

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ, ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ. ОСНОВАНИЯ И ФУНДАМЕНТЫ



УДК 624.016:539.3

Г.Л. ГОРЫНИН, В.А. СНИГИРЕВА

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ ТРУБОБЕТОННЫХ СТОЕК*

При нагружении традиционных трубобетонных конструкций происходит нарушение совместной работы стальной трубы и бетонного ядра. Существующий СП 266.1325800.2016 «Конструкции сталежелезобетонные. Правила проектирования», посвященный, в частности, расчету таких конструкций, не учитывает этот факт в должной степени. В работе представлено моделирование напряженно-деформированного состояния внецентренно сжатой предварительно напряженной трубобетонной стойки с учетом нелинейности бетона, конструкция которой не обладает недостатками традиционной стойки. Произведено сравнение результатов расчета предварительно напряженной и традиционной трубобетонной стоек. Установлено, что предварительно напряженная стойка обладает большей несущей способностью по сравнению с традиционной и ее конструкция в отличие от традиционной не испытывает потерю местной устойчивости стальной трубы.

Ключевые слова: трубобетонная стойка, предварительно напряженная трубобетонная стойка, трехосное сжатие бетона, нелинейное поведение бетона.

DOI 10.32683/0536-1052-2020-743-11-5-17

Введение. Традиционная трубобетонная стойка состоит из стальной трубы-оболочки, заполненной бетонным ядром. Причем продольная нагрузка прикладывается ко всему сечению стойки так, что продольные деформации бетона и стали совпадают. Изучению таких конструкций посвящено много исследований с начала XX в.: А.А. Гвоздев (1924 г.), Д. Севел (1930 г.), К. Клепсель и В. Годер (1954 г.), А.А. Долженко (1963 г.), А.И. Кикин, Р.С. Санжаровский и В.А. Трулль (1974 г.) [1], Л.И. Стороженко (1991 г.) [2], А.Л. Кришан (2011 г.) [3] и др. В работе Г.Л. Горынина и В.А. Снигиревой [4] было установлено, что подобные традиционные трубобетонные стойки обладают неизлечимым конструктивным недостатком, а именно в процессе деформирования происходит отрыв бетонного ядра от стальной трубы, кото-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-07-01326/20.

рый обусловлен тем, что коэффициент Пуассона стали превышает коэффициент Пуассона бетона. В процессе этого отрыва бетон будет испытывать растягивающие напряжения, которые могут привести к преждевременному разрушению бетона, следовательно, поведение традиционной трубобетонной стойки является непредсказуемым.

Для преодоления вышеописанного недостатка Г.Л. Горыниным и В.А. Снизиревой были предложены иные типы конструкций трубобетонной стойки. Так, в работе [5] была рассмотрена бетонная стойка в стальной обойме. При нагружении такой конструкции вся нагрузка передается на бетонное ядро, а стальная труба выполняет роль обоймы, обеспечивая всестороннее сжатие бетонного ядра, что в свою очередь существенно повышает прочность бетона [6]. Однако несущая способность трубы оказывается недоиспользованной, так как отсутствует ее работа в продольном направлении. Для включения трубы в работу в продольном направлении в статье Г.Л. Горынина и В.А. Снизиревой [7] был предложен новый тип конструкции трубобетонной стойки. На первой стадии нагружения такая стойка работает как бетонная стойка в стальной обойме, т.е. труба работает только в поперечном направлении, обжимая бетонное ядро. На второй стадии стальная труба включается в работу в продольном направлении, т. е. стойка начинает работать как традиционная, но уже с предварительно обжатым ядром. Поэтому данная конструкция получила название предварительно напряженной трубобетонной стойки.

На протяжении долгого времени обсуждалась проблема отсутствия единого общепринятого взгляда на расчет трубобетонных конструкций [8]. В 2016 г. появился первый отечественный нормативный документ, описывающий методику расчета традиционных трубобетонных конструкций по методу предельного состояния – СП 266.1325800.2016 «Конструкции сталежелезобетонные. Правила проектирования» (далее – СП). Однако в данном документе не учитывается факт нарушения совместной работы стали и бетона в составе трубобетонных конструкций, о котором было сказано выше. Существующий СП не может быть положен в основу расчета предварительно напряженной трубобетонной стойки, так как он разработан для традиционной трубобетонной стойки, т.е. для стойки принципиально иной конструкции.

Решение задачи о центральном сжатии предварительно напряженной трубобетонной стойки описано в работах [4, 5], данная статья посвящена внецентренному сжатию такой стойки и является продолжением этих работ. Цель работы – расчет внецентренно сжатой предварительно напряженной трубобетонной стойки по критерию допускаемых напряжений при учете нелинейности деформирования бетона. Основная задача работы – сравнить расчетные несущие способности традиционной и предварительно напряженной трубобетонных стоек при одинаковых конструктивных параметрах.

Предварительно напряженная трубобетонная стойка. Предварительное обжатие бетонного ядра стойки реализуется при помощи ее конструктивной особенности, а именно устройством первоначального выступа бетонного ядра над уровнем стальной трубы на величину d в верхней опорной части (рис. 1).

