

Известия вузов. Строительство. 2021. № 9. С. 13–20.

ISSN 0536-1052

News of Higher Educational Institutions. Construction. 2021; (9): 13–20.

ISSN 0536-1052

Научная статья

УДК 624.131

DOI: 10.32683/0536-1052-2021-753-9-13-20

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ НА БАЗЕ РЕШЕНИЯ В.В. СОКОЛОВСКОГО О НАВИСАЮЩЕМ СВОДЕ**

**Ярослав Олегович Стахнёв**

Сибирский государственный университет путей сообщения, Новосибирск, Россия,  
yaroslav.stakhnyov.95@mail.ru

**Аннотация.** В статье приведена методика определения величины горного давления на базе решения В.В. Соколовского о нависающем своде. Предлагаемая методика обращается к ранее известному решению статики сыпучей среды – задачи об очертании контура равноустойчивого откоса. В работе рассматривается равновесное состояние, при котором величина горного давления не будет превышать площади некоторого арочного грунтового массива, образованного после вывала грунта. Приведены результаты определения величины горного давления в относительных величинах для дисперсных грунтов с углами внутреннего трения равными 10, 20, 30, 40° соответственно. Установлена критическая ширина свода обрушения в зависимости от физико-механических характеристик дисперсных грунтов.

**Ключевые слова:** свод обрушения, подземное сооружение, горное давление, грунтовое основание, теория предельного равновесия

**Для цитирования:** Стахнёв Я.О. Определение горного давления на базе решения В.В. Соколовского о нависающем своде // Известия вузов. Строительство. 2021. № 9. С. 13–20. DOI: 10.32683/0536-1052-2021-753-9-13-20.

Original article

## **DETERMINATION OF MOUNTAIN PRESSURE BASED ON V.V. SOKOLOVSKY'S DECISION ON THE OVERHANGING VAULT**

**Yaroslav O. Stakhnev**

Siberian Transport University, Novosibirsk, Russia, yaroslav.stakhnyov.95@mail.ru

**Abstract.** The article presents a method for determining the magnitude of mountain pressure based on V.V. Sokolovsky's decision on an overhanging vault. The proposed technique refers to the previously known solution of bulk medium statics – the problem of the contour outline of an equidistant slope. The paper considers an equilibrium state in which the magnitude of the mountain pressure will not exceed the area of some arched soil mass formed after the fallout of the soil. The results of determining the value of rock pressure in relative values for dispersed soils with internal friction angles equal to 10, 20, 30, 40°, respectively, are presented. The main result of the work done is the calculated justification of the transition from the collapse arch to the collapse pillar, which can be used in the calculation and construction of underground structures. In addition, a static solution of the theory of the ultimate equilibrium of soils in the problem of mountain pressure is given.

**Keywords:** collapse arch, underground structure, mountain pressure, ground foundation, theory of ultimate equilibrium

**For citation:** Stakhnev Ya.O. Determination of mountain pressure based on V.V. Sokolovsky's decision on the overhanging vault. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2021; (9): 13–20. (In Russ.). DOI: 10.32683/0536-1052-2021-753-9-13-20.

**Введение.** Вопросом определения горного давления занимаются во многих областях подземного строительства. Например, в работе А.Н. Динника [1] рассматривается горное давление на крепь круглой шахты, в работе Ю.М. Либермана [2] – давление на капитальную выработку. Различные теории горного давления описаны в работе [3].

На практике в настоящее время величину горного давления определяют по теории сводообразования, разработанной М.М. Протодяковым [4].

В существующих нормативах на проектирование подземных транспортных сооружений (СП 120.13330.2011 «Метрополитены» и СП 122.13330.2012 «Тоннели железнодорожные и автодорожные») имеется условие, описывающее переход от свода обрушения к столбу обрушения

$$H > 2h, \quad (1)$$

где  $H$  – расстояние от уровня дневной поверхности до шельги свода подземного сооружения;

$h$  – высота свода обрушения.

