить весь диапазон их изменения в реальных условиях, например:

$$h = (10 \div 50) \text{ см}, \quad b = (5 \div 40) \text{ см}, \quad \mu = (0,5 \div 4,5) \%,$$

$$\sigma_p = (80 - 280) \text{ МПа}, \quad E = (18 - 30) \times 10^3 \text{ МПа}.$$

Если взаимное влияние между варьируемыми факторами отсутствует или ими можно пренебречь, то целесообразно использовать рациональное планирование эксперимента [10]. Применение этого метода сокращает число опытов по сравнению с полнофакторным экспериментом в L^{k-2} раза, где k – количество факторов, L – число уровней изменения. Для получения оптимального плана используется матрица планирования на основе ортогональных латинских квадратов. Методика построения ортогональных квадратов подробно описана в [10, 11].

Варьируемые параметры будем менять на пяти равностоящих уровнях. Тогда согласно матрице планирования эксперимент будет состоять из 25 опытов, разделенных на пять ортогональных квадратов. Первые три квадрата приведены ниже:

1: 1 2 3 4 5	6: 1 3 5 2 4	11: 1 4 2 5 3
2: 2 3 4 5 1	7: 2 4 1 3 5	12: 2 5 3 1 4
3: 3 4 5 1 2	8: 3 5 2 4 1	13: 3 1 4 2 5
4: 4 5 1 2 3	9: 4 1 3 5 2	14: 4 2 5 3 1
5: 5 1 2 3 4	10: 5 2 4 1 3	15: 5 3 1 4 2

Каждая строка матрицы представляет собой один опыт, номер которого указан первой цифрой, а последующие цифры указывают уровни соответствующего фактора. Этим уровням соответствуют определенные значения варьируемых параметров. В первой строке матрицы планирования указаны

по возрастанию все уровни. Остальные строки получаются наращиванием номера уровня на единицу по столбцу матрицы с порядком от последнего к первому номеру. Первая строка последующего квадрата состоит из диагонали предыдущего квадрата.

В результате расчета для каждого эксперимента определяем вышеуказанные четыре параметра напряженного состояния. По результатам численного эксперимента строятся регрессионные зависимости для выходных параметров. Для этого воспользуемся нетрадиционным методом регрессионного анализа, который базируется на разработках М.М. Протодыяконова [12] и заключается в выборе частных (парных) зависимостей из 15 уравнений. Они, как правило, с достаточной точностью описывают большинство физических явлений с плавным изменением функций. Затем производится подбор определенного сочетания частных уравнений для формирования общей модели. Полученные таким образом зависимости справедливы в диапазоне изменения варьируемых параметров.

Нетрадиционный метод реализован в программе ANETR, созданной в КарГТУ [11]. Адекватность общей модели оценивается среднеквадратическим отклонением (СКО) расчетных и экспериментальных значений выходной величины, а также коэффициентом множественной корреляции модели $-R$. Отметим, что разработчики программы оценивают полученную регрессионную модель на «отлично», если СКО меньше 25 %, и на «хорошо», – если СКО меньше 40 %.

Для вывода регрессионных зависимостей в программу ANETR вводятся исходные данные каждого эксперимента в виде матрицы 25×5 и значения выходного параметра (функции отклика) в виде вектора столбца 25×1 . Приведем окончательно сформированные многомерные модели для параметров напряженного состояния в бетоне.

Регрессионная зависимость для максимального растягивающего напряжения в бетоне может принять вид

$$\sigma_m = 1,438 \lg \sigma_p - 1,578/h - 5,778 \cdot 10^{-4} b - 0,372/\mu + 3,957 \cdot 10^{-9} E^2 - 1,921 \cdot 10^{-4} E + 0,68. \quad (8)$$

В это выражение переменные подставляются в тех единицах, в которых они использованы в эксперименте (они указаны выше). Напряжения приведены в МПа, а высота сжатой зоны в сантиметрах. Среднеквадратическое отклонение модели составляет 18,3 %, а коэффициент множественной корреляции $R = 0,979$, что говорит о достаточно высокой корректности эксперимента.