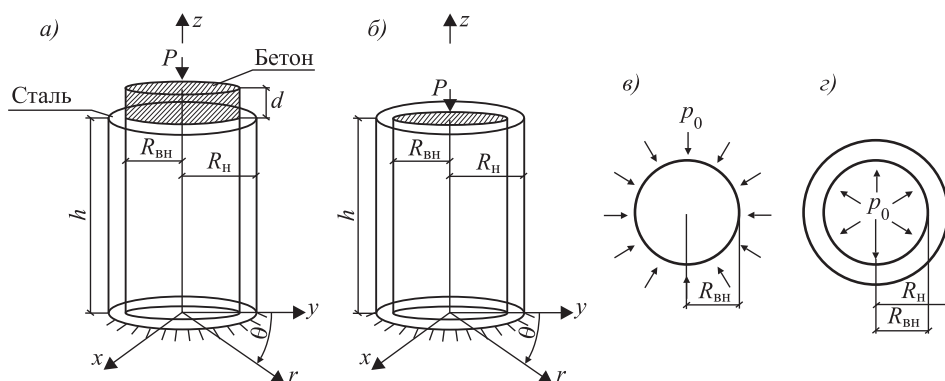


Рис. 1. Расчетная схема предварительно напряженной трубобетонной стойки
 а – предварительно напряженная трубобетонная стойка на стадии 1 работы; б – предварительно напряженная трубобетонная стойка на стадии 2 работы; в – схема обжатия сечения бетонного ядра; г – схема воздействия бетонного ядра на сечение стальной трубы

Работа предлагаемой предварительно напряженной трубобетонной стойки характеризуется двумя стадиями, переход между которыми реализуется вследствие возрастания внешней нагрузки.

Стадия 1 «Предварительное обжатие бетонного ядра». На этой стадии стойка работает как бетонная стойка в стальной обойме. Внешняя сжимающая нагрузка прикладывается только на выступающее над уровнем трубы бетонное ядро, работа стальной трубы в продольном направлении отсутствует, однако в поперечном направлении труба сдерживает деформации бетонного ядра, оказывая реактивное сжимающее давление на бетон в радиальном направлении p_0 , т.е. работает в качестве обоймы. В результате всестороннего сжатия прочность бетона возрастает [6]. При приложении нагрузки P_d высота бетонного ядра укорачивается на величину d , при этом величина давления обжатия бетона трубой p_{0d} создает предварительные сжимающие радиальные напряжения в бетоне.

Стадия 2 «Расчетное рабочее состояние». В связи с укорочением высоты бетонного ядра опорные поверхности бетона и стали находятся на одинаковом уровне, нагрузка прикладывается на все сечение стойки, включая стальную трубу. Стойка работает как традиционная трубобетонная стойка с предварительно обжатым бетонным ядром. С ростом нагрузки предварительное обжатие бетона трубой уменьшается. Предельным состоянием считается либо зануление давления обжатия бетона трубой, либо достижение напряжений в стали и/или бетоне величины расчетного сопротивления. Растяжение бетона трубой в радиальном направлении и ее отрыв не допускаются.

Определяющие соотношения материалов стойки. Согласно нормативной документации СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» нелинейность деформирования бетона возможно учесть, используя двухлинейную диаграмму для одноосного напряженно-деформированного состояния (рис. 2, а). Согласно этой диаграмме касательный модуль деформации является кусочно-постоянной функцией, что отражено на рис. 2, в.

Кроме того, с целью упрощения считаем, что коэффициент Пуассона ν является постоянной величиной (рис. 2, б). В общем случае значение коэффи-

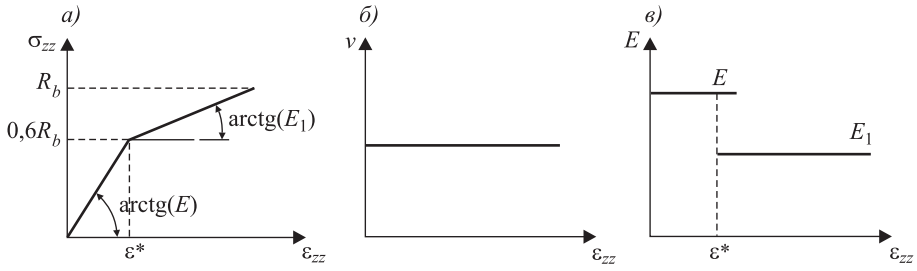


Рис. 2. Диаграмма деформирования бетона при одноосном сжатии (напряжения и деформации используются без учета знака, R_b – расчетное сопротивление бетона одноосному осевому сжатию) (а); зависимости коэффициента Пуассона бетона и касательных модулей деформации от деформаций (б, в)

коэффициента Пуассона ν является переменным, что может быть учтено с помощью предложенного подхода.

Для моделирования трехосного нелинейного поведения бетона используем локальную линейно-упругую теорию. Считаем, что для скоростей напряжений и скоростей деформации справедливы соотношения:

$$\dot{\sigma}_{\alpha\beta} = \lambda(S_2^D, \theta) \dot{\theta} \delta_{\alpha\beta} + 2\mu(S_2^D) \dot{\epsilon}_{\alpha\beta}, \quad (1)$$

где λ, μ – касательные модули Ламе;

$\delta_{\alpha\beta}$ – символ Кронекера;

$\epsilon_{\alpha\beta}$ – тензор деформаций;

$\theta = \epsilon_{\alpha\alpha}$ – первый инвариант тензора деформаций (объемная деформация);

S_2^D – второй инвариант тензора девиатора напряжений, для него справедлива формула при осесимметричном напряженном состоянии

$$S_2^D = \frac{1}{3}[(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{\theta\theta})^2].$$

Между касательными модулями (рис. 2, б, в) и модулем объемного расширения, касательными модулями Ламе (рис. 3) справедливы соотношения:

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad k = \frac{E}{3(1-2\nu)}, \quad \lambda = k - \frac{2}{3}\mu.$$

При одноосном осесимметричном напряженном состоянии справедливы равенства:

$$\theta = (1-2\nu)\epsilon_{zz}, \quad S_2^D = \frac{2}{3}\sigma_{zz}^2.$$

И в точке излома диаграммы одноосного сжатия (рис. 2, а) эти инварианты принимают значения:

$$\theta^* = (1-2\nu)\epsilon_{zz}^*, \quad S_2^{D*} = \frac{2}{3}(0,6R_b)^2.$$

Именно в этих точках терпят разрыв величины $k(\theta)$ и $\mu(S_2^D)$ на рис. 3, в связи с чем $\lambda(k, \mu)$ терпит два разрыва. Причем положение точек разрыва определяется положениями точек разрыва диаграмм на рис. 3, а, б и параметрами стойки.