Указанное условие имеет значение при неглубоком залегании подземной выработки от поверхности грунтового основания. При наличии свода обрушения горное давление в связных грунтах обуславливается весом массива пород, размеры которого определяются контуром свода (рис. 1).

Горное давление, с учетом боковых призм обрушения, воспринимается верхним сводом и боковыми гранями отделки тоннеля. Равновесное состояние свода обрушения обеспечивается его способностью воспринимать давление вышележащих пород. Для этого достаточно, чтобы горное давление не превышало несущей способности некоторого арочного грунтового массива, имеющего нижнюю границу в виде свода обрушения (см. рис. 1).

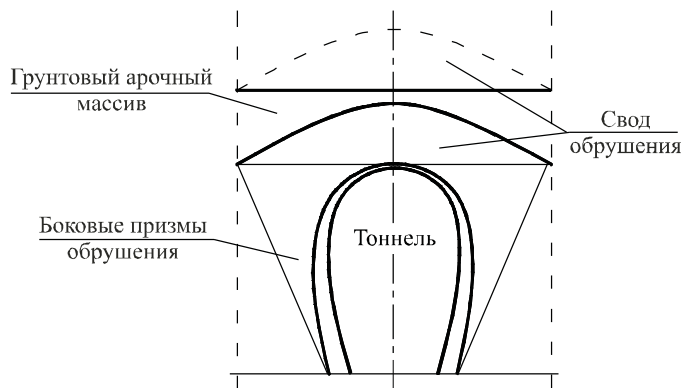


Рис. 1. Свод обрушения и грунтовый арочный массив  
Fig. 1. The arch of the collapse and the ground arch array

Таким образом, задача заключается в определении контура свода обрушения, горного давления и грунтового арочного массива, способного выдержать это горное давление.

**Постановка задачи.** Рассмотрим схему свода обрушения для определения горного давления в дисперсных грунтах. На рис. 2 показана левая половина симметричного свода обрушения.

Свод обрушения  $MO$  определяет область обрушения грунта  $MON$  и характеризуется шириной  $2l$  и высотой  $h$ . Часть грунтового массива  $MLO$  должна находиться в состоянии равновесия и, кроме того, выдерживать нагрузку от области обрушения  $LO'O$ . В этом случае обеспечивается равновесие вышележащей толщи грунта (обозначено на рис. 2 стрелкой).

Рассмотренная схема приводит к величине горного давления, выражаемого средним давлением  $p$ , равновеликим весу  $G$  области обрушения грунта  $MON$ .

Заметим, что данная схема в принципе отвечает работе верхней части нагруженного равноустойчивого откоса. Решение для такого откоса дается в статической теории предельного равновесия грунтов.

**Решение задачи.** Методика построения равноустойчивого откоса, данная В.В. Соколовским [5], нашла широкое применение и получила развитие [6–8]. Так, в работе [9] приводится решение задачи о равноустойчивом ненагруженном склоне с нависающим сводом для общего случая весомой сыпучей среды (удельный вес  $\gamma = 0$ , удельное сцепление  $c = 0$  и угол внутреннего трения  $\varphi = 0$ ).

На рис. 3 приводится очертание равноустойчивого склона  $AOB$ , уравнение для которого в системе координат  $zOx$  дается аппроксимационной зависимостью между относительными переменными  $z, x$  в параметрической форме [10]:

$$\begin{aligned} z &= r \cos \theta, \\ x &= r \sin \theta, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$r = a \frac{\cos \varphi}{\sin(\theta + \varphi)} \sin^m \frac{\pi \theta}{2(\pi - \varphi)},$$

$$0 \leq \theta \leq \pi - \varphi.$$

Рис. 3. Равноустойчивый контур с нависающим сводом  
Fig. 3. Equidistant contour with overhanging arch