Регрессионные зависимости для остальных параметров напряженного состояния имеют следующий вид:

$$\sigma_b = 1,3 \exp(0,0081 \sigma_p) + 3,515 \cdot 10^{-3} h^2 - 0,129h - 1,1421 \lg b - 0,477\mu^2 + 3,94\mu + 9,8 \cdot 10^{-8} E^2 - 5,02 \cdot 10^{-3} E + 57,84,$$

$$\text{СКО} = 29,9 \%, \quad R = 0,885.$$

$$\sigma_s = \sigma_p / (2,076 + 1,792 \cdot 10^{-3} \sigma_p) - 0,283h - 4,35 \cdot 10^{-2} b^2 + 2,259b + 10^3 (5,1 + 4,45\mu)^{-1} - 2,3 \cdot 10^{-7} E^2 + 1,27 \cdot 10^{-2} E - 255,4,$$

$$\text{СКО} = 24,1 \%, R = 0,949.$$

$$x = 0,0665 \sigma_p - 3,312 \cdot 10^{-4} \sigma_p^2 + h / (1,25 + 0,0165h) - 4,713 \cdot 10^{-3} b^2 + \\ + 0,21b - 6,481 \mu - 2,156 \cdot 10^{-7} E^2 + 1,086 \cdot 10^{-2} E - 131,7.$$

При использовании этих зависимостей надо следить, чтобы значения варьируемых параметров не выходили за пределы изменения в эксперименте. Приравняв максимальное растягивающее напряжение в бетоне пределу прочности R_{bt} , из (8) также можно найти предельное значение предварительного напряжения σ_{pr} .

Полученные регрессионные зависимости позволяют определить предварительные напряжения в прямоугольных железобетонных балках без применения компьютерной техники и дорогих программных комплексов.

Учет предварительных напряжений. Расчет напряженного состояния железобетонных балок при эксплуатационных нагрузках часто ведется с помощью метода конечных элементов [5, 13], на котором базируется множество программных комплексов, в число которых входит ПК ЛИРА [14]. Для получения более качественной оценки напряженно-деформированного состояния балки нужно использовать объемные модели и расчет производить в нелинейной постановке, при этом если нагрузка превышает нагрузку трещинообразования, то необходимо «полуручным» методом контролировать трещину, что не всегда удобно. Для учета предварительных напряжений в железобетонном элементе с трещиной нами предлагается упрощенный способ, основанный на гипотезе плоских сечений. Алгоритм расчета можно представить в следующем виде.

1. Определяем максимальное напряжение сжатия в бетоне σ_{b2} и длину трещины l_{m2} от действующих нагрузок.

2. Из диаграммы деформирования бетона найдем наибольшую деформацию в бетоне ε_{c2} и деформацию растяжения у вершины трещины ε_{m2} от действующих нагрузок ($\sigma_m = R_{bt}$):

$$\varepsilon_{c2} = -(R_{bn} / 0,9E_b) \ln(1 - \sigma_{b2} / 1,1R_{bn}), \quad \varepsilon_{m2} = 2,667R_{bt} / E_b.$$

3. Для предварительно напряженного состояния вычислим максимальное сжимающее напряжение в бетоне σ_{b1} и высоту сжатой зоны x_1 .

4. Определим максимальную деформацию сжатия от предварительного натяжения арматуры:

$$\varepsilon_{c1} = \sigma_{b1} / E_b.$$

5. Используя гипотезу плоских сечений, найдем максимальную деформацию растяжения ε_{p1} и деформацию на уровне вершины трещины ε_{m1} от предварительного натяжения арматуры:

$$\varepsilon_{p1} = \varepsilon_{c1}(h - x_1) / x_1, \quad \varepsilon_{m1} = \varepsilon_{c1}(x_1 - l_{m2}) / x_1.$$