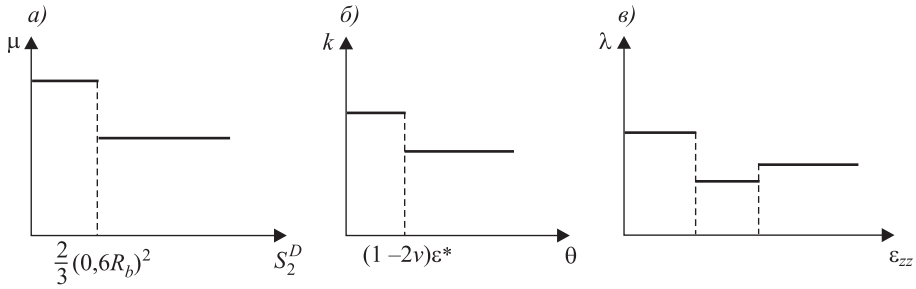


Рис. 3. Диаграммы деформирования бетона при трехосном сжатии в составе трубобетонной стойки

Уравнение (1) при постоянных касательных модулях Ламе может быть проинтегрировано по времени, тогда получаем уравнение на приращения напряжений и деформаций:

$$\Delta\sigma_{\alpha\beta} = \lambda\Delta\theta\delta_{\alpha\beta} + 2\mu\Delta\varepsilon_{\alpha\beta}. \quad (2)$$

В дальнейшем для обозначения физических величин, относящихся к стальной трубе, будем использовать верхний индекс «S» (steel), к бетону – верхний индекс «C» (concrete).

Согласно рис. 3, весь процесс деформирования бетона разбивается на три этапа ($i = 0, 1, 2$, где i – порядковый номер этапа деформирования). Тогда значения напряжений и перемещений бетонного ядра могут быть выражены через приращения:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^C &= \sigma_{rr_{i^*}}^C + \Delta\sigma_{rr_{i^*}}^C, \quad \sigma_{\theta\theta}^C = \sigma_{\theta\theta_{i^*}}^C + \Delta\sigma_{\theta\theta_{i^*}}^C, \quad \sigma_{zz}^C = \sigma_{zz_{i^*}}^C + \Delta\sigma_{zz_{i^*}}^C, \\ \varepsilon_{rr}^C &= \varepsilon_{rr_{i^*}}^C + \Delta\varepsilon_{rr_{i^*}}^C, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^C = \varepsilon_{\theta\theta_{i^*}}^C + \Delta\varepsilon_{\theta\theta_{i^*}}^C, \quad \varepsilon_{zz}^C = \varepsilon_{zz_{i^*}}^C + \Delta\varepsilon_{zz_{i^*}}^C, \end{aligned}$$

где $\sigma_{\alpha\alpha_{i^*}}^C, \varepsilon_{\alpha\alpha_{i^*}}^C$ – значения напряжений и деформаций в бетоне в момент начала этапа с номером i (очевидно, что $\sigma_{\alpha\alpha_{0^*}}^C = \varepsilon_{\alpha\alpha_{0^*}}^C = 0$); $\Delta\sigma_{\alpha\alpha_{i^*}}^C, \Delta\varepsilon_{\alpha\alpha_{i^*}}^C$ – приращения напряжений и деформаций на этапе с номером i ; ($\alpha \in \{r, \theta, z\}$).

На различных этапах деформирования бетона справедливы следующие соотношения:

$$i = 0: \theta \leq \theta^* = (1-2\nu^C)\varepsilon^*, \quad S_2^D \leq S_2^{D*}, \quad \mu_0^C = \frac{E^C}{2(1+\nu^C)}, \quad k = \frac{E^C}{3(1-2\nu)},$$

$$\lambda_0^C = \frac{E^C\nu^C}{(1-2\nu^C)(1+\nu^C)};$$

$$i = 1: \theta \geq \theta^*, \quad S_2^D \leq S_2^{D*}, \quad \mu_1^C = \frac{E^C}{2(1+\nu^C)}, \quad k_1 = \frac{E_1^C}{3(1-2\nu)};$$

$$\lambda_1^C = \frac{(E_1^C - E^C) + \nu^C(E_1^C + 2E^C)}{(1-2\nu)(1+\nu)};$$

$$i = 2: \theta \geq \theta^*, \quad S_2^D \geq S_2^{D*}, \quad \mu_2^C = \frac{E_1^C}{2(1+\nu^C)}, \quad k_1 = \frac{E_1^C}{3(1-2\nu)};$$

$$\lambda_2^C = \frac{E_1^C\nu^C}{(1-2\nu^C)(1+\nu^C)}.$$

Равенство (2) для напряжений на каждом из этапов принимает вид:

$$\begin{cases} \Delta\sigma_{rr_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C + \Delta\varepsilon_{zz_i}^C); \\ \Delta\sigma_{\theta\theta_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \Delta\varepsilon_{zz_i}^C); \\ \Delta\sigma_{zz_i}^C = (\lambda_i^C + 2\mu_i^C)\Delta\varepsilon_{zz_i}^C + \lambda_i^C(\Delta\varepsilon_{rr_i}^C + \Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^C). \end{cases}$$

Деформирование трубобетонной стойки при работе в стадии 1 начинается с нулевого этапа $i = 0$. Переходы на первый $i = 1$, а далее второй $i = 2$ этапы деформирования в общем случае могут происходить на любой стадии работы предварительно напряженной стойки в зависимости от параметров конструкции. Однако в большинстве случаев смена всех этапов деформирования происходит уже на стадии 1, когда стойка работает как бетонная стойка в стальной обойме, поэтому дальнейшие расчеты представлены для такого случая.