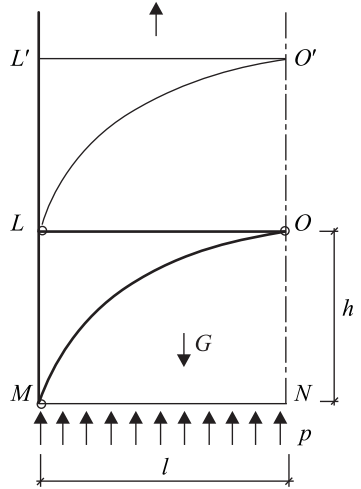


Рис. 2. Схема для определения горного давления  
Fig. 2. Scheme for determining the mountain pressure

Значения параметров  $a$  и  $m$  принимаются в зависимости от угла внутреннего трения грунта (табл. 1).

Таблица 1. Значения коэффициентов  $a$  и  $m$   
 Table 1. Values of coefficients  $a$  and  $m$

Коэффициент	$\varphi, ^\circ$								
	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$a$	8,20	9,42	10,6	12,0	13,2	14,6	16,1	18,1	20,2
$m$	1,25	1,30	1,30	1,40	1,40	1,45	1,50	1,60	1,70

Относительные переменные  $z, x$  связаны с их фактическими значениями  $z_\phi, x_\phi$  зависимостями:

$$z = \frac{\gamma z_\phi}{c}, \tag{3}$$

$$x = \frac{\gamma x_\phi}{c}.$$

На равноустойчивом контуре есть характерная точка  $O$ , в которой касательная к нему вертикальна. Положение этой точки по глубине  $z$  дается величиной  $h_0$ . В работе указывается, что данная глубина  $h_0$  близка по величине к предельной высоте ненагруженного вертикального откоса.

Рассмотрим теперь нагруженный откос. Примем предельную высоту  $h_0$  этого вертикального откоса за исходную величину

$$h_0 = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} - p \right), \tag{4}$$

где  $p$  – равномерное давление на поверхности откоса.

Очертание контура равноустойчивого откоса для рассматриваемого случая установим в соответствии с аппроксимационной параметрической зависимостью (2). Точка  $O$  будет отвечать максимальной врезке контура в склон и будет соответствовать глубине  $z = h_0$ . Тогда угол  $\theta_0$ , соответствующий положению точки  $O$ , определится из уравнения  $dx = 0$

$$m \frac{\pi \cos \theta_0}{2(\pi - \varphi)} \cos \frac{\pi \theta_0}{2(\pi - \varphi)} - \frac{\cos \varphi}{2(\theta_0 + \varphi)} \sin \frac{\pi \theta_0}{2(\pi - \varphi)} = 0. \tag{5}$$

Величина степени  $m$  принимается по табл. 1. Значения угла  $\theta_0$  – решения уравнения (5) в зависимости от параметра  $\varphi$  приведены в табл. 2.

При известных значениях  $x_\phi = h_0$  и  $\theta = \theta_0$  параметр  $a$  определяется из уравнения (6):

$$a = \frac{\overline{h_0}}{A}, \tag{6}$$

$$A = \frac{\cos \varphi \sin \theta_0}{\sin(\theta_0 + \varphi)} \sin^m \frac{\pi \theta_0}{2(\pi - \varphi)},$$

где  $\overline{h_0} = \gamma h_0 / c$  – относительное значение высоты  $h_0$ .

Таблица 2. Значения угла  $\theta, ^\circ$   
 Table 2. Angle values  $\theta, ^\circ$

$\varphi$	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$\theta_0$	36,0	41,8	44,8	47,4	50,1	52,4	54,6	57,0	59,2

Итак, при известных исходных параметрах грунта – удельный вес  $\gamma$ , угол внутреннего трения  $\varphi$  и удельное сцепление  $c$ , а также нагрузки на поверхности склона  $p$ , можно определить коэффициенты  $a$  и  $m$  и рассчитать контур равноустойчивого склона. Решение выполним в относительных переменных:  $c$  – единица напряжения,  $\gamma$  – единица массовой силы. Рассмотрим участок равноустойчивого контура  $AO$  (рис. 4).