6. Так как эпюры деформации линейны, то суммированием найдем деформации на краю сжатой зоны и на уровне вершины трещины при совместном действии нагрузок. С учетом знаков деформации

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{p1} - \varepsilon_{c2}, \quad \varepsilon_m = \varepsilon_{m2} - \varepsilon_{m1}.$$

7. На основе гипотезы плоских сечений вычислим положение нулевой линии при совместном действии нагрузок

$$\frac{|\varepsilon_c|}{x} = \frac{\varepsilon_m}{h-x-l_{m2}}.$$

Отсюда $x = \frac{(h-l_{m2})|\varepsilon_c|}{\varepsilon_m + |\varepsilon_c|}$.

8. Так как у вершины трещины деформация должна быть равна ε_{m2} , то при изгибе предварительно напряженного элемента длина трещины уменьшится. Из гипотезы плоских сечений следует

$$\frac{\varepsilon_{m2}}{h-x-l_m} = \frac{|\varepsilon_c|}{x}.$$

Отсюда $l_m = h - \frac{\varepsilon_{m2} + |\varepsilon_c|}{|\varepsilon_c|}x$.

9. По диаграмме деформирования находим максимальное напряжение сжатия в бетоне

$$\sigma_b = 1,1R_{bn} [1 - \exp(-0,9\varepsilon_c E_b / R_{bn})].$$

10. Определяем напряжение в арматуре от предварительного натяжения σ_{s1} и от действующих нагрузок σ_{s2} .

11. Так как арматура деформируется упруго, то полное напряжение в ней определяется суммированием

$$\sigma_s = \sigma_{s1} + \sigma_{s2}.$$

Если арматура работает за пределом упругости, то нужно суммировать деформации:

$$\varepsilon_{s1} = \frac{\sigma_{s1}}{E_s}, \quad \varepsilon_{s2} = \varepsilon_{m2} \frac{h-x-l_{m2}}{h-x-a}, \quad \varepsilon_s = \varepsilon_{s1} + \varepsilon_{s2}.$$

Далее по диаграмме деформирования арматуры определяется суммарное напряжение в арматуре σ_s .

Если под нагрузкой трещина не возникает, то нужно определять и складывать деформации на растянутом краю бетона, затем по ней определять суммарное растягивающее напряжение в бетоне (см. п. 9).

Обсуждение и выводы. В настоящее время предварительные напряжения определяются по упругой модели для приведенного бетонного сечения. Замена реального сечения приведенным является, по нашему мнению, не совсем обоснованной. Компьютерное моделирование предварительных напряженных балок в различных программных комплексах, основанных на методе конечных элементов, тоже не совсем удобно и имеет свои ограничения и недостатки.

По результатам работы можно сделать следующие выводы.

1. Разработана методика нелинейного аналитического расчета напряженного состояния железобетонных элементов при предварительном натяжении арматуры.

2. Определено предельное значение предварительного натяжения арматуры, при котором появляется трещина на стадии изготовления.

3. Рационально спланированы и проведены многофакторные компьютерные эксперименты в программном комплексе ЛИРА по определению предварительных напряжений в железобетонных элементах прямоугольного сечения.

4. Путем обработки результатов экспериментов по программе нетрадиционного регрессионного анализа ANETR получены аналитические выражения для определения предварительных напряжений в железобетонных элементах прямоугольного сечения.