Используя решение задачи о сжатии бетонной стойки в стальной обойме [4], было определено P_{i^*} – значения внешней сжимающей силы, при которой в бетоне начинается этап деформирования с номером i :

$$P_{1^*} = \frac{0,6R_b \cdot F^C (L_0 - K)}{L_0 - K - 2G_0}, \quad P_{2^*} = \frac{0,6R_b \cdot F^C (L_1 - K)}{L_1 - K - 2G_1}, \quad (3)$$

где F^C – площадь сечения бетонного ядра, $K = \frac{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S) + (\lambda^S)^2}{2\mu^S(\lambda^S + \mu^S)(3\lambda^S + 2\mu^S)} \times$
 $\times \frac{R_{\text{вн}}^2}{R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2} + \frac{R_{\text{н}}^2}{2\mu^S(R_{\text{н}}^2 - R_{\text{вн}}^2)}, \quad L_i = -\frac{\mu_i(3\lambda_i + 2\mu_i) + (\lambda_i)^2}{2\mu_i(\lambda_i + \mu_i)(3\lambda_i + 2\mu_i)},$
 $G_i = \frac{\lambda_i}{2\mu_i(3\lambda_i + 2\mu_i)}, R_{\text{вн}}$ и $R_{\text{н}}$ – внутренний и наружный радиус трубы соответственно.

Считаем, что напряженно-деформированное состояние стальной оболочки подчиняется обобщенному закону Гука в записи Ламе, который может быть записан в приращениях напряжений и деформаций, где приращения берутся от граничных состояний, при которых происходит переход от одного этапа к другому при деформировании бетонного ядра:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^S &= \sigma_{rr_i^*}^S + \Delta\sigma_{rr_i}^S, \quad \sigma_{\theta\theta}^S = \sigma_{\theta\theta_i^*}^S + \Delta\sigma_{\theta\theta_i}^S, \quad \sigma_{zz}^S = \sigma_{zz_i^*}^S + \Delta\sigma_{zz_i}^S, \\ \varepsilon_{rr}^S &= \varepsilon_{rr_i^*}^S + \Delta\varepsilon_{rr_i}^S, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^S = \varepsilon_{\theta\theta_i^*}^S + \Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^S, \quad \varepsilon_{zz}^S = \varepsilon_{zz_i^*}^S + \Delta\varepsilon_{zz_i}^S, \\ \begin{cases} \Delta\sigma_{rr_i}^S &= (\lambda^S + 2\mu^S)\Delta\varepsilon_{rr_i}^S + \lambda^S(\Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^S + \Delta\varepsilon_{zz_i}^S); \\ \Delta\sigma_{\theta\theta_i}^S &= (\lambda^S + 2\mu^S)\Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^S + \lambda^S(\Delta\varepsilon_{rr_i}^S + \Delta\varepsilon_{zz_i}^S); \\ \Delta\sigma_{zz_i}^S &= (\lambda^S + 2\mu^S)\Delta\varepsilon_{zz_i}^S + \lambda^S(\Delta\varepsilon_{rr_i}^S + \Delta\varepsilon_{\theta\theta_i}^S). \end{cases} \end{aligned}$$

В связи с линейностью закона Гука секущий модуль деформации стали E^S совпадает с касательным, а значит, коэффициенты λ^S, μ^S являются постоянными:

$$\lambda^S = \frac{E^S \nu^S}{(1 - 2\nu^S)(1 + \nu^S)}, \quad \mu^S = \frac{E^S}{2(1 + \nu^S)}.$$

Центральное сжатие предварительно напряженной труботонной стойки. Стадия 1 «Предварительное обжатие бетонного ядра». Стойка работает как бетонная стойка в стальной обойме. Решение такой задачи было представлено в работе [4]. На каждом этапе деформирования бетона с номером i величины осевой сжимающей силы P , осевого (продольного) давления на бетонное ядро p^C и радиального давления обжатия бетона p_0 представлено в виде:

$$P = P_{i^*} + \Delta P, \quad p^C = p_{i^*}^C + \Delta p^C, \quad p_0 = p_{0_{i^*}} + \Delta p_0,$$

где $p_{i^*}^C, p_{0_{i^*}}$ – осевое и радиальное давления на бетон в момент начала этапа деформирования бетона с номером i ; P_{i^*} вычисляется по формуле (3); приращения давлений определяются следующим образом: $\Delta p^C = \frac{\Delta P}{F^C}$,

$$\Delta p_0 = -\Delta p^C \frac{G_i}{L_i - K}.$$

Если высота бетонного ядра укорачивается на величину d на последнем этапе деформирования бетона с номером $i = 2$, то значение осевой силы P_d , при которой это происходит, вычисляется по формуле:

$$P_d = P_{2^*} + \Delta P_d,$$

$$\text{где } \Delta P_d = \frac{\Delta d \cdot F^C}{h \left(\frac{2G_2^2}{L_2 - K} + N_2 \right)}; \quad \Delta d = -(\Delta p_0 \cdot 2G_2 - \Delta p^C \cdot N_2)h; \quad N_2 = \frac{(\lambda_2 + \mu_2)}{\mu_2(3\lambda_2 + 2\mu_2)};$$

h – высота стойки.