Определим на этом контуре точку  $M$ , для которой выполняется следующее условие: площадь  $S$  криволинейной фигуры  $AMN$  равна произведению относительной нагрузки  $\bar{p} = p/c$  на длину участка поверхности  $AL$ .

Выполненные действия и есть решение поставленной задачи. Здесь:  $p'$  – горное давление;  $AM$  – контур свода обрушения;  $ALM$  – грунтовый арочный массив, несущая способность которого достаточна для восприятия горного давления. Расчеты были выполнены для различных исходных данных в относительных переменных. Соответственно результатом решения являлись относительное среднее горное давление  $\bar{p}$  и соответствующие ему относительная полуширина  $\bar{l} = \gamma l/c$  и относительная высота  $\bar{h} = \gamma h/c$  свода обрушения. Данные расчетов приведены в табл. 3 для углов внутреннего трения  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  и  $30^\circ$ ,  $40^\circ$ .

Таблица 3. Значения  $\bar{p}$ ,  $\bar{l}$ ,  $\bar{h}$  для  $\varphi = 10^\circ$  и  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  и  $40^\circ$   
 Table 3.  $\bar{p}$ ,  $\bar{l}$ ,  $\bar{h}$  values for  $\varphi = 10^\circ$  and  $20^\circ$ ,  $20^\circ$  and  $40^\circ$

$\bar{p}$	$\bar{l}$	$\bar{h}$	$\bar{p}$	$\bar{l}$	$\bar{h}$
$\varphi = 10^\circ$			$\varphi = 20^\circ$		
1	2	3	4	5	6
0,05	0,36041	0,08255	0,05	0,32149	0,08434
0,1	0,53856	0,1626	0,1	0,48775	0,16415
0,15	0,67059	0,24011	0,15	0,62313	0,24671
0,2	0,77947	0,3181	0,2	0,7309	0,32542
0,25	0,87334	0,398	0,25	0,8223	0,40284
0,3	0,94688	0,4721	0,3	0,90595	0,48373
0,35	1,00979	0,54599	0,35	0,97611	0,56129
0,4	1,06213	0,61818	0,4	1,03272	0,63286
0,45	1,10819	0,69248	0,45	1,08531	0,70751
0,5	1,14394	0,76292	0,5	1,13348	0,78486
0,55	1,17343	0,83392	0,55	1,17271	0,8583
0,6	1,1965	0,90491	0,6	1,20338	0,92673