5. Предложена методика учета предварительных напряжений при оценке технического состояния эксплуатируемой железобетонной конструкции, которую рекомендуется применять при раздельном определении предварительных и эксплуатационных напряжений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Леонгардт Ф. Предварительно напряженный железобетон / пер. с нем. В.Н. Гаранина. М.: Стройиздат, 1983. 172 с.
2. Нугужинов Ж.С. Теория расчета железобетонных конструкций с повреждениями. Караганда: Изд-во КарГТУ, 2012. 203 с.
3. Алмазов В.О. Проектирование железобетонных конструкций по еврокодам. М.: Изд-во АСВ, 2011. 216 с.
4. Кодыш Э.Н., Никитин И.К., Трекин Н.Н. Расчет железобетонных конструкций из тяжелого бетона по прочности, трещиностойкости и деформациям. М.: Изд-во АСВ, 2010. 352 с.
5. Тамразян А.А., Орлова М.М. Конечно-элементное исследование напряженно-деформированного состояния железобетонных балок с нормальными трещинами // Науч. обозрение. 2016. № 6. С. 8–11.
6. Ma F.J., Kwan A.K.H. Finite element analysis of concrete shrinkage cracks // Advances in Structural Engineering. 2018. Vol. 21. No. 10. P. 1454–1468.
7. Басов К.А. ANSYS: Справочник пользователя. М.: ДМК Пресс, 2005. 640 с.
8. Водопьянов Р.Ю., Гензерский Ю.В., Титок В.П., Артамонова А.Е. Программный комплекс ЛИРА – САПР 2012. Учеб. пособие. Киев; М.: Электронное издание, 2012. 208 с.
9. Верюжский Ю.В., Колчунов В.Н., Барабаш М.С., Гензерский Ю.В. Компьютерные технологии проектирования железобетонных конструкций. Киев: НАУ, 2006. 808 с.
10. Асатурян В.И. Теория планирования эксперимента. М.: Радио и связь, 1983. 248 с.
11. Ермеков М.А., Махов А.А. Статистико-детерминированный метод построения многомерных моделей с использованием ЭВМ. Караганда: КарПТИ, 1988. 96 с.
12. Протодьяконов М.М., Тедер Р.И. Методика рационального планирования экспериментов. М.: Наука, 1970. 76 с.
13. Kwan A.K.H., Ma F.J. Crack width analysis of reinforced concrete under direct tension by finite element method and crack queuing algorithm // Engineering Structures. 2016. Vol. 126. P. 618–627.
14. Демьянов А.И., Наумов Н.В., Колчунов В.И. Расчет трещиностойкости и жесткости железобетонных составных конструкций при кручении с изгибом // Стр-во и реконструкция. 2018. № 4(78). С. 3–19.

Нугужинов Жмагул Смагулович, д-р техн. наук, проф.

Казахстанский многопрофильный институт реконструкции и развития при КарГТУ,
г. Караганда, Казахстан

Бакиров Жетписбай Бакирович, д-р техн. наук, проф.

Казахстанский многопрофильный институт реконструкции и развития при КарГТУ,
г. Караганда, Казахстан

Хабидолда Омирхан, PhD докторант; E-mail: oka-kargtu@mail.ru

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Курохтина Ирина Алексеевна, PhD докторант

Карагандинский государственный технический университет, Казахстан

Получено после доработки 08.04.2019

Nuguzhinov Zhmagul Smagulovich, DSc, Professor

Reconstruction and Development Institute at Karaganda State Technical University,
Kazakhstan

Bakirov Zhetpisbay Bakirovich, DSc, Professor

Reconstruction and Development Institute at Karaganda State Technical University,
Kazakhstan

Khabidolda Omirkhan, PhD Doctoral Student; E-mail: oka-kargtu@mail.ru

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

Kurokhtina Irina Alekseevna, PhD Doctoral Student

Karaganda State Technical University, Kazakhstan

DETERMINING AND ACCOUNTING PRELIMINARY STRESSES IN REINFORCED CONCRETE BEAM

The work deals with determining by the analytical method the stress state of reinforced concrete beams from the reinforcement pre-stress. The analytical solution is based on the equilibrium conditions of the cut-off part of the beam using the flat section hypothesis. These conditions are reduced to the system of two nonlinear equations, from which the height of the compression zone and the maximum tensile stress are determined. This system is solved using numerical methods. Based on the matrix of rational planning of a multifactor computer experiment, dependences of the parameters of the stress state on variable factors have been obtained.

Key words: reinforced concrete, reinforcement, pre-stress, stress state, deformation, physical non-linearity, experiment planning, LIRA, regression dependence.