При действии силы P_d в момент перехода на стадию 2 работы стойки величины осевого и радиального давления обжатия бетонного ядра определяются зависимостями: $p_d^C = \frac{P_d}{F^C}$, $p_{0d} = p_{0_{2^*}} - \frac{(P_d - P_{2^*})}{F^C} \frac{G_2}{L_2 - K}$.

Стадия 2 «Расчетное рабочее состояние». Нагрузка прикладывается ко всему сечению стойки, поэтому приращения значений (от момента перехода на стадию 2 работы стойки) определены из решения задачи о сжатии традиционной труботонной стойки [5]. Нагрузка возрастает на величину ΔP , при этом осевые и радиальные давления на бетон претерпевают приращения:

$$P = P_d + \Delta P, \quad p^C = p_d^C + \Delta p^C, \quad p_0 = p_{0d} + \Delta p_0, \quad (4)$$

$$\text{где } \Delta p^C = \Delta P \frac{Y(K - L_2) + D(2G_2 - \alpha)}{F^C(Y(K - L_2) + D(2G_2 - \alpha)) + F^S(G_2(2G_2 - \alpha) - N_2(K - L_2))},$$

$$\Delta p_0 = \Delta P \frac{N_2 D + Y G_2}{F^C(Y(K - L_2) + D(2G_2 - \alpha)) + F^S(G_2(2G_2 - \alpha) - N_2(K - L_2))},$$

$$Y = -\frac{\lambda^S + \mu^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)}, \quad D = \frac{\lambda^S}{2\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)}, \quad \alpha = -\frac{\lambda^S}{\mu^S(3\lambda^S + 2\mu^S)} \cdot \frac{R_{\text{ВН}}^2}{R_{\text{Н}}^2 - R_{\text{ВН}}^2},$$

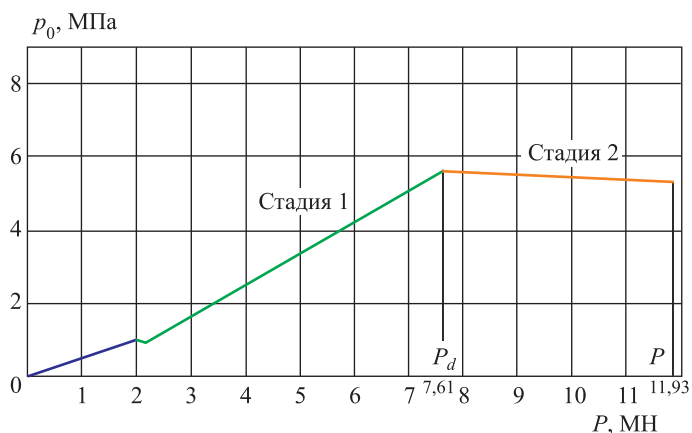


Рис. 4. График зависимости давления обжатия бетона трубой в составе предварительно напряженной трубобетонной стойки от значения осевой сжимающей нагрузки

F^S – площадь сечения стальной трубы. Осевое давление на стальную трубу определяется по зависимости:

$$p^S = \Delta P \frac{G_2(2G_2 - \alpha) - N_2(K - L_2)}{F^C(Y(K - L_2) + D(2G_2 - \alpha)) + F^S(G_2(2G_2 - \alpha) - N_2(K - L_2))}.$$

Из рис. 4 видно, что график построен на основе решения задачи о центральном сжатии предварительно напряженной трубобетонной стойки с параметрами: $h = 3,5$ м, $R_{\text{вн}} = 0,253$ м, $R_{\text{н}} = 0,265$ м, $d = 0,02$ м, бетон В35, сталь С245. Величина давления обжатия бетона трубой возрастает при работе стойки на стадии 1 и падает при переходе на стадию 2. Падение давления связано с тем, что при загрузке трубы в продольном направлении на стадии 2 стальная труба претерпевает приращения поперечных перемещений, превышающие приращения перемещений бетона. В большинстве расчетных случаев падение давления обжатия не превышает 5–7 % и бетон продолжает находиться в состоянии всестороннего сжатия на стадии 2 работы стойки. Давление обжатия совпадает по абсолютной величине с давлением воздействия бетонного ядра на трубу (см. рис. 1, в, г). Его относительно высокая величина исключает местную потерю устойчивости стальной трубы. Потеря местной устойчивости является одной из болезненных проблем традиционных трубобетонных стоек [9, 10].

Внецентренное сжатие предварительно напряженной трубобетонной стойки. Трубобетонные стойки находят применение в основном в качестве таких несущих элементов зданий, как колонны, сваи. В большинстве случаев такие конструкции испытывают внецентренное сжатие. Действие на стойку продольной сжимающей силы с эксцентриситетом эквивалентно одновременному действию осевой (приложенной к центру тяжести сечения стойки) продольной сжимающей силы и момента.