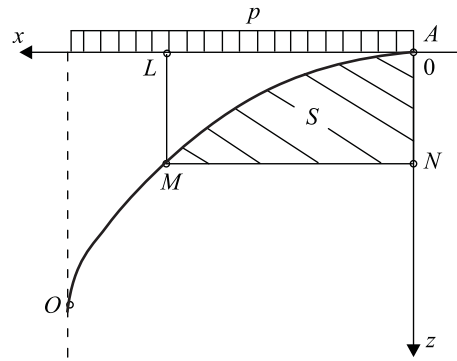


Рис. 4. Расчетная схема к решению задачи

Fig. 4. Calculation scheme for solving the problem

Окончание табл. 3

1	2	3	4	5	6
0,65	1,21025	0,9696	0,65	1,2334	1,00236
0,7	1,21808	1,03301	0,7	1,25151	1,06512
–	–	–	0,75	1,26872	1,13437
–	–	–	0,8	1,28124	1,20317
–	–	–	0,85	1,28634	1,26409
–	–	–	0,9	1,28964	1,33082
φ = 30°			φ = 40°		
0,05	0,29369	0,08477	0,05	0,27212	0,08528
0,1	0,45576	0,16679	0,1	0,43254	0,17038
0,15	0,58504	0,24834	0,15	0,55723	0,2516
0,2	0,69561	0,3303	0,2	0,66591	0,33346
0,25	0,7874	0,40815	0,25	0,76309	0,41605
0,3	0,87367	0,49029	0,3	0,84579	0,49424
0,35	0,94811	0,56969	0,35	0,92333	0,57473
0,4	1,01012	0,64352	0,4	0,9949	0,65602
0,45	1,06971	0,72153	0,45	1,05989	0,73664
0,5	1,12152	0,79702	0,5	1,11238	0,8082
0,55	1,17034	0,87554	0,55	1,1688	0,89039
0,6	1,21124	0,94974	0,6	1,21785	0,96873
0,65	1,24444	1,01857	0,65	1,25955	1,042
0,7	1,27888	1,09614	0,7	1,2992	1,11749
0,75	1,30562	1,16737	0,75	1,3316	1,18642
0,8	1,32513	1,23139	0,8	1,36676	1,26564
0,85	1,34528	1,30368	0,85	1,39468	1,33746
0,9	1,35843	1,36796	0,9	1,42027	1,4104
0,95	1,37164	1,44038	0,95	1,43905	1,47467
1	1,37818	1,50403	1	1,45986	1,54918
1,05	1,38145	1,56697	1,05	1,47407	1,61433
1,1	1,38146	1,62897	1,1	1,48601	1,67964
1,15	1,37818	1,68983	1,15	1,49561	1,74498
1,2	1,37163	1,74932	1,2	1,50284	1,8102
–	–	–	1,25	1,50767	1,87518
–	–	–	1,3	1,51006	1,93978

Заметим, что решение существует до некоторого критического значения ширины свода обрушения  $2l = 2l_{кр}$ . Эта величина зависит от характеристик грунта  $\gamma$ ,  $c$ ,  $\varphi$  и может быть вычислена по формуле

$$l_{кр} = \frac{c\bar{l}}{l}. \quad (7)$$

На рис. 5 приведен график для определения относительного параметра  $\bar{l}_{кр}$ .

**Пример расчета горного давления и свода обрушения.** Пусть  $\gamma = 18 \text{ кН/м}^3$ ,  $c = 25 \text{ кПа}$ ,  $\varphi = 20^\circ$ . Ширина свода обрушения  $2l = 3 \text{ м}$ .

Относительная полуширина ширины свода обрушения составляет  $\bar{l} = \frac{18 \cdot 1,5}{25} = 1,08$ . Соответствующие

значения относительных величин  $\bar{p}$  и  $\bar{h}$  принимаем по табл. 3:  $\bar{p} \approx 0,45$ ,  $\bar{h} = 0,707$ . Средняя величина горного давления будет равна  $p = \bar{p}c = 0,45 \cdot 25 = 11,25 \text{ кПа}$ , высота свода обрушения  $h = \frac{c\bar{h}}{\gamma} = \frac{25 \cdot 0,707}{18} = 0,98 \text{ м}$ . Коэффициент крепости дисперсного грунта

будет равен  $f = \frac{h}{2l} = \frac{0,98}{3} \approx 0,33$ . Кроме того, определяется критическая ши-

рина свода обрушения  $2l_{кр} = \frac{2c\bar{l}_{кр}}{\gamma} = \frac{2 \cdot 25 \cdot 1,29}{18} \approx 3,58 \text{ м}$ .

Как видим, полученный результат соответствует значениям крепости дисперсных пород и в то же время дифференцирует итог в зависимости от характеристик грунта.

**Выводы.** 1. На базе решения теории предельного равновесия о равноустойчивом откосе разработана методика определения горного давления и очертания контура свода обрушения в дисперсных горных породах. Для определения указанных величин приведены необходимые формулы и вспомогательные таблицы.

2. Установлено, что критерием применения гипотезы сводообразования в дисперсных горных породах является критическая ширина выработки. Для определения этой ширины предложен специальный график.