REFERENCES

1. **Leongardt F.** Predvaritel'no napryazhenny zhelezobeton [Pre-stressed reinforced concrete]. Transl. from German by V.N. Garanin. Moscow, Stroyizdat, 1983. 172 p. (in Russian)
2. **Nuguzhinov Zh.S.** Teoriya rascheta zhelezobetonnykh konstruktsiy s povrezhdeniyami [Theory of calculation of reinforced concrete structures with damage]. Karaganda, Publishing house KSTU, 2012. 203 p. (in Russian)
3. **Almazov V.O.** Proyektirovaniye zhelezobetonnykh konstruktsiy po evrokodam [Designing reinforced concrete structures according to Eurocodes]. Moscow, Publishing house DIA, 2011. 216 p. (in Russian)
4. **Kodysh E.N., Nikitin I.K., Trekin N.N.** Raschet zhelezobetonnykh konstruktsiy iz tyazhelogo betona po prochnosti, treshchinostoykosti i deformatsiyam [Calculation of reinforced concrete structures made of heavy concrete for strength, crack resistance and deformations]. Moscow, Publishing house DIA, 2010. 352 p. (in Russian)

5. Tamrazyan A.A., Orlova M.M. Konechno-elementnoye issledovaniye napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya zhelezobetonnykh balok s normal'nymi treshchinami [Finite-element study of the stress-strain state of reinforced concrete beams with normal cracks]. Nauchnoye obozreniye [Scientific Review]. 2016. No. 6. Pp. 8–11. (in Russian)
6. Ma F.J., Kwan A.K.H. Finite element analysis of concrete shrinkage cracks. Advances in Structural Engineering. 2018. Vol. 21. No. 10. Pp. 1454–1468.
7. Basov K.A. ANSYS: Spravochnik pol'zovatelya [ANSYS: User Reference]. Moscow, DMK Press, 2005. 640 p. (in Russian)
8. Vodop'yanov R.Yu., Genzerskiy Yu.V., Titok V.P., Artamonova A.E. Programmnyy kompleks LIRA – SAPR 2012. Uchebnoye posobiye [Program complex LIRA – SAPR 2012. Textbook]. Kiev; Moscow, Electronic edition, 2012. 208 p. (in Russian)
9. Veryuzhskiy Yu.V., Kolchunov V.N., Barabash M.S., Genzerskiy Yu.V. Komp'yuternyye tekhnologii proyektirovaniya zhelezobetonnykh konstruksiy [Computer technology design of reinforced concrete structures]. Kiev, NAU, 2006. 808 p. (in Russian)
10. Asaturyan V.I. Teoriya planirovaniya eksperimenta [The theory of experiment planning]. Moscow, Radio and communication, 1983. 248 p. (in Russian)
11. Ermekov M.A., Makhov A.A. Statistiko-determinirovanny metod postroyeniya mnogomernykh modeley s ispol'zovaniyem EVM [The statistical-deterministic method for constructing multidimensional models using a computer]. Karaganda, KarPTI, 1988. 96 p. (in Russian)
12. Protod'yakonov M.M., Teder R.I. Metodika ratsional'nogo planirovaniya eksperimentov [Methodology of rational experiment planning]. Moscow, Nauka, 1970. 76 p. (in Russian)
13. Kwan A.K.H., Ma F.J. Crack width analysis of reinforced concrete under direct tension by finite element method and crack queuing algorithm. Engineering Structures. 2016. Vol. 126. Pp. 618–627.
14. Dem'yanov A.I., Naumov N.V., Kolchunov V.I. Raschet treshchinostoykosti i zhestkosti zhelezobetonnykh sostavnykh konstruksiy pri kruchenii s izgibom [Calculation of crack resistance and stiffness of reinforced concrete composite structures under torsion with a bend]. Stroitel'stvo i rekonstruktsiya [Construction and Renovation]. 2018. No. 4 (78). Pp. 3–19. (in Russian)