Считаем, что после загрузки стойки нагрузкой $P \geq P_d$ прикладывается момент M ко всему сечению трубобетонной стойки. Тогда осевые напряжения в бетонном ядре представляют собой сумму напряжений, возникающих от действия силы P и момента M :

$$\sigma_{zz}^C = \sigma_{zz_P}^C + \sigma_{zz_M}^C.$$

В [11] было получено асимптотическое решение, согласно которому нормальные напряжения при изгибе многослойных стержней определяются следующим образом: $\sigma_{zzM}^C = yE_1^C \frac{M}{[EI]}$, $[EI] = E_1^C I_x^C + E^S I_x^S$. Для трубо-бетонных конструкций очевидно, что выражение для изгибной жесткости принимает вид: $[EI] = E_1^C \pi \frac{R_{вн}^4}{4} + E^S \pi \left(\frac{R_{вн}^4}{4} - \frac{R_{вн}^4}{4} \right)$.

Осевые нормальные напряжения в бетонном ядре, вызванные действием силы P , совпадают с осевым давлением p^C (4) с обратным знаком и определяются по формуле

$$\sigma_{zzp}^C = -\frac{P_d}{F^C} - \Delta P \times \frac{Y(K-L_2) + D(2G_2 - \alpha)}{F^C(Y(K-L_2) + D(2G_2 - \alpha)) + F^S(G_2(2G_2 - \alpha) - N_2(K-L_2))}.$$

Тогда наибольшие в сечении (по абсолютной величине) осевые напряжения в бетонном ядре определяются по зависимости

$$\sigma_{zz}^C = \sigma_{zzp}^C + \sigma_{zzM}^C = -\frac{P_d}{F^C} - (P - P_d) \times \frac{Y(K-L_2) + D(2G_2 - \alpha)}{F^C(Y(K-L_2) + D(2G_2 - \alpha)) + F^S(G_2(2G_2 - \alpha) - N_2(K-L_2))} - R_{вн} E_1^C \frac{M}{[EI]}.$$

Величина приложенного момента M ограничивается значениями нормальных осевых напряжений, возникающих в бетонном ядре, которые представляют расчетное сопротивление предварительно обжатого бетона на сжатие:

$$-R_{b,3} \leq \sigma_{zz}^C. \quad (6)$$

При трехосном сжатии происходит упрочнение бетона [6], тогда расчетное сопротивление бетона в обжатом состоянии определяется зависимостью [1, 12]: $R_{b,3} = R_b + 4p_0$.

Подставляя (5) в неравенство (6) в предельном состоянии (неравенство переходит в равенство), получено:

$$\frac{P_d}{F^C} + (P - P_d) \frac{Y(K-L_2) + D(2G_2 - \alpha)}{F^C(Y(K-L_2) + D(2G_2 - \alpha)) + F^S(G_2(2G_2 - \alpha) - N_2(K-L_2))} + R_{вн} E_1^C \frac{M_{пред}}{[EI]} = (R_b + 4p_0). \quad (7)$$

Из (4), (7) выражена зависимость предельно допустимого момента от силы P (сила P_d зависит от выбранного размера d , из соображений ограниченности величины напряжений в стальной трубе):

$$M_{\text{пред}} = \frac{[EI]}{R_{\text{вн}} E_1^C} \left(R_b + 4p_{0d} - \frac{P_d}{F^C} + \frac{(P - P_d) \left(\frac{Y(4G_2 - K + L_2) + D(2G_2 - \alpha)}{F^C(Y(K - L_2) + D(2G_2 - \alpha)) + D(4N_2 - 2G_2 + \alpha)} + F^S(G_2(2G_2 - \alpha) - N_2(K - L_2)) \right)}{F^C(Y(K - L_2) + D(2G_2 - \alpha)) + D(4N_2 - 2G_2 + \alpha)} \right)$$

График зависимости $M_{\text{пред}}$ от значения осевой силы P (справедлив для $P \geq P_d$) для труб разного диаметра представлен на рис. 5.

Сравнение результатов расчета предварительно напряженной труботонной стойки и традиционной труботонной стойки, рассчитанной по СП. Согласно СП были определены предельно допустимые значения момента M и осевой силы P для традиционной труботонной стойки ($h = 3,5$ м, бетон В35, сталь С245, при разных размерах сечения). Также для аналогичной (по размерам и материалам) предварительно напряженной труботонной стойки в соответствии с вышеизложенным подходом был определен предельный момент при величине силы P из п. 1.

Результаты расчетов представлены в таблице. Во всех случаях напряжения, возникающие в трубе, меньше (по абсолютной величине) расчетного сопротивления стали в пределах 1 %.

Представленные на рис. 6 кривые соответствуют стойке из третьей строки ($R_{\text{вн}} = 0,344$ м, $R_{\text{н}} = 0,360$ м) таблицы.

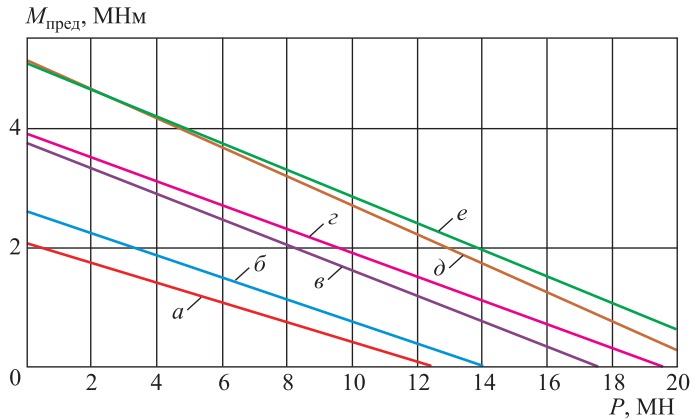


Рис. 5. График зависимости предельного момента от осевой сжимающей силы для предварительно напряженной труботонной стойки