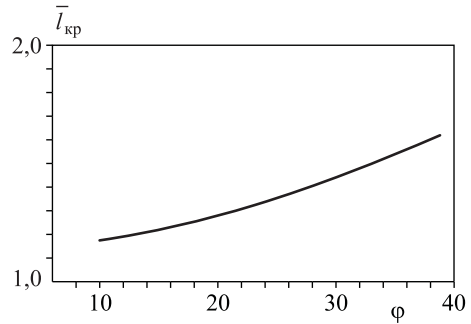


Рис. 5. График для определения  $\bar{l}_{кр}$

Fig. 5. Graph for determining  $\bar{l}_{кр}$

#### Список источников

1. Динник А.Н. О давлении горных пород и расчет крепи круглой шахты // Инженерный работник. 1925. № 7.
2. Либерман Ю.М. Давление на крепь капитальных выработок: Моногр. М.: Наука, 1969. 119 с.
3. Панфилова Д.В., Ремезов А.В. Анализ методик расчета горного давления, возникающего при ведении очистных работ // Вестн. Кузбас. гос. техн. ун-та. 2005. № 4-1. С. 48–52.
4. Протодьяконов М.М. Давление горных пород на рудничную крепь // Горный журнал. 1909. № 8. С. 80–91.
5. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. М.: Физматгиз, 1960. 240 с.
6. Соколовский В.В. Некоторые задачи о давлении грунта // Материалы к IV Междунар. конгр. по механике грунтов и фундаментостроению. М.: Изд-во АН СССР, 1957. С. 166–174.

7. Соколовский В.В. О формах устойчивости полусводов и сводов // Прикладная математика и механика. 1956. Т. 20, вып. 1.
8. Мухин И.С., Срагович А.И. Построение предельных контуров равноустойчивых откосов. М.: Изд-во АН СССР, 1954.
9. Сенков А.М. Графоаналитический метод решения задач механики грунтов // Тр. ВНИМИ, сб. 20. Л., 1949.
10. Караулов А.М., Королев К.В. Аппроксимация контура равноустойчивого ненагруженного грунтового склона // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2012. Т. 49, № 3. С. 81–86.

### References

1. Dinnik A.N. On rock pressure and calculation of round shaft support. *Inzhenernyy rabotnik = Engineering worker*. 1925; (7). (In Russ.).
2. Lieberman Yu.M. Pressure on the support of capital workings: a monograph. Moscow: Nauka, 1969. 119 p. (In Russ.).
3. Panfilova D.V., Remezov A.V. Analysis of methods for calculating the rock pressure arising during the conduct of cleaning operations. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Bulletin of the Kuzbass State Technical University*. 2005; (4-1): 48–52. (In Russ.).
4. Protodiyakonov M.M. Pressure of rocks on mine support. *Gornyy zhurnal = Mining Journal*. 1909; (8): 80–91. (In Russ.).
5. Sokolovskiy V.V. Static bulk medium. Moscow: Fizmatgiz, 1960. 240 p. (In Russ.).
6. Sokolovskiy V.V. Some problems about ground pressure. Materials for the IV International congress on soil mechanics and foundation engineering. Moscow, 1957. P. 166–174. (In Russ.).
7. Sokolovskiy V.V. On the forms of stability of semi-arches and vaults. *Prikladnaya matematika i mekhanika = Applied mathematics and mechanics*. 1956; 20 (1). (In Russ.).
8. Mukhin I.S., Sragovich A.I. Construction of limit contours of equidistant slopes. Moscow, 1954. (In Russ.).
9. Senkov A.M. Graphic-analytical method for solving problems of soil mechanics. Works of VNIIMI, sat. 20. Leningrad, 1949. (In Russ.).
10. Karaulov A.M., Korolev K.V. Approximation of the contour ranocchicciola unloaded soil slope. *Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov = Foundations, foundations and soil mechanics*. 2012; 49 (3): 81–86. (In Russ.).

### Информация об авторе

**Я.О. Стахнёв** – аспирант

### Information about the author

**Ya.O. Stakhnev** – Post-graduate Student

Статья поступила в редакцию 23.07.2021  
Одобрена после рецензирования 24.08.2021  
Принята к публикации 31.08.2021

The article was submitted 23.07.2021  
Approved after reviewing 24.08.2021  
Accepted for publication 31.08.2021