- $a - R_{\text{вн}} = 0,253$ м, $R_{\text{н}} = 0,265$ м, $d = 0,025$ м;
- $b - R_{\text{вн}} = 0,305$ м, $R_{\text{н}} = 0,315$ м, $d = 0,02$ м;
- $v - R_{\text{вн}} = 0,348$ м, $R_{\text{н}} = 0,360$ м, $d = 0,027$ м;
- $z - R_{\text{вн}} = 0,299$ м, $R_{\text{н}} = 0,315$ м, $d = 0,025$ м;
- $d - R_{\text{вн}} = 0,396$ м, $R_{\text{н}} = 0,410$ м, $d = 0,035$ м;
- $e - R_{\text{вн}} = 0,344$ м, $R_{\text{н}} = 0,360$ м, $d = 0,025$ м

Сравнение предельных моментов

Размеры стойки, м	$M_{пред-1}$, МНм (традиционная стойка, расчет по СП)	$P_{пред}$, МН (традиционная стойка, расчет по СП)	$M_{пред-2}$, МНм (предварительно напряженная стойка при соответствующей $P_{пред}$)	$\frac{M_{пред-2}}{M_{пред-1}}$
$R_{вн} = 0,299, R_{н} = 0,315, d = 0,025$	1	9,35	1,15	1,15
$R_{вн} = 0,305, R_{н} = 0,315, d = 0,02$	0,68	8,54	0,73	1,07
$R_{вн} = 0,344, R_{н} = 0,360, d = 0,025$	1,18	13,83	1,31	1,11
$R_{вн} = 0,348, R_{н} = 0,360, d = 0,027$	1,06	13,47	1,2	1,13
$R_{вн} = 0,396, R_{н} = 0,410, d = 0,035$	1,75	21,27	1,83	1,05

Из расчетов, представленных в таблице, несущая способность предварительно напряженной трубобетонной стойки превышает несущую способность традиционной стойки на 5–15 % в зависимости от параметров стойки. При этом следует иметь в виду, что СП не учитывается нарушение совместной работы стальной трубы и бетонного ядра.

Закключение. Результаты математического моделирования предварительно напряженной трубобетонной стойки позволяют утверждать, что несущая способность этой конструкции как минимум не уступает несущей способности традиционной стойки. Кроме того, предлагаемая конструкция стойки исключает возможность местной потери устойчивости трубы, и в ней обеспечена совместная работа бетонного ядра и стальной трубы, в отличие от традиционной конструкции трубобетонной стойки. Такие предварительно напряженные трубобетонные стойки являются перспективными конструкциями, и для их развития и внедрения требуется разработка соответствующей нормативной документации.

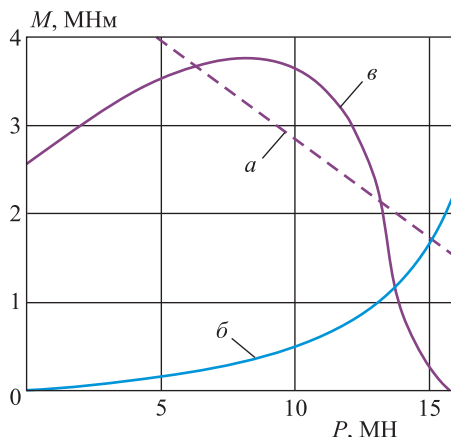


Рис. 6. График зависимости предельного момента от осевой сжимающей силы a – см. рис. 5 (e); b – значение силы P , умноженное на эксцентриситет из СП п. 7.2; v – значение предельного момента из СП п. 7.2

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кикин А.И., Санжаровский Р.С., Труль В.А. Конструкции из стальных труб, заполненных бетоном. М.: Стройиздат, 1974. 144 с.
2. Стороженко Л.И., Плехотный П.И., Черный А.Я. Расчет трубобетонных конструкций. Киев: Будивельник, 1991. 120 с.

3. Кришан А.Л. Прочность трубобетонных колонн с предварительно обжатым ядром: дис. ... д-ра техн. наук. Магнитогорск, 2011. 380 с.
4. Горынин Г.Л., Снигирева В.А. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния трубобетонных конструкций с учетом нелинейного поведения бетона // Изв. вузов. Строительство. 2017. № 4(700). С. 17–29.
5. Snigireva V.A., Gorynin G.L. The nonlinear stress-strain state of the concrete-filled steel tube structures // Magazine of Civil Engineering. 2018. No. 83(7). P. 73–82.
6. Берг О.Я., Соломенцев Г.Г. Исследование напряженного и деформированного состояния бетона при трехосном сжатии // Тр. Всесоюз. НИИ транспорта, строительства. М., 1969. Вып. 70. С. 106–123.
7. Горынин Г.Л., Снигирева В.А. Моделирование пространственной работы предварительно-напряженной трубобетонной стойки // Архитектурно-строительный и дорожно-транспортный комплексы: проблемы, перспективы, новации: сб. материалов IV Междунар. науч.-практ. конф., 2019 г. Омск: СибАДИ, 2019. С. 307–313.
8. Овчинников И.И., Овчинников И.Г., Чесноков Г.В., Михалдыкин Е.С. О проблеме расчета трубобетонных конструкций с оболочкой из разных материалов. Ч. 2. Расчет трубобетонных конструкций с металлической оболочкой // Интернет-журнал «Науковедение». 2015. Т. 7. № 4.
9. Nethercot D.A. Composite construction. N.Y.: Spon press, 2004. 242 p.
10. Bradford M.A., Oelhers D.J. Composite steel and concrete structural members. Fundamental behaviour. London: Pergamon, 1995. 536 p.
11. Горынин Г.Л., Немировский Ю.В. GN-теория расчета композитной балки при изгибе. 1. Общая теория // Изв. вузов. Строительство. 2012. № 6. С. 3–12.
12. Richart F., Brown A., Brandraeg A. A study of failure of concrete under combined compressive stresses. University Illinois: Eng. Exper. Station. Bull., 1928. 105 p.

Горынин Глеб Леонидович, д-р физ.-мат. наук, проф.

Сургутский государственный университет

Снигирева Вера Алексеевна, ст. препод.

Сургутский государственный университет

Получено 14.10.2020

Gorynin Gleb Leonidovich, DSc, Professor

Surgut State University, Russia

Snigireva Vera Alekseevna, Senior Lecturer

Surgut State University, Russia

MATHEMATICAL MODELING OF THE STRESS-STRAIN STATE PRESTRESSED CONCRETE-FILLED STEEL TUBE COLUMN UNDER ECCENTRIC COMPRESSION

When loading traditional concrete-filled steel tube structures, steel tube break contact with concrete core. Existing Code of Rules 266.1325800.2016 «Steel-reinforced concrete structures. Design rules», dedicated, in particular, to the calculation of such structures, ignores this fact. The paper presents the modeling of the stress-strain state of an eccentrically compressed prestressed concrete-filled steel tube column taking into account the nonlinearity of concrete, the design of which does not have the disadvantages of a traditional column. Comparison of the calculation results for prestressed and traditional concrete-filled steel tube column is made. It was found that the prestressed column has a higher bearing capacity compared to the traditional one, and also solves the problem of local buckling of the steel tube.

Key words: concrete-filled steel tube column, prestressed concrete-filled steel tube column, triaxial compression of concrete, non-linear diagram of concrete deformation.

REFERENCES

1. *Kikin A.I., Sanzharovskiy R.S., Trul' V.A.* Konstruktsii iz stal'nykh trub, zapolnennykh betonom [Concrete-filled steel tube structures]. Moscow, Stroyizdat, 1974. 144 p. (in Russian)
2. *Storozhenko L.I., Plakhotnyy P.I., Chernyy A.Ya.* Raschet trubobetonnykh konstruktsiy [Calculation of concrete-filled steel tube structures]. Kiev, Budivel'nik, 1991. 120 p. (in Russian)
3. *Krishan A.L.* Prochnost' trubobetonnykh kolonn s predvaritel'no obzhatym yadrom: dis. ... d-ra tekhn. nauk [Strength of precompressed core concrete-filled steel tube columns: diss. ... DSc]. Magnitogorsk, 2011. 380 p. (in Russian)
4. *Gorynin G.L., Snigireva V.A.* Matematicheskoye modelirovaniye napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya trubobetonnykh konstruktsiy s uchetom nelineynogo povedeniya betona [Mathematical modeling of the stress-strain state of concrete-filled steel tube structures considering the non-linear concrete behavior]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo* [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2017. No. 4(700). Pp. 17–29. (in Russian)
5. *Snigireva V.A., Gorynin G.L.* The nonlinear stress-strain state of the concrete-filled steel tube structures. *Magazine of Civil Engineering*. 2018. No. 83(7). Pp. 73–82.
6. *Berg O.Ya., Solomentsev G.G.* Issledovaniye napryazhennogo i deformirovannogo sostoyaniya betona pri trekhosnom szhatii [Investigation of strained and deformed state of concrete under triaxial compression]. *Trudy Vsesoyuznogo NII transporta, stroitel'stva* [Proceedings of the All-Union Research Institute of transport, construction]. Moscow, 1969. Iss. 70. Pp. 106–123. (in Russian)
7. *Gorynin G.L., Snigireva V.A.* Modelirovaniye prostranstvennoy raboty predvaritel'no-napryazhennoy trubobetonnoy stoyki [Three-dimensional simulation of prestressed concrete-filled steel tube column]. *Arkhitekturno-stroitel'nyy i dorozhno-transportnyy kompleksy: problemy, perspektivy, novatsii: sbornik materialov IV Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Architectural and construction and road transport complexes: problems, prospects, innovations: materials of the IV International scientific and practical conference]. Omsk, SibADI, 2019. Pp. 307–313. (in Russian)
8. *Ovchinnikov I.I., Ovchinnikov I.G., Chesnokov G.V., Mikhaldykin E.S.* O probleme rascheta trubobetonnykh konstruktsiy s obolochkoy iz raznykh materialov. Chast' 2. Raschet trubobetonnykh konstruktsiy s metallicheskoy obolochkoy [About the problem of calculating concrete-filled steel tube structures with a membrane of different materials. Part 2. Calculation of concrete-filled steel tube structures with a metal membrane]. *Internet-zhurnal «Naukovedeniye»* [Online Magazine «Science Studies»]. 2015. Vol. 7. No. 4. (in Russian)
9. *Nethercot D.A.* Composite construction. New Yourk, Spon press, 2004. 242 p.
10. *Bradford M.A., Oelhers D.J.* Composite steel and concrete structural members. Fundamental behaviour. London, Pergamon, 1995. 536 p.
11. *Gorynin G.L., Nemirovskiy Yu.V.* GN-teoriya rascheta kompozitnoy balki pri izgibe. 1. Obshchaya teoriya [GN-theory calculation of the composite beam at the bend]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo* [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2012. No. 6(642). Pp. 3–12. (in Russian)
12. *Richart F., Brown A., Brandraeg A.* A study of failure of concrete under combined compressive stresses. *University Illinois: Eng. Exper. Station. Bull.*, 1928. 105 